

10–11 класс
Задача 1 (10 баллов)

Вариант 1

Решение

В первую очередь определим площадь сечения пластины $S_{\text{пласт}}$.

Существует несколько способов определения $S_{\text{пласт}}$, в решении приведён лишь один из них.

Сторона правильного шестиугольника $a = 30$ мм.

Площадь правильного шестиугольника $S_{\text{шест}} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 30^2}{2} = 2338,27 \text{ мм}^2$.

Суммарная площадь вырезов складывается из 6 полуокружностей, эллипса и центрального выреза.

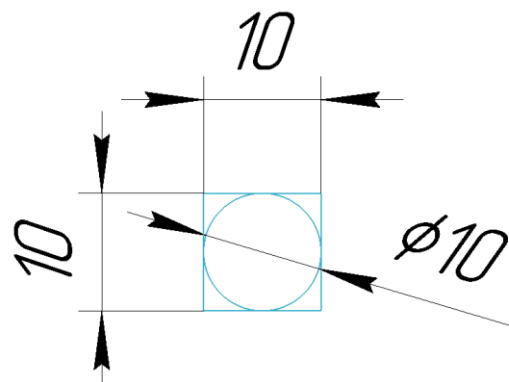
Площадь 6 полуокружностей $S_{\text{окр}} = 6 \cdot \frac{\pi R^2}{2} = 6 \cdot \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 150,80 \text{ мм}^2$.

Площадь эллипса $S_{\text{элл}} = \pi ab = \pi \cdot 9 \cdot 5 = 141,37 \text{ мм}^2$.

Площадь центрального отверстия предлагается рассмотреть, как разницу между квадратом, описывающим окружность, и самой окружностью радиусом 5 мм.

Площадь центрального отверстия $S_{\text{отв}} = 10^2 - \frac{\pi D^2}{4} = 10^2 - \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 21,46 \text{ мм}^2$.

Получаем $S_{\text{пласт}} = S_{\text{шест}} - S_{\text{окр}} - S_{\text{элл}} - S_{\text{отв}} = 2338,27 - 150,80 - 141,37 - 21,46 = 2024,64 \text{ мм}^2$.



Определяем объём пластины с учётом толщины 5 мм:

$$V_{\text{пласт}} = S_{\text{пласт}} \cdot t_{\text{пласт}} = 2024,64 \cdot 5 = 10123,20 \text{ мм}^3.$$

Масса пластины $m = \rho \cdot V_{\text{пласт}} = 7850 \text{ кг/м}^3 \cdot 10123,20 \text{ мм}^3 \cdot 10^{-9} = 0,08 \text{ кг}$.

Критерии проверки

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	10
Получен неверный ответ из-за вычислительных ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	7
Получен неверный ответ из-за незнания или неправильного применения формул, но при этом имеет верная последовательность всех шагов решения	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Вариант 2

Решение

Определяем объём пластины $V_{\text{пласт}} = m/\rho = 0,10331 \text{ кг}/7850 \text{ кг/м}^3 \cdot 10^9 = 13160,51 \text{ мм}^3$.

Далее определяем площадь сечения пластины $S_{\text{пласт}}$.

Существует несколько способов определения $S_{\text{пласт}}$, в решении приведён лишь один из них.

Сторона правильного шестиугольника $a = 30 \text{ мм}$.

Площадь правильного шестиугольника $S_{\text{шест}} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 30^2}{2} = 2338,27 \text{ мм}^2$.

Суммарная площадь вырезов складывается из 6 полуокружностей, эллипса и центрального выреза.

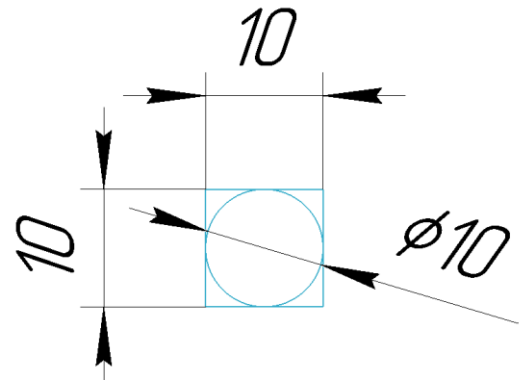
Площадь 6 полуокружностей $S_{\text{окр}} = 6 \cdot \frac{\pi R^2}{2} = 6 \cdot \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 150,80 \text{ мм}^2$.

Площадь эллипса $S_{\text{элл}} = \pi ab = \pi \cdot 9 \cdot 5 = 141,37 \text{ мм}^2$.

Площадь центрального отверстия предлагается рассмотреть, как разницу между квадратом, описывающем окружность, и самой окружностью радиусом 5 мм.

Площадь центрального отверстия $S_{\text{отв}} = 10^2 - \frac{\pi D^2}{4} = 10^2 - \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 21,46 \text{ мм}^2$.

Получаем $S_{\text{пласт}} = S_{\text{шест}} - S_{\text{окр}} - S_{\text{элл}} - S_{\text{отв}} = 2338,27 - 150,80 - 141,37 - 21,46 = 2024,64 \text{ мм}^2$.



Определяем толщину пластины $t_{\text{пласт}} = V_{\text{пласт}}/S_{\text{пласт}} = 13160,51/2024,64 = 6,5 \text{ мм}$.

Критерии проверки

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	10
Получен неверный ответ из-за вычислительных ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	7
Получен неверный ответ из-за незнания или неправильного применения формул, но при этом имеет верная последовательность всех шагов решения	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Вариант 3

Решение

Определяем максимально допустимый объём пластины $V_{\text{пласт}} = m/\rho = 0,1 \text{ кг}/7850 \text{ кг/м}^3 = 12738,85 \text{ мм}^3$.

Далее определяем площадь сечения пластины $S_{\text{пласт}}$.

Существует несколько способов определения $S_{\text{пласт}}$, в решении приведён лишь один из них.

Сторона правильного шестиугольника $a = 30 \text{ мм}$.

Площадь правильного шестиугольника $S_{\text{шест}} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{3\sqrt{3}\cdot 30^2}{2} = 2338,27 \text{ мм}^2$.

Суммарная площадь вырезов складывается из 6 полуокружностей, эллипса и центрального выреза.

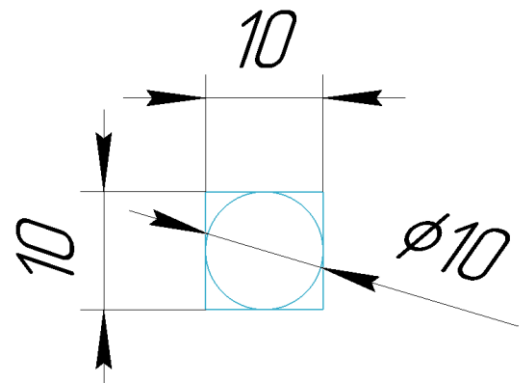
Площадь 6 полуокружностей $S_{\text{окр}} = 6 \cdot \frac{\pi R^2}{2} = 6 \cdot \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 150,80 \text{ мм}^2$.

Площадь эллипса $S_{\text{элл}} = \pi ab = \pi \cdot 9 \cdot 5 = 141,37 \text{ мм}^2$.

Площадь центрального отверстия предлагается рассмотреть, как разница между квадратом, описывающем окружность, и самой окружностью радиусом 5 мм.

Площадь центрального отверстия $S_{\text{отв}} = 10^2 - \frac{\pi D^2}{4} = 10^2 - \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 21,46 \text{ мм}^2$.

Получаем $S_{\text{пласт}} = S_{\text{шест}} - S_{\text{окр}} - S_{\text{элл}} - S_{\text{отв}} = 2338,27 - 150,80 - 141,37 - 21,46 = 2024,64 \text{ мм}^2$.



Определяем толщину пластины $t_{\text{пласт}} = V_{\text{пласт}}/S_{\text{пласт}} = 12738,85 / 2024,64 = 6,29 \text{ мм}$.

Округляем в меньшую сторону, окончательно принимаем $t_{\text{пласт}} = 6,20 \text{ мм}$.

Критерии проверки

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	10
Получен неверный ответ из-за вычислительных ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	7
Получен неверный ответ из-за незнания или неправильного применения формул, но при этом имеет верная последовательность всех шагов решения	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Вариант 4

Решение

Определяем объём пластины $V_{\text{пласт}} = m/\rho = 0,07947 \text{ кг}/7850 \text{ кг/м}^3 \cdot 10^9 = 10123,57 \text{ мм}^3$.

Далее определяем площадь сечения пластины $S_{\text{пласт}} = V_{\text{пласт}}/t_{\text{пласт}} = 10123,57 \text{ мм}^3/5 \text{ мм} = 2024,71 \text{ мм}^2$.

Существует несколько способов определения $S_{\text{пласт}}$, в решении приведён лишь один из них.

Сторона правильного шестиугольника $a = 30 \text{ мм}$.

Площадь правильного шестиугольника $S_{\text{шест}} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 30^2}{2} = 2338,27 \text{ мм}^2$.

Суммарная площадь вырезов складывается из 6 полуокружностей, эллипса и центрального выреза.

Площадь 6 полуокружностей $S_{\text{окр}} = 6 \cdot \frac{\pi R^2}{2} = 6 \cdot \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 150,80 \text{ мм}^2$.

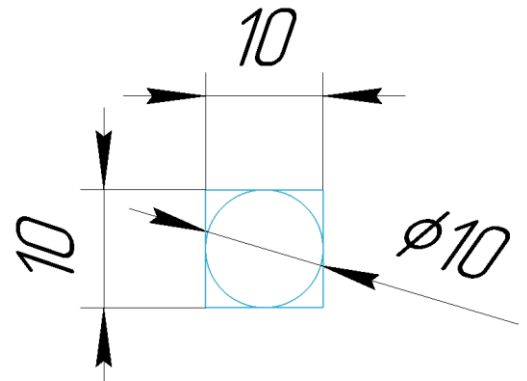
Площадь центрального отверстия предлагается рассмотреть, как разница между квадратом, описывающим окружность, и самой окружностью радиусом 5 мм.

Площадь центрального отверстия $S_{\text{отв}} = 10^2 - \frac{\pi D^2}{4} = 10^2 - \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 21,46 \text{ мм}^2$.

Тогда $S_{\text{пласт}} = S_{\text{шест}} - S_{\text{окр}} - S_{\text{элл}} - S_{\text{отв}}$.

С одной стороны, площадь эллипса $S_{\text{элл}} = S_{\text{шест}} - S_{\text{пласт}} - S_{\text{окр}} - S_{\text{отв}} = 2338,27 - 2024,71 - 150,80 - 21,46 = 141,30 \text{ мм}^2$.

С другой стороны, $S_{\text{элл}} = \pi ab = \pi \cdot a \cdot 5 = 5a\pi = 141,30 \text{ мм}^2 \Rightarrow a = \frac{141,30}{5\pi} = 9,00 \text{ мм}$.



Критерии проверки

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	10
Получен неверный ответ из-за вычислительных ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	7
Получен неверный ответ из-за незнания или неправильного применения формул, но при этом имеет верная последовательность всех шагов решения	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Вариант 5

Решение

Определяем объём пластины $V_{\text{пласт}} = m/\rho = 0,079467 \text{ кг}/7850 \text{ кг/м}^3 \cdot 10^9 = 10123,57 \text{ мм}^3$.

Далее определяем площадь сечения пластины $S_{\text{пласт}} = V_{\text{пласт}}/t_{\text{пласт}} = 10123,57 \text{ мм}^3/5 \text{ мм} = 2024,64 \text{ мм}^2$.

Существует несколько способов определения $S_{\text{пласт}}$, в решении приведён лишь один из них.

Сторона правильного шестиугольника $a = 30 \text{ мм}$.

Площадь правильного шестиугольника $S_{\text{шест}} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 30^2}{2} = 2338,27 \text{ мм}^2$.

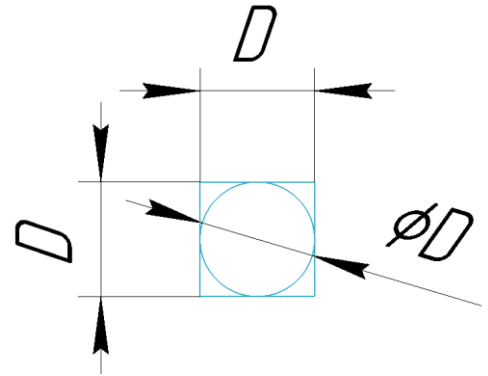
Суммарная площадь вырезов складывается из 6 полуокружностей, эллипса и центрального выреза.

Площадь 6 полуокружностей $S_{\text{окр}} = 6 \cdot \frac{\pi R^2}{2} = 6 \cdot \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 150,80 \text{ мм}^2$.

Площадь эллипса $S_{\text{элл}} = \pi ab = \pi \cdot 9 \cdot 5 = 141,37 \text{ мм}^2$.

Площадь центрального отверстия предлагается рассмотреть, как разницу между квадратом, описывающим окружность, и самой окружностью радиусом D мм.

Площадь центрального отверстия $S_{\text{отв}} = D^2 - \frac{\pi D^2}{4} = D^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 0,2146 \cdot D^2 \text{ мм}^2$.



Тогда $S_{\text{пласт}} = S_{\text{шест}} - S_{\text{окр}} - S_{\text{элл}} - S_{\text{отв}}$.

$S_{\text{отв}} = S_{\text{шест}} - S_{\text{пласт}} - S_{\text{окр}} - S_{\text{элл}} = 2338,27 - 2024,64 - 150,80 - 141,37 = 21,46 \text{ мм}^2$.

$$S_{\text{отв}} = 0,2146 \cdot D^2 \text{ мм}^2 = 21,46 \text{ мм}^2 \Rightarrow D = \sqrt{\frac{21,46}{0,2146}} = 10 \text{ мм} \Rightarrow R = \frac{D}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ мм}.$$

Критерии проверки

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	10
Получен неверный ответ из-за вычислительных ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	7
Получен неверный ответ из-за незнания или неправильного применения формул, но при этом имеет верная последовательность всех шагов решения	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Задача 2 (15 баллов)

Вариант 1

Решение

Весь процесс предлагается разделить на 4 этапа.

1. Подготовка исходной 3D-модели в программах для 3D-моделирования (CAD/САПР, Blender или другие) или использование инструментов 3D-сканирования.
2. Создание STL-файла. Импорт модели в программу – слайсер. Настройка масштаба модели, её ориентации в пространстве принтера, настройка температурного режима, скорости печати, высота печатаемых слоёв, настройка поддерживающих структур по необходимости. После всех настроек разбивка модели на слои.
3. Перенос gcode-файла на принтер. Подготовка принтера к печати, то есть калибровка стола, проверка состояния пластика (филамента в случае FDM-печати / фотополимера в случае SLA-печати), предварительный прогрев головки, стола и камеры (при наличии) 3D-принтера. Запуск на печать.
4. Снятие с печати и пост-печатная обработка. Удаление поддерживающих элементов, описание различных способов удаления поддержек. Сглаживание поверхности модели, использование растворителя. Шлифование. Процесс грунтовки и покраски.

Критерии проверки

№	Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
1	Упоминание в тексте следующих процессов:	15
1.1	Использование программ для 3D-моделирования: CAD/САПР, Blender и прочее, а также инструментов 3D-сканирования	2
1.2	Создание STL-файла модели. Импорт STL-файла в программу – слайсер	1
1.3	Обоснование выбора технологии печати: FDM или SLA. Наличие аргумента.	2
1.4	Обоснование выбора филамента (при FDM-печати) или фотополимера (при SLA-печати). Наличие аргумента.	2
1.5	Настройка параметров 3D-печати: температурный режим, скорость печати, высота печатаемых слоёв, настройка поддерживающих структур (по необходимости). Разбивка модели на слои.	3
1.6	Сохранение файла в формате gcode	1
1.7	Подготовка принтера к печати: калибровка стола, проверка состояния пластика (филамента), предварительный прогрев головки, стола и камеры (при наличии)	2
1.8	Мероприятия по пост-печатной обработке: удаление поддерживающих элементов различными способами, сглаживание поверхности модели различными способами, процесс грунтовки и покраски	2
1.9	Обоснование способа пост-печатной обработки. Наличие аргумента	1
2	Штрафные баллы:	-2
2.1	Перечислено менее половины процессов, описанных в критерии.	-1
2.2	Наличие грубых фактологических ошибок	-1

Вариант 2

Решение

Весь процесс предлагается разделить на 4 этапа.

1. Подготовка исходной 3D-модели в программах для 3D-моделирования (CAD/САПР, Blender или другие) или использование инструментов 3D-сканирования.
2. Создание STL-файла. Импорт модели в программу – слайсер. Настройка масштаба модели, её ориентации в пространстве принтера, настройка температурного режима, скорости печати, высота печатаемых слоёв, настройка поддерживающих структур по необходимости. После всех настроек разбивка модели на слои.
3. Перенос gcode-файла на принтер. Подготовка принтера к печати, то есть калибровка стола, проверка состояния пластика (филамента в случае FDM-печати / фотополимера в случае SLA-печати), предварительный прогрев головки, стола и камеры (при наличии) 3D-принтера. Запуск на печать.
4. Снятие с печати и пост-печатная обработка. Удаление поддерживающих элементов, описание различных способов удаления поддержек. Сглаживание поверхности модели, использование растворителя. Шлифование. Процесс грунтовки и покраски.

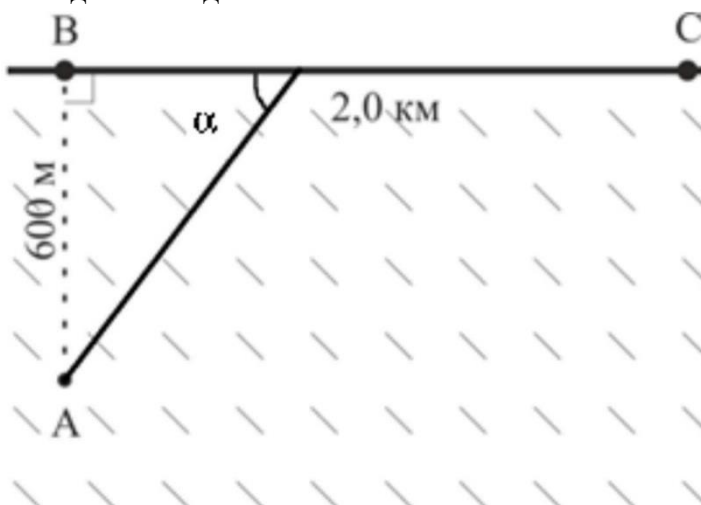
Критерии проверки

№	Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
1	Упоминание в тексте следующих процессов:	15
1.1	Использование программ для 3D-моделирования: CAD/САПР, Blender и прочее, а также инструментов 3D-сканирования	2
1.2	Создание STL-файла модели. Импорт STL-файла в программу – слайсер	1
1.3	Обоснование выбора технологии печати: FDM или SLA. Наличие аргумента.	2
1.4	Обоснование выбора филамента (при FDM-печати) или фотополимера (при SLA-печати). Наличие аргумента.	2
1.5	Настройка параметров 3D-печати: температурный режим, скорость печати, высота печатаемых слоёв, настройка поддерживающих структур (по необходимости). Разбивка модели на слои.	3
1.6	Сохранение файла в формате gcode	1
1.7	Подготовка принтера к печати: калибровка стола, проверка состояния пластика (филамента), предварительный прогрев головки, стола и камеры (при наличии)	2
1.8	Мероприятия по пост-печатной обработке: удаление поддерживающих элементов различными способами, сглаживание поверхности модели различными способами, процесс грунтовки и покраски	2
1.9	Обоснование способа пост-печатной обработки. Наличие аргумента	1
2	Штрафные баллы:	-2
2.1	Перечислено менее половины процессов, описанных в критерии.	-1
2.2	Наличие грубых фактологических ошибок	-1

Задача 3 (12 баллов)

Решение

Согласно принципу Ферма в оптике, свет движется из начальной точки в конечную по пути, соответствующем минимальному времени движения. Данный принцип можно применить для решения данной задачи.



Предположим, что дорога BC – это граница раздела двух сред, в которых свет распространяется со скоростями v_1 и v_2 соответственно. Мы будем пытаться определить траекторию луча, движущегося из точки A в точку, которая, согласно принципу Ферма, обеспечит минимальное время движения. Логично предполагая, что дрон хотя бы в самом конце пути к дому будет двигаться по проселочной дороге, получаем, что луч света часть пути должен распространяться вдоль границы двух сред. Такая ситуация реализуется при критическом угле падения на границу сред, при превышении которого в оптике происходит явление полного внутреннего отражения. Получаем, что для достижения минимального времени дрон, как и луч света, должен двигаться под углом, который определяется по формуле:

$$\cos\alpha = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{x}{y}.$$

Отсюда получаем длину пути:

$$L = 600 \cdot \frac{y - x}{\sqrt{y^2 - x^2}} + 2000.$$

Вариант	X	Y	L
1	20	50	2392.8
2	30	60	2346.4
3	25	70	2412.6
4	30	80	2404.5
5	20	80	2464.8

Задача 4 (10 баллов)

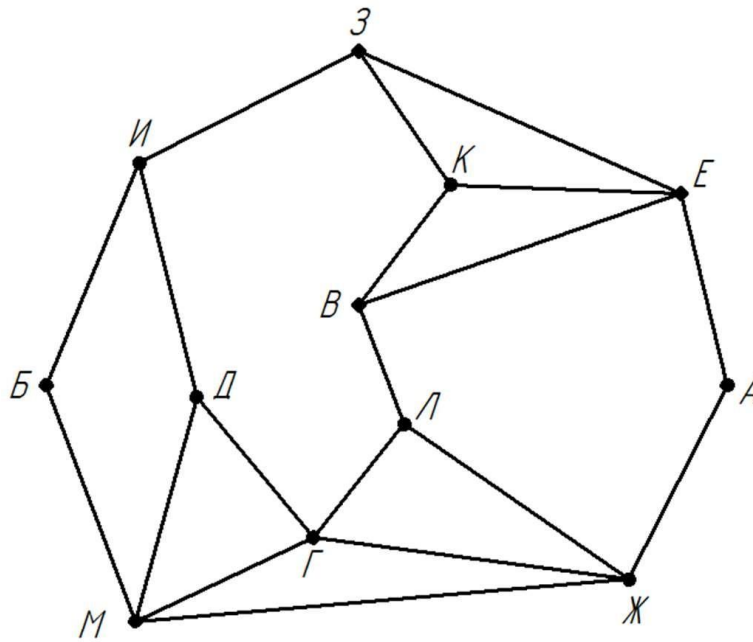
Решение

Вариант	1	2	3	4	5
Неизвестный размер	49	47	24	55	45

Задача 5 (15 баллов)

Решение

Заметим, что П6 и П9 — единственные вершины степени 2. Данные пункты отличаются тем, что П6 соединён с вершинами степени 3 и 4, а П9 соединён с двумя вершинами степени 4. Поэтому: П6 \equiv Б, П9 \equiv А, П2 \equiv И, П10 \equiv М. П7 соединяется с П10 и П2, следовательно П7 \equiv Д. П11 соединяется с П10 и П7, следовательно П11 \equiv Г. П12 соединяется с П10 и П11, следовательно П12 \equiv Ж. П8 соединяется с П11 и П12, следовательно П8 \equiv Л. П5 соединяется с П8, следовательно П5 \equiv В. П4 соединяется с П5 и П9, следовательно П4 \equiv Е. П3 соединяется с П5 и П4, следовательно П3 \equiv К. П1 соединяется с П2, П3 и П4, следовательно П1 \equiv З.



Используя алгоритм Дейкстры, вычисляется длина кратчайшего маршрута из одного пункта в другой.

Вариант	1	2	3	4	5
Х	1	12	6	5	11
У	10	2	9	7	4
Путь	28	27	32	21	17