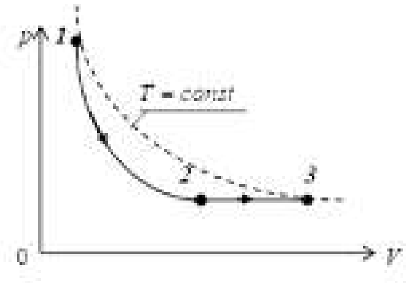
10 класс

Вариант 1

1. (6 баллов) Водород (H_2) расширяется сначала адиабатно, а затем – изобарно (см. рисунок). Конечная температура водорода равна начальной. При адиабатном расширении водород совершил работу, равную A_{12} = 6,5 кДж. Какую работу совершил водород при совершении обоих процессов?



Возможное решение.

В соответствии с первым началом термодинамики для адиабатного расширения водорода (процесс 1-2) получим:

$$0 = A_{12} + \Delta U ,$$

где $\Delta U = \nu C_V (T_2 - T_1)$ – изменение внутренней энергии водорода; $C_V = \frac{i}{2} R$ – молярная теплоёмкость водорода при постоянном объеме; ν – количество вещества водорода; i = 5 – число степеней свободы молекулы водорода.

Из этого уравнения следует, что

$$A_{12} = \nu C_V (T_1 - T_2) .$$

Из этого соотношения получим

$$T_2 = T_1 - \frac{A_{12}}{\nu C_V} .$$

Работа, совершаемая водородом при изобарном расширении:

$$A_{23} = p_2 (V_3 - V_2).$$

Уравнение состояния идеального газа для состояний 2 и 3:

$$p_2 V_2 = \nu R T_2,$$
$$p_2 V_3 = \nu R T_3.$$

Вычитая из уравнения для состояния 3 уравнение для состояния 2, получим:

$$A_{23} = \nu R (T_3 - T_2).$$

Выражая T_2, получим

$$A_{23} = \nu R T_3 - \nu R T_1 + \nu R \frac{A_{12}}{\nu C_V} = \frac{R A_{12}}{C_V} .$$

По условию задачи

$$T_3 = T_1.$$

Искомая работа равна

$$A_{123} = A_{12} + A_{23} .$$

В результате всех рассуждений получаем:

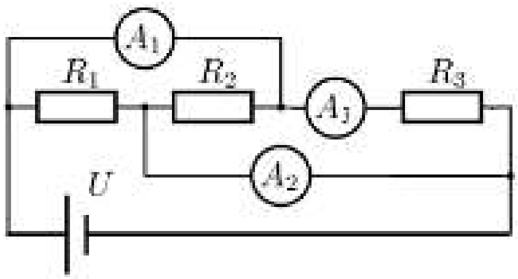
$$A_{123} = A_{12}\frac{i+2}{i} = 9{,}1\text{ кДж.}$$

Ответ: $A_{123} = A_{12}\frac{i+2}{i} = 9{,}1$ кДж.

Критерии оценивания

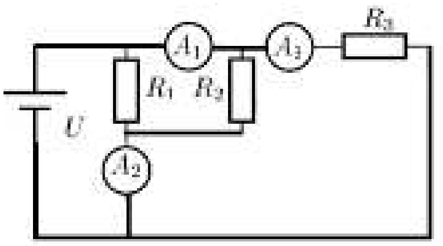
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение по первому началу термодинамики для адиабатного процесса	**1**
Получено выражение для температуры T_2	**1**
Записаны уравнения состояний	**1**
Получено выражение для работы A_{23}	**1**
Получено выражение для работы A_{123} в общем виде	**1**
Получено численное значение работы газа	**1**
Всего баллов	**6**

2. (4 балла) В электрической цепи, изображенной на схеме и содержащей батарейку, резисторы и идеальные амперметры, сила тока, проходящего через резистор R_3, равна I_3 = 1 мА. Сопротивление резистора R_3 = 3 кОм. Чему равно напряжение U батарейки? Внутренним сопротивлением батарейки пренебречь.



Возможное решение.

Преобразуем схему цепи. Учитывая, что амперметры идеальные, а внутренним сопротивлением батарейки пренебрегаем, получим, что



$$U = I_3R_3 = 3\text{ В}.$$

Ответ: $U = I_3R_3 = 3$ В.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Выполнено преобразование схемы	**2**
Записан закон Ома для режима ветви 3	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

3. (4 балла) Небольшой брусок съезжает без начальной скорости с вершины гладкой наклонной плоскости высотой h, плавно переходящей в горизонтальный шероховатый участок. Сразу после въезда на горизонтальный участок мощность силы трения, приложенной к бруску, равна P. Коэффициент трения на горизонтальном участке постоянен и равен μ. Определите массу бруска.

Возможное решение.

Мощность силы трения определяется выражением

$$P = F_{\text{тр}}V = \mu mg\sqrt{2gh}\,,$$

где V – скорость бруска, m – его масса. Тогда масса бруска равна

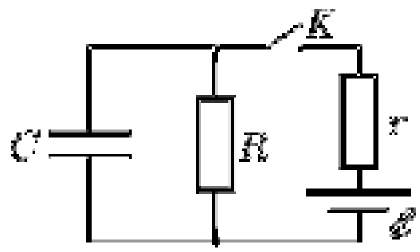
$$m = \frac{P}{\mu g\sqrt{2gh}}\,.$$

Ответ: $m = \frac{P}{\mu g\sqrt{2gh}}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для скорости бруска	**1**
Записано выражение для мощности	**2**
Получен окончательный ответ	**1**
Всего баллов	**4**

4. (6 баллов) Электрическая цепь, схема которой изображена на рисунке, состоит из источника постоянного тока с ЭДС Ɛ и внутренним сопротивлением r, конденсатора ёмкостью C и резистора R. В начальный момент конденсатор не заряжен. Ключ K в схеме сначала замыкают, а затем размыкают в тот момент, когда скорость изменения энергии, запасаемой в конденсаторе, достигает максимума. Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

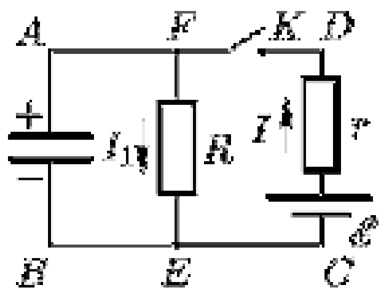


Возможное решение.

Напряжения на конденсаторе и резисторе равны. Рассмотрим произвольный момент времени процесса зарядки конденсатора. Пусть в этот момент времени напряжение на конденсаторе равно u. За очень малый промежуток времени Δt, начинающийся в момент времени t, заряд конденсатора увеличится на Δq, это значит, что по ветви, содержащей конденсатор протекает электрический ток силой

$$i_C = \frac{\Delta q}{\Delta t}\,.$$

Тогда скорость изменения энергии конденсатора может быть вычислена как



и

$$P = ui_C\ .$$

Для контура *ABCD*

$$ir + u = \mathcal{E}\ ,$$

$$i = \frac{\mathcal{E} - u}{r}\ .$$

Для контура *ABEF*, учитывая, что

$$i_R = i - i_C,$$

получим

$$u = (i - i_C)R.$$

Тогда

$$i_C = \frac{\mathcal{E}R - u(R + r)}{Rr}.$$

Исследуем на максимум величину *P*, являющейся квадратичной функцией аргумента *u*:

$$P = u\frac{\mathcal{E}}{r} - u^2\frac{R + r}{Rr}$$

Максимум этого выражения достигается при напряжении

$$u_m = \frac{R\mathcal{E}}{2(R + r)}\ .$$

Это же напряжение будет и на конденсаторе в момент размыкания ключа. Тогда количество теплоты, выделившееся в цепи после размыкания ключа, равно:

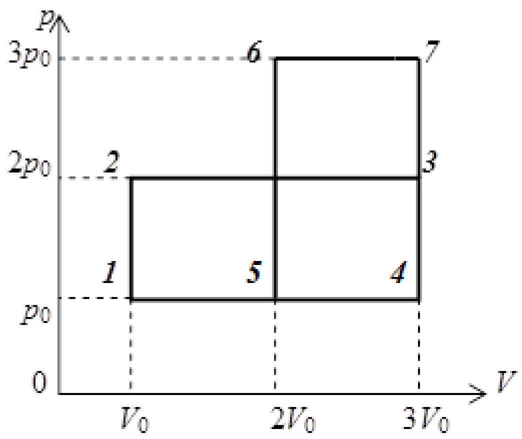
$$Q = \frac{Cu_m^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{8}\left(\frac{R}{R + r}\right)^2\ .$$

Ответ: $Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{8}\left(\frac{R}{R+r}\right)^2$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для скорости изменения энергии конденсатора	**1**
Записаны выражения по второму правилу Кирхгофа для контуров *ABCD* и *ABEF*	**2 (по одному для каждого контура)**

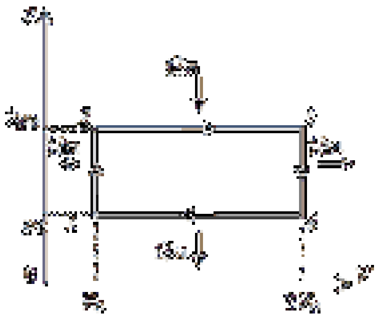
Записано выражение для тока в ветви, содержащей конденсатор	**1**
Получено выражение для напряжения при максимальной скорости изменения энергии конденсатора	**1**
Произведены необходимые преобразования и получен ответ	**1**
Всего баллов	**6**



5. (4 балла) Определите отношение η_1/η_2 коэффициентов полезного действия двух циклических процессов, проведённых с идеальным одноатомным газом: 1-2-3-4-1 (первый процесс) и 5-6-7-4-5 (второй процесс). Графики процессов представлены на рисунке.

Возможное решение.

На рисунке представлен цикл 1-2-3-4-1. Здесь же показано подведённая к газу Q_{12}, Q_{23} и отведённая от газа Q_{34}, Q_{41} теплота.



КПД цикла 1-2-3-4-1 равен:

$$\eta_1 = \frac{Q_{12} + Q_{23} - Q_{34} - Q_{41}}{Q_{12} + Q_{23}},$$

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1),$$

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2),$$

$$Q_{34} = \nu C_V (T_3 - T_4),$$

$$Q_{41} = \nu C_p (T_4 - T_1),$$

$$C_V = \frac{i}{2} R,$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Запишем уравнения состояния идеального газа для всех состояний:

$$p_0 V_0 = \nu R T_1,$$

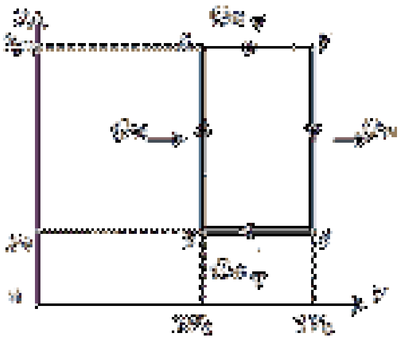
$$2p_0 V_0 = \nu R T_2,$$

$$2p_0 3V_0 = \nu R T_3,$$

$$p_0 3V_0 = \nu R T_4.$$

Тогда

$$\eta_1 = \frac{4}{5i + 8} = \frac{4}{5 \cdot 3 + 8} = \frac{4}{23}.$$



На следующем рисунке представлен цикл 5-6-7-4-5. Здесь же показано подведённое к газу Q_{56}, Q_{67} и отведённое от газа Q_{34}, Q_{41} тепло. КПД цикла 5-6-7-4-5 равен:

$$\eta_2 = \frac{Q_{56} + Q_{67} - Q_{74} - Q_{45}}{Q_{56} + Q_{67}},$$

$$Q_{56} = \nu C_V (T_6 - T_5),$$

$$Q_{67} = \nu C_p (T_7 - T_6),$$

$$Q_{74} = \nu C_V (T_7 - T_4),$$

$$Q_{45} = \nu C_p (T_4 - T_5).$$

Запишем уравнения состояния идеального газа для всех состояний:

$$p_0 2V_0 = \nu R T_5,$$

$$3p_0 2V_0 = \nu R T_6,$$

$$3p_0 3V_0 = \nu R T_7,$$

$$p_0 3V_0 = \nu R T_4.$$

Тогда

$$\eta_2 = \frac{4}{7i + 6} = \frac{4}{7 \cdot 3 + 6} = \frac{4}{27}.$$

Окончательно получаем:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{4}{5i + 8} : \frac{4}{7i + 6} = \frac{7i + 6}{5i + 8} = \frac{7 \cdot 3 + 6}{5 \cdot 3 + 8} = \frac{27}{23} = 1{,}17.$$

Ответ: $\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{7i+6}{5i+8} = 1{,}17$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записаны выражения для количеств теплоты и уравнения состояния в первом процессе	**1**
Записаны выражения для количеств теплоты и уравнения состояния во втором процессе	**1**
Рассчитаны коэффициенты полезного действия для обоих циклов	**1**
Получен окончательный ответ	**1**
Всего баллов	**4**

6. (6 баллов) К малому телу массой m = 5 кг, неподвижно лежащему на горизонтальной неоднородной поверхности, приложили постоянную горизонтальную силу $F = 25$ Н. Найдите работу сил трения за время движения бруска от момента приложения силы до остановки, если коэффициент трения по этой поверхности при движении тела зависит от пройденного пути x , как $\mu = \gamma x$, где $\gamma = 0{,}25$ м$^{-1}$ – постоянная величина. Считайте, что если в процессе движения значение коэффициента трения становится равным 1, то в дальнейшем оно не изменяется.

Возможное решение.

Изменение кинетической энергии тела равно работе внешних сил. Тело начало движение из состояния покоя, конечным же состоянием было также состояние покоя. Внешними силами, совершающими работу, были приложенная горизонтальная сила и сила трения скольжения. Суммарная работа этих сил, совершенная до остановки тела, равна

$$Fx_{\text{ост}} - \frac{\mu m g x_{\text{ост}}^2}{2} = 0 .$$

Подставим в полученное уравнение зависимость коэффициента трения от пройденного расстояния:

$$Fx_{\text{ост}} - \frac{\gamma m g x_{\text{ост}}^3}{2} = 0 .$$

Тело остановится, пройдя расстояние

$$x_{\text{ост}} = \sqrt{\frac{2F}{\gamma m g}} = 2 \text{ м} .$$

Рассчитаем значение коэффициент трения тела о поверхность на таком расстоянии:

$$\mu = \gamma x_{\text{ост}} = 0{,}5 .$$

Работа сил трения равна

$$A_{\text{тр}} = -Fx_{\text{ост}} = -F\sqrt{\frac{2F}{\gamma m g}} = -500 \text{ Дж} .$$

Ответ: $A_{\text{тр}} = -F\sqrt{\frac{2F}{\gamma m g}} = -500$ Дж .

Критерии оценивания

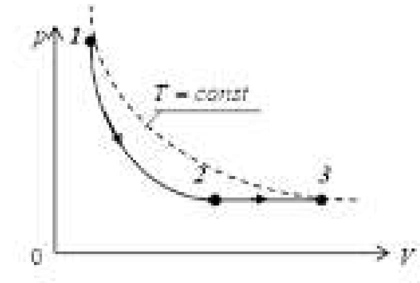
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Применена теорема о кинетической энергии	**1**
Записано выражение для суммарной работы сил	**1**
Записано выражение для перемещения до остановки	**1**
Сделана оценка коэффициента трения в точке остановки	**1**

Произведены необходимые преобразования и получен ответ в общем виде	**1**
Получен численный ответ	**1**
Всего баллов	**6**

10 класс

Вариант 2

1. (6 баллов) Кислород (O_2) расширяется сначала адиабатно, а затем – изобарно (см. рисунок). Конечная температура кислорода равна начальной. При совершении обоих процессов кислород совершил работу, равную A = 7 кДж. Какую работу совершил кислород при адиабатном расширении?



Возможное решение.

В соответствии с первым началом термодинамики для адиабатного расширения кислорода (процесс 1-2) получим:

$$0 = A_{12} + \Delta U\ ,$$

где $\Delta U = \nu C_V(T_2 - T_1)$ – изменение внутренней энергии кислорода; $C_V = \frac{i}{2}R$ – молярная теплоёмкость кислорода при постоянном объеме; ν – количество вещества кислорода; i = 5 – число степеней свободы молекулы кислорода.

Из этого уравнения следует, что

$$A_{12} = \nu C_V(T_1 - T_2)\ .$$

Из этого соотношения получим

$$T_2 = T_1 - \frac{A_{12}}{\nu C_V}\ .$$

Работа, совершаемая кислородом при изобарном расширении:

$$A_{23} = p_2(V_3 - V_2).$$

Уравнение состояния идеального газа для состояний 2 и 3:

$$p_2V_2 = \nu RT_2,$$

$$p_2V_3 = \nu RT_3.$$

Вычитая из уравнения для состояния 3 уравнение для состояния 2, получим:

$$A_{23} = \nu R(T_3 - T_2).$$

Выражая T_2, получим

$$A_{23} = \nu RT_3 - \nu RT_1 + \nu R\frac{A_{12}}{\nu C_V} = \frac{RA_{12}}{C_V}\ .$$

По условию задачи

$$T_3 = T_1.$$

Работа при совершении обоих процессов равна

$$A_{123} = A_{12} + A_{23}\ .$$

В результате всех рассуждений получаем:

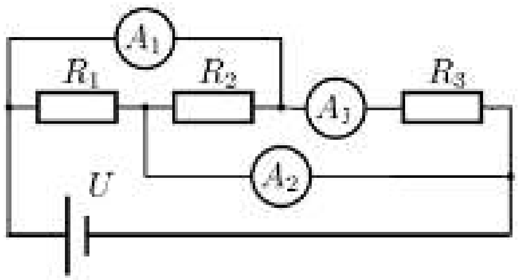
$$A_{12} = A_{123}\frac{i}{i+2} = 5\ \text{кДж}.$$

Ответ: $A_{12} = A_{123}\frac{i}{i+2} = 5$ кДж.

Критерии оценивания

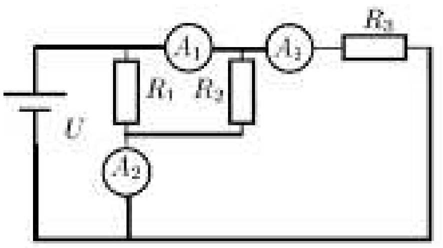
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение по первому началу термодинамики для адиабатного процесса	**1**
Получено выражение для температуры T_2	**1**
Записаны уравнения состояний	**1**
Получено выражение для работы A_{23}	**1**
Получено выражение для работы A_{12} в общем виде	**1**
Получено численное значение работы A_{12}	**1**
Всего баллов	**6**

2. (4 балла) Электрическая цепь, изображенная на схеме, содержит батарейку, резисторы и идеальные амперметры. Показание амперметра A_3 равно $I_3 = 2$ мА. Сопротивления резисторов равны $R_2 = 2$ кОм, $R_3 = 4$ кОм. Определите показание амперметра A_1.



Возможное решение.

Преобразуем схему цепи. Напряжения на резисторах R_2 и R_3 одинаковы, так как резисторы соединены параллельно:



$$I_3R_3 = I_2R_2\ ,$$

$$I_2 = I_3\frac{R_3}{R_2}.$$

Здесь ток через резистор R_2 обозначен как I_2. Ток через амперметр A_1 равен сумме токов I_2 и I_3:

$$I_1 = I_3\left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) = 6\ \text{мА}.$$

Ответ: $I_1 = I_3\left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) = 6$ мА.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Выполнено преобразование схемы	**1**

Записано выражение для равенства напряжений на резисторах R_2 и R_3	**1**
Получено выражение для тока через амперметр A_1	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

3. (4 балла) Небольшой брусок массой m съезжает без начальной скорости с вершины гладкой наклонной плоскости высотой h, плавно переходящей в горизонтальный шероховатый участок. Коэффициент трения на горизонтальном участке постоянен и равен μ. Определите мощность силы трения в начале горизонтального участка.

Возможное решение.

Мощность силы трения определяется выражением

$$P = F_{\text{тр}}V = \mu mg\sqrt{2gh}\,,$$

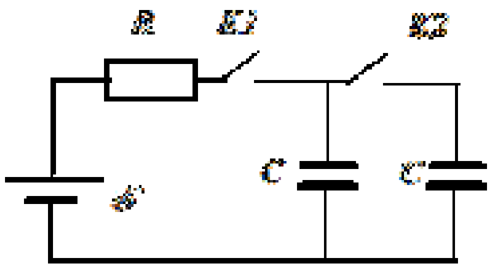
где V – скорость бруска.

Ответ: $P = F_{\text{тр}}V = \mu mg\sqrt{2gh}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для скорости бруска	**2**
Записано выражение для мощности	**2**
Всего баллов	**4**

4. (6 баллов) Электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке, состоит из источника электрической энергии с э.д.с. $\mathcal{E}$ и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, резистора сопротивлением R, двух конденсаторов емкостью C каждый и двух ключей. Конденсаторы не заряжены. Ключи находятся в разомкнутом состоянии. Сначала замыкают ключ K_1. После завершения зарядки конденсатора ключ размыкают. После этого замыкают ключ K_2. После окончания всех переходных процессов опять замыкают ключ K_1. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за промежуток времени от момента первого замыкания ключа K_1 до окончания переходных процессов после повторного замыкания этого ключа.



Возможное решение.

После замыкания ключа K_1 происходит зарядка левого по схеме конденсатора до напряжения, равного э.д.с. источника. При этом по цепи проходит электрический заряд, равный

$$q_1 = C\mathcal{E}\,.$$

Конденсатор приобретает потенциальную энергию

$$W_1 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

Работа, совершенная источником электрической энергии по переносу заряда по цепи, равна

$$A_1 = q_1\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2 .$$

В резисторе выделяется количество теплоты, равное

$$Q_1 = A_1 - W_1 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

После размыкания ключа K_1 заряд конденсатора не изменяется, также не изменяется напряжение на нем. При замыкании ключа K_2 образуется контур, состоящий из двух конденсаторов и соединительных проводов. В этом контуре выполняется закон сохранения заряда. Напряжение на конденсаторах по окончании процессов перезарядки рассчитывается следующим образом:

$$C\mathcal{E} = 2CU_2 ,$$

$$U_2 = \frac{\mathcal{E}}{2}.$$

$$W_2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{4}.$$

<u>Примечание.</u> *Для объяснения потери энергии при перезарядке конденсаторов могут быть применены несколько формализованных подходов, использующих экстремальные значения параметров контура. 1. Можно считать бесконечно малыми, но не нулевыми значения индуктивностей соединительных проводов, при этом в контуре возникают колебания бесконечно большой частоты, а значит, пренебрегать излучением энергии электромагнитного поля, пропорциональной четвертой степени частоты, уже нельзя. 2. Можно считать, что при бесконечно малых значениях сопротивлений соединительных проводов при перезарядке возникает бесконечно большой ток в течение бесконечно малого времени, т.е. движущийся в цепи заряд обладает бесконечно большим ускорением а значит, пренебрегать излучением энергии электромагнитного поля, пропорциональной квадрату ускорения заряда, уже нельзя. 3. Подход, используемый в теории цепей, предполагает, что при протекании бесконечно большого тока через бесконечно малое сопротивление соединительных проводов за бесконечно малое время выделяется конечное количество теплоты.*

После повторного замыкания ключа K_1 происходит зарядка соединенных параллельно конденсаторов от имеющегося на них напряжения $\mathcal{E}/2$ до напряжения, равного э.д.с. источника. При этом по цепи проходит электрический заряд, равный

$$q_3 = 2C\frac{\mathcal{E}}{2} = C\mathcal{E} .$$

Конденсаторы приобретает потенциальную энергию

$$W_3 = \frac{2C\mathcal{E}^2}{2} = C\mathcal{E}^2.$$

Работа, совершенная источником электрической энергии по переносу заряда по цепи, равна

$$A_3 = q_3\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2 .$$

В резисторе выделяется количество теплоты, равное

$$Q_3 = A_3 - (W_3 - W_2) = \frac{C\mathcal{E}^2}{4} .$$

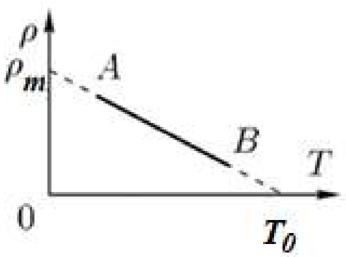
Всего в резисторе выделилось количество теплоты, равное

$$Q = Q_1 + Q_3 = \frac{3}{4}C\mathcal{E}^2 .$$

Ответ: $Q = \frac{3C\mathcal{E}^2}{4}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для энергии конденсатора при замыкании ключа $К_1$	**1**
Записано выражение для работы источника	**1**
Записано выражение для количества выделившейся теплоты	**1**
Рассчитано напряжение на конденсаторах при размыкании ключа $К_1$ и замыкании ключа $К_2$	**1**
Записано выражение для количества выделившейся теплоты при втором замыкании ключа $К_1$	**1**
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	**1**
Всего баллов	**6**



5. (4 балла) В идеальном газе осуществляют процесс *AB*, изображённом на рисунке в координатах (ρ, *T*), где ρ – плотность газа, а *T* – его температура. Определите температуру, при которой давление газа в данном процессе максимально. Температура T_0 известна. Считайте, что $T_A < T_0 / 3$, а $T_B > 3T_0 / 4$.

Возможное решение.

Зависимость ρ(*T*) имеет вид

$$\rho = \rho_m - \frac{\rho_m}{T_0}T .$$

Учитывая, что

$$p = \frac{\rho}{\mu} RT ,$$

получим

$$p = \rho_m \frac{R}{\mu T_0} T(T_0 - T) .$$

Максимум давления достигается при $T = T_0/2$.

Ответ: $T = T_0/2$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записана зависимость плотности от температуры в процессе	**1**
Записано уравнение Клапейрона – Менделеева	**1**
Записана зависимость давления от температуры	**1**
Определена температура, при которой достигается максимум давления	**1**
Всего баллов	**4**

6. (6 баллов) К малому телу массой m = 4 кг, неподвижно лежащему на горизонтальной неоднородной поверхности, приложили постоянную горизонтальную силу F = 20 Н. Коэффициент трения по этой поверхности при движении тела зависит от пройденного пути x , как $\mu = \gamma x$, где γ = 0,20 м$^{-1}$ – постоянная величина. Определите расстояние, пройденное телом до остановки. Считайте, что если в процессе движения значение коэффициента трения становится равным 1, то в дальнейшем оно не изменяется.

Возможное решение.

Изменение кинетической энергии тела равно работе внешних сил. Тело начало движение из состояния покоя, конечным же состоянием было также состояние покоя. Внешними силами, совершающими работу, были приложенная горизонтальная сила и сила трения скольжения. Суммарная работа этих сил, совершенная до остановки тела, при условии линейной зависимости коэффициента трения от расстояния равна

$$F x_{\text{ост}} - \frac{\mu m g x_{\text{ост}}^2}{2} = 0 .$$

Подставим в полученное уравнение зависимость коэффициента трения от пройденного расстояния:

$$F x_{\text{ост}} - \frac{\gamma m g x_{\text{ост}}^3}{2} = 0 .$$

Тело остановится, пройдя расстояние

$$x_{\text{ост}} = \sqrt{\frac{2F}{\gamma m g}} \approx 2{,}24 \text{ м} .$$

Рассчитаем значение коэффициент трения тела о поверхность на таком расстоянии, чтобы убедиться, что $x_{\text{ост}}$ находится в зоне линейной зависимости коэффициента трения от расстояния:

$$\mu = \sqrt{\frac{2F\gamma}{mg}} \approx 0{,}45 < 1 .$$

Ответ: $x_{\text{ост}} = \sqrt{\frac{2F}{\gamma m g}} \approx 2{,}24 \text{ м} .$

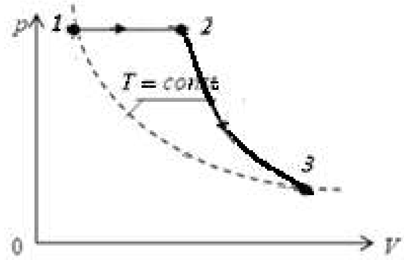
Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Применена теорема о кинетической энергии	**2**
Записано выражение для суммарной работы сил	**1**
Записано выражение для перемещения до остановки	**1**
Сделана оценка коэффициента трения в точке остановки	**1**
Получен численный ответ	**1**
Всего баллов	**6**

10 класс

Вариант 3

1. (6 баллов) Гелий (He) расширяется сначала изобарно, а затем – адиабатно (см. рисунок). Конечная температура гелия равна начальной. При адиабатном расширении гелий совершил работу, равную $A = 9$ кДж. Какую работу совершил гелий при совершении обоих процессов?



Возможное решение.

В соответствии с первым началом термодинамики для адиабатного расширения гелия (процесс 2-3) получим:

$$0 = A_{23} + \Delta U\ ,$$

где $\Delta U = \nu C_V(T_3 - T_2)$ – изменение внутренней энергии гелия; $C_V = \frac{i}{2}R$ – молярная теплоёмкость гелия при постоянном объеме; ν – количество вещества гелия; $i = 3$ – число степеней свободы молекулы гелия.

По условию задачи

$$T_3 = T_1.$$

Поэтому можно записать:

$$A_{23} = \nu C_V(T_2 - T_1)\ .$$

Из этого соотношения получим

$$T_2 = T_1 + \frac{A_{23}}{\nu C_V}\ .$$

Работа, совершаемая гелием при изобарном расширении:

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1).$$

Уравнение состояния идеального газа для состояний 1 и 2:

$$p_1V_1 = \nu RT_1,$$

$$p_1V_2 = \nu RT_2.$$

Вычитая из уравнения для состояния 2 уравнение для состояния 1, получим:

$$A_{12} = \nu R(T_2 - T_1).$$

Выражая T_2, получим

$$A_{12} = \nu RT_1 + \nu R\frac{A_{23}}{\nu C_V} - \nu RT_1 = \frac{RA_{23}}{C_V}\ .$$

Искомая работа равна

$$A_{123} = A_{12} + A_{23}\ .$$

В результате всех рассуждений получаем:

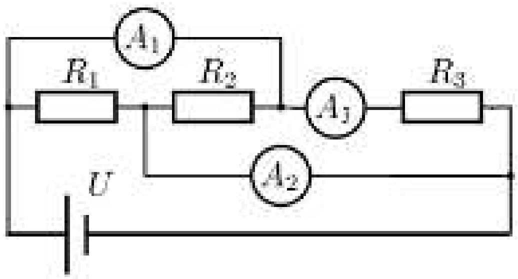
$$A_{123} = A_{23}\frac{i+2}{i} = 15 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A_{123} = A_{23}\frac{i+2}{i} = 15$ кДж.

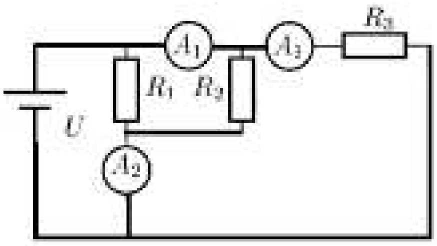
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение по первому началу термодинамики для адиабатного процесса	**1**
Получено выражение для температуры T_2	**1**
Записаны уравнения состояний	**1**
Получено выражение для работы A_{12}	**1**
Получено выражение для работы A_{123} в общем виде	**1**
Получено численное значение работы газа	**1**
Всего баллов	**6**

2. (4 балла) Электрическая цепь, изображенная на схеме, содержит батарейку, резисторы и идеальные амперметры. Показание амперметра A_3 равно I_3 = 4 мА. Сопротивления резисторов равны $R_1 = R_2 = 4$ кОм, R_3 = 8 кОм. Определите показание амперметра A_2.



Возможное решение.



Преобразуем схему цепи. Напряжения на всех резисторах одинаковы, так как резисторы соединены параллельно:

$$I_3R_3 = I_2R_2 = I_1R_1\,,$$

$$I_1 = I_2 = I_3\frac{R_3}{R_2}\,.$$

Здесь токи через резисторы R_1 и R_2 обозначены как I_1 и I_2 соответственно. Ток через амперметр A_2 равен сумме токов I_1 и I_2:

$$I_{\text{A}2} = 2I_3\frac{R_3}{R_2} = 16 \text{ мА}\,.$$

Ответ: $I_{\text{A}2} = 2I_3\frac{R_3}{R_2} = 16$ мА .

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Выполнено преобразование схемы	**1**

Записано выражение для равенства напряжений на резисторах	**1**
Получено выражение для тока через амперметр A_2	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

3. (4 балла) Небольшой брусок массой m съезжает без начальной скорости с вершины гладкой наклонной плоскости высотой h, плавно переходящей в горизонтальный шероховатый участок. Мощность силы трения в начале горизонтального участка равна P. Определите коэффициент трения на горизонтальном участке.

Возможное решение.

Мощность силы трения определяется выражением

$$P = F_{\text{тр}}V = \mu mg\sqrt{2gh}\,,$$

где V – скорость бруска. Коэффициент трения равен

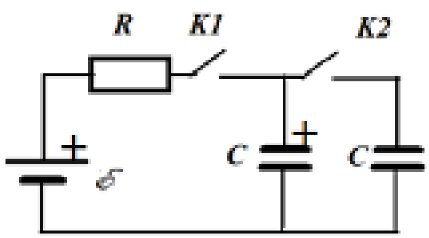
$$\mu = \frac{P}{mg\sqrt{2gh}}\,.$$

Ответ: $\mu = \frac{P}{mg\sqrt{2gh}}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для скорости бруска	**1**
Записано выражение для мощности	**2**
Получен окончательный ответ	**1**
Всего баллов	**4**

4. (6 баллов) Электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке, состоит из источника электрической энергии с э.д.с. $\mathcal{E}$ и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, резистора сопротивлением R, двух конденсаторов емкостью C каждый и двух ключей. Ключи находятся в разомкнутом состоянии. Один из конденсаторов заряжен, заряд его верхней по схеме обкладки равен $+q$, нижней $-q$. Сначала замыкают ключ K_2. После окончания всех переходных процессов замыкают ключ K_1. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за промежуток времени от момента замыкания ключа K_2 до момента окончания переходных процессов после замыкания ключа K_1.



Возможное решение.

При замыкании ключа K_2 образуется контур, состоящий из двух конденсаторов и соединительных проводов. В этом контуре выполняется закон сохранения заряда. Напряжение на конденсаторах по окончании процессов перезарядки рассчитывается следующим образом:

$$q = 2CU\ ,$$

$$U = \frac{q}{2C}\,.$$

Суммарная энергия, накопленная конденсаторами, равна

$$W = \frac{q^2}{4C}\,.$$

Примечание. *Для объяснения потери энергии при перезарядке конденсаторов могут быть применены несколько формализованных подходов, использующих экстремальные значения параметров контура. 1. Можно считать бесконечно малыми, но не нулевыми значения индуктивностей соединительных проводов, при этом в контуре возникают колебания бесконечно большой частоты, а значит, пренебрегать излучением энергии электромагнитного поля, пропорциональной четвертой степени частоты, уже нельзя. 2. Можно считать, что при бесконечно малых значениях сопротивлений соединительных проводов при перезарядке возникает бесконечно большой ток в течение бесконечно малого времени, т.е. движущийся в цепи заряд обладает бесконечно большим ускорением а значит, пренебрегать излучением энергии электромагнитного поля, пропорциональной квадрату ускорения заряда, уже нельзя. 3. Подход, используемый в теории цепей, предполагает, что при протекании бесконечно большого тока через бесконечно малое сопротивление соединительных проводов за бесконечно малое время выделяется конечное количество теплоты.*

После замыкания ключа K_1 происходит перезарядка конденсаторов до напряжения, равного э.д.с. источника. При этом по цепи проходит электрический заряд, равный

$$q_1 = 2C\mathcal{E} - q\ .$$

Конденсаторы приобретают потенциальную энергию

$$W_1 = C\mathcal{E}^2\ .$$

Работа, совершенная источником электрической энергии по переносу заряда по цепи, равна

$$A_1 = q_1\mathcal{E} = \mathcal{E}(2C\mathcal{E} - q) = 2C\mathcal{E}^2 - q\mathcal{E}\ .$$

В резисторе выделяется количество теплоты, равное

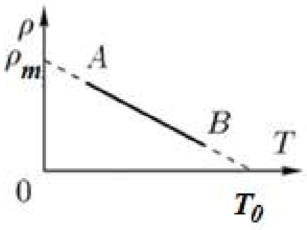
$$Q = A_1 - W_1 = C\mathcal{E}^2 - q\mathcal{E}\ .$$

Ответ: $Q = C\mathcal{E}^2 - q\mathcal{E}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**

Рассчитано напряжение на конденсаторах при замыкании ключа $К_2$	**2**
Записано выражение для энергии конденсаторов при замыкании ключа $К_2$	**1**
Записано выражение для заряда, прошедшего по цепи после замыкания ключа $К_1$	**1**
Записано выражение для работы источника	**1**
Записано выражение для количества выделившейся теплоты	**1**
Всего баллов	**6**



5. (4 балла) В идеальном газе осуществляют процесс AB, изображённом на рисунке в координатах (ρ, T), где ρ – плотность газа, а T – его температура. Определите плотность газа, при которой давление газа в данном процессе максимально. Плотность ρ_m известна. Считайте, что $\rho_B < \rho_m / 3$, а $\rho_A > 3\rho_m / 4$.

Возможное решение.

Зависимость $T(\rho)$ имеет вид

$$T = T_0 - \frac{T_0}{\rho_m}\rho \, .$$

Учитывая, что

$$p = \frac{\rho}{\mu}RT \, ,$$

получим

$$p = \frac{T_0 R}{\mu \rho_m}\rho(\rho_0 - \rho) \, .$$

Максимум давления достигается при $\rho = \rho_m/2$.

Ответ: $\rho = \rho_m/2$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записана зависимость температуры от плотности в процессе	**1**
Записано уравнение Клапейрона – Менделеева	**1**
Записана зависимость давления от плотности	**1**
Определена плотность газа, при которой достигается максимум давления	**1**
Всего баллов	**4**

6. (6 баллов) К малому телу массой m = 2 кг, неподвижно лежащему на горизонтальной неоднородной поверхности, приложили постоянную горизонтальную силу F = 75 Н. Коэффициент трения по этой поверхности при движении тела зависит от пройденного пути x , как $\mu = 1 - \gamma x$, где $\gamma = 0{,}15$ м$^{-1}$ – постоянная величина. Определите скорость тела в тот момент времени, когда коэффициент трения становится равным 0. Считайте, что если в процессе движения значение коэффициента трения становится равным 0, то в дальнейшем оно не изменяется.

Возможное решение.

Изменение кинетической энергии тела равно работе внешних сил. Внешними силами, совершающими работу, были приложенная горизонтальная сила и сила трения скольжения. Суммарная работа этих сил, совершенная при движении тела по шероховатой части поверхности равна

$$Fx - \frac{\mu_{max} mgx^2}{2} = \frac{mV^2}{2}.$$

Здесь x – координата точки, где коэффициент трения становится равным 0, V – скорость в этой точке. Подставим в полученное уравнение максимальное значение коэффициента трения:

$$Fx - \frac{mgx^2}{2} = \frac{mV^2}{2}.$$

Учтем, что

$$\gamma x = 1 .$$

Тогда

$$x = \frac{1}{\gamma} .$$

Окончательно

$$V = \sqrt{\frac{2F}{\gamma m} - \frac{g}{\gamma^2}} \approx 7{,}45\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

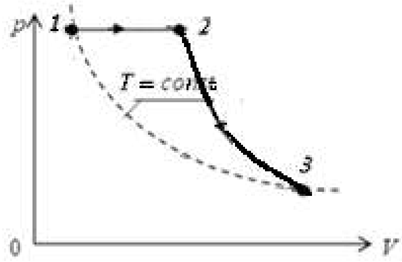
Ответ: $V = \sqrt{\frac{2F}{\gamma m} - \frac{g}{\gamma^2}} \approx 7{,}45\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Применена теорема о кинетической энергии	**2**
Записано выражение для работы внешней силы	**1**
Записано выражение для перемещения до точки траектории, где коэффициент трения становится равным нулю	**1**
Получен ответ в общем виде	**1**
Получен численный ответ	**1**
Всего баллов	**6**

10 класс

Вариант 4



1. (6 баллов) Неон (Ne) расширяется сначала изобарно, а затем – адиабатно (см. рисунок). Конечная температура неона равна начальной. При совершении обоих процессов неон совершил работу, равную $A = 20$ кДж. Какую работу совершил неон при адиабатном расширении?

Возможное решение.

В соответствии с первым началом термодинамики для адиабатного расширения неона (процесс 1-3) получим:

$$0 = A_{23} + \Delta U\ ,$$

где $\Delta U = \nu C_V(T_3 - T_2)$ – изменение внутренней энергии неона; $C_V = \frac{i}{2}R$ – молярная теплоёмкость неона при постоянном объеме; ν – количество вещества неона; $i = 3$ – число степеней свободы молекулы неона.

По условию задачи

$$T_3 = T_1.$$

Поэтому можно записать:

$$A_{23} = \nu C_V(T_2 - T_1)\ .$$

Из этого соотношения получим

$$T_2 = T_1 + \frac{A_{23}}{\nu C_V}.$$

Работа, совершаемая неоном при изобарном расширении:

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1).$$

Уравнение состояния идеального газа для состояний 1 и 2:

$$p_1V_1 = \nu RT_1,$$

$$p_1V_2 = \nu RT_2.$$

Вычитая из уравнения для состояния 2 уравнение для состояния 1, получим:

$$A_{12} = \nu R(T_2 - T_1).$$

Выражая T_2, получим

$$A_{12} = \nu RT_1 + \nu R\frac{A_{23}}{\nu C_V} - \nu RT_1 = \frac{RA_{23}}{C_V}.$$

Искомая работа равна

$$A_{123} = A_{12} + A_{23}\ .$$

В результате всех рассуждений получаем:

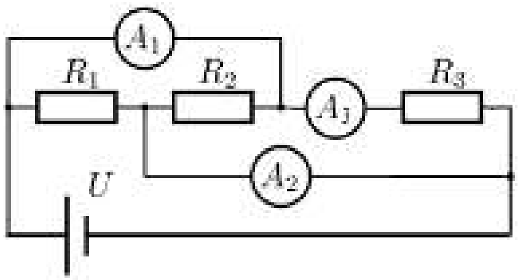
$$A_{23} = A_{123}\frac{i}{i+2} = 12 \text{ кДж}.$$

Ответ:$A_{23} = A_{123}\frac{i}{i+2} = 12$ кДж.

Критерии оценивания

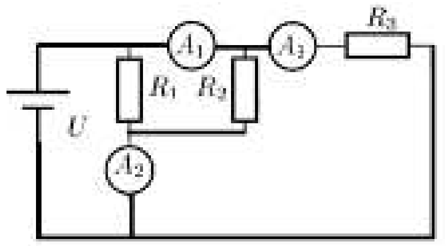
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение по первому началу термодинамики для адиабатного процесса	**1**
Получено выражение для температуры T_2	**1**
Записаны уравнения состояний	**1**
Получено выражение для работы A_{12}	**1**
Получено выражение для работы A_{23} в общем виде	**1**
Получено численное значение работы газа	**1**
Всего баллов	**6**

2. (4 балла) Электрическая цепь, изображенная на схеме, содержит батарейку, резисторы и идеальные амперметры. Показание амперметра A_2 равно I = 4 мА. Сопротивления резисторов равны $R_1 = R_2 = 1$ кОм, R_3 = 2 кОм. Определите показание амперметра A_1.



Возможное решение.

Преобразуем схему цепи. Напряжения на всех резисторах одинаковы, так как резисторы соединены параллельно:



$$I_3R_3 = I_2R_2 = I_1R_1\ ,$$

$$I_1 = I_2 = I_3\frac{R_3}{R_2}\,.$$

Здесь токи через резисторы R_1, R_2 и R_3 обозначены как I_1, I_2 и I_3 соответственно. Ток через амперметр A_2 равен сумме токов I_1 и I_2:

$$I = I_1 + I_2\ ,$$

$$I_2 = \frac{I}{2}\,.$$

Ток через амперметр A_1 равен

$$I_{A1} = I_2 + I_3 = \frac{I}{2}\left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) = 3 \text{ мА}\,.$$

Ответ: $I_{A1} = \frac{I}{2}\left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) = 3$ мА.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Выполнено преобразование схемы	**1**
Записано выражение для равенства напряжений на резисторах	**1**
Получено выражение для тока через амперметр A_1	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

3. (4 балла) Небольшой брусок массой m съезжает без начальной скорости с вершины гладкой наклонной плоскости, плавно переходящей в горизонтальный шероховатый участок. Мощность силы трения в начале горизонтального участка равна P. Коэффициент трения на горизонтальном участке равен μ. Определите высоту горки.

Возможное решение.

Мощность силы трения определяется выражением

$$P = F_{\text{тр}}V = \mu m g\sqrt{2gh}\,,$$

где V – скорость бруска. Высота горки равна

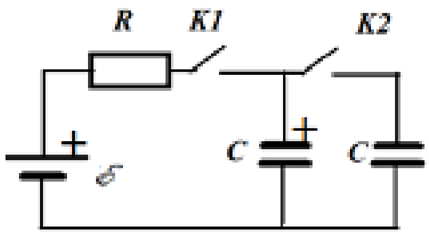
$$h = \frac{1}{g}\sqrt[3]{\left(\frac{P}{2\mu m}\right)^2}\,.$$

Ответ: $h = \frac{1}{g}\sqrt[3]{\left(\frac{P}{2\mu m}\right)^2}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для скорости бруска	**1**
Записано выражение для мощности	**2**
Получен окончательный ответ	**1**
Всего баллов	**4**

4. (6 баллов) Электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке, состоит из источника электрической энергии с э.д.с. $\mathcal{E}$ и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, резистора сопротивлением R, двух конденсаторов емкостью C каждый и двух ключей. Ключи находятся в разомкнутом состоянии. Один из конденсаторов заряжен, заряд его верхней по схеме обкладки равен $+q$, нижней $-q$. Сначала замыкают ключ K_1. После окончания всех переходных процессов



ключ K_1 размыкают, затем замыкают ключ K_2. После установления равновесия в системе конденсаторов ключ K_2 размыкают, а затем повторно замыкают ключ K_1. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за промежуток времени от момента первого замыкания ключа K_1 до окончания переходных процессов после повторного замыкания ключа K_1.

Возможное решение.

После замыкания ключа K_1 происходит зарядка левого по схеме конденсатора до напряжения, равного э.д.с. источника. При этом по цепи проходит электрический заряд, равный

$$q_1 = C\mathcal{E} - q\,.$$

Изменение потенциальной энергии конденсатора равно

$$W_1 = \frac{C}{2}\left(\mathcal{E}^2 - \frac{q^2}{C^2}\right) = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{q^2}{2C}\,.$$

Работа, совершенная источником электрической энергии по переносу заряда по цепи, равна

$$A_1 = q_1\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2 - q\mathcal{E}\,.$$

В резисторе выделяется количество теплоты, равное

$$Q_1 = A_1 - W_1 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - q\mathcal{E} + \frac{q^2}{2C}\,.$$

После размыкания ключа K_1 заряд конденсатора не изменяется, также не изменяется напряжение на нем. При замыкании ключа K_2 образуется контур, состоящий из двух конденсаторов и соединительных проводов. В этом контуре выполняется закон сохранения заряда. Напряжение на конденсаторах по окончании процессов перезарядки рассчитывается следующим образом:

$$C\mathcal{E} = 2CU_2\,,$$

$$U_2 = \frac{\mathcal{E}}{2}.$$

$$W_2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{4}\,.$$

__**Примечание.**__ *Для объяснения потери энергии при перезарядке конденсаторов могут быть применены несколько формализованных подходов, использующих экстремальные значения параметров контура. 1. Можно считать бесконечно малыми, но не нулевыми значения индуктивностей соединительных проводов, при этом в контуре возникают колебания бесконечно большой частоты, а значит, пренебрегать излучением энергии электромагнитного поля, пропорциональной четвертой степени частоты, уже нельзя. 2. Можно считать, что при бесконечно малых значениях сопротивлений соединительных проводов при перезарядке возникает бесконечно большой ток в течение бесконечно малого времени, т.е. движущийся в цепи заряд обладает бесконечно большим ускорением а значит, пренебрегать излучением энергии* *электромагнитного поля, пропорциональной квадрату ускорения заряда, уже нельзя. 3. Подход, используемый в теории цепей, предполагает, что при протекании бесконечно большого тока через бесконечно малое сопротивление соединительных проводов за бесконечно малое время выделяется конечное количество теплоты.*

После повторного замыкания ключа K_1 происходит зарядка соединенных параллельно конденсаторов от имеющегося на них напряжения $\mathcal{E}/2$ до напряжения, равного э.д.с. источника. При этом по цепи проходит электрический заряд, равный

$$q_3 = 2C\frac{\mathcal{E}}{2} = C\mathcal{E}\,.$$

Конденсаторы приобретает потенциальную энергию

$$W_3 = \frac{2C\mathcal{E}^2}{2} = C\mathcal{E}^2.$$

Работа, совершенная источником электрической энергии по переносу заряда по цепи, равна

$$A_3 = q_3\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2\,.$$

В резисторе выделяется количество теплоты, равное

$$Q_3 = A_3 - (W_3 - W_2) = \frac{C\mathcal{E}^2}{4}.$$

Всего в резисторе выделилось количество теплоты, равное

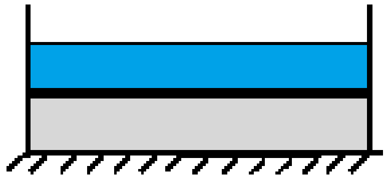
$$Q = Q_1 + Q_3 = \frac{3}{4}C\mathcal{E}^2 - q\mathcal{E} + \frac{q^2}{2C}.$$

Ответ: $Q = \frac{3}{4}C\mathcal{E}^2 - q\mathcal{E} + \frac{q^2}{2C}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для энергии конденсатора при замыкании ключа K_1	**1**
Записано выражение для работы источника	**1**
Записано выражение для количества выделившейся теплоты	**1**
Рассчитано напряжение на конденсаторах при размыкании ключа K_1 и замыкании ключа K_2	**1**
Записано выражение для количества выделившейся теплоты при втором замыкании ключа K_1	**1**
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	**1**
Всего баллов	**6**

5. (4 балла) В сосуде с теплоизолированными дном и стенками под невесомым теплопроводящим скользящим без трения поршнем находится идеальный газ. Над поршнем находится жидкость. Температуры газа и жидкости одинаковы и равны T. Затем в жидкость добавляют другую жидкость, смешивающуюся с первой. Удельная теплоемкость у доливаемой жидкости в k раз меньше, чем у первой. Масса доливаемой жидкости в n раз больше массы первой жидкости. Определите начальную температуру доливаемой жидкости, если после установления теплового равновесия положение поршня не изменилось. Атмосферное давление в r раз больше давления столба первой жидкости. Теплоемкостями материалов сосуда и поршня и потерями тепла в атмосферу пренебречь.



Возможное решение.

Запишем уравнения состояния для начального и конечного состояний газа:

$$p_0\left(1+\frac{1}{r}\right)V = \nu RT\ ,$$

$$p_0\left(1+\frac{n+1}{r}\right)V = \nu RT_1\ .$$

Здесь p_0 – атмосферное давление, V – объём газа, ν – количество газа, T_1 – установившаяся температура газа. Запишем уравнение теплового баланса для жидкости:

$$cm(T_1 - T) = \frac{n}{k}cm(T_2 - T)\ .$$

Здесь T_2 – начальная температура доливаемой жидкости, m – масса первой жидкости, c – удельная теплоемкость первой жидкости. Решая полученную систему уравнений, выразим начальную температуру доливаемой жидкости:

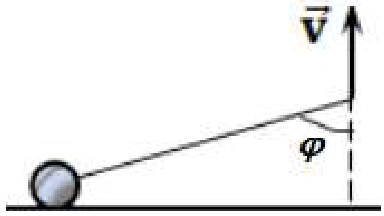
$$T_2 = T\frac{r+k+1}{n}\ .$$

Ответ: $T_2 = T\frac{r+k+1}{n}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записаны уравнения Клапейрона – Менделеева для конечного и начального состояния газа	**2 (по 1 баллу за каждое уравнение)**
Записано уравнение теплового баланса	**1**
Проведены необходимые математические преобразования и получен ответ	**1**
Всего баллов	**4**

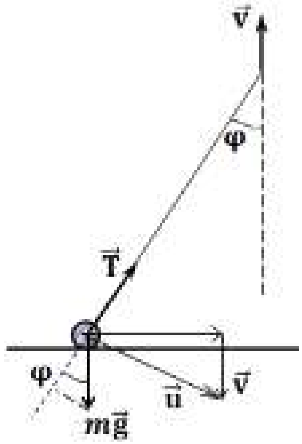
6. (6 баллов) На гладком горизонтальном столе лежит вытянутая вдоль плоскости стола невесомая и нерастяжимая нить длиной L = 1 м, к одному из концов которой прикреплено небольшое тело. Тело в начальный момент неподвижно. Второй конец нити начинают поднимать вертикально вверх с постоянной скоростью. Тело перестает давить на поверхность стола в тот момент, когда нить составляет с вертикалью, угол φ = 45°. Какова скорость подъема конца нити?



Возможное решение.

В момент отрыва тела от стола сила натяжения нити равна

$$T = \frac{mg}{\cos\varphi}.$$



Здесь m – масса тела, g – ускорение свободного падения. В инерциальной системе отсчета, движущейся вверх со скоростью V, равной скорости конца нити, тело движется по окружности. Скорость тела в этой системе отсчета равна u, она направлена перпендикулярна нити:

$$V = u\sin\varphi.$$

По второму закону Ньютона

$$\frac{mu^2}{L} = T - mg\cos\varphi.$$

Решая систему полученных уравнений, находим скорость подъема конца нити:

$$V = (\sin\varphi)^2\sqrt{\frac{gL}{\cos\varphi}} \approx 1{,}88\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

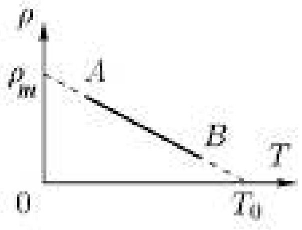
Ответ: $V = (\sin\varphi)^2\sqrt{\frac{gL}{\cos\varphi}} \approx 1{,}88\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для силы натяжения нити	**1**
Записано выражение для связи скоростей в разных инерциальных системах отсчета	**2**
Записано выражение по второму закону Ньютона	**1**
Получено выражение в общем виде	**1**
Получен численный ответ	**1**
Всего баллов	**6**

10 класс

Вариант 5



1. (6 баллов) Одноатомный идеальный газ участвует в процессе AB, изображённом на рисунке в координатах (ρ, T), где ρ – плотность газа, а T – его температура. Давление газа в точке А составляет 1/4 от максимального в этом процессе. Определите температуру в точке А. Температура T_0 известна.

Возможное решение.

Формальная запись зависимости ρ(T) имеет вид

$$\rho = \rho_m - \frac{\rho_m}{T_0}T$$

Учитывая, что

$$p = \frac{\rho}{\mu}RT\,,$$

получим

$$p = \rho_m \frac{R}{\mu} T\left(1 - \frac{T}{T_0}\right).$$

Максимум давления достигается при $T = T_0/2$ и равен

$$p_m = \rho_m \frac{R}{\mu}\frac{T_0}{4}.$$

Для точки А

$$\frac{p_m}{4} = 4p_m \frac{T}{T_0}\left(1 - \frac{T}{T_0}\right).$$

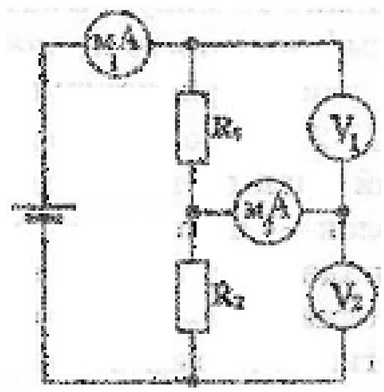
Решая это уравнение относительно T/T_0, получим $T \approx 0{,}067T_0$.

Ответ: $T \approx 0{,}067T_0$.

Критерии оценивания

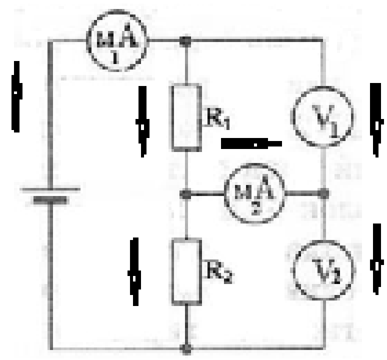
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записана зависимость температуры от плотности в процессе	**1**
Записано уравнение Клапейрона – Менделеева	**1**
Записана зависимость давления от температуры	**1**
Определена температура газа, при которой достигается максимум давления	**1**
Определено максимальное значение давления	**1**
Проведены преобразования и получен окончательный результат	**1**
Всего баллов	**6**

2. (4 балла) В цепи, схема которой приведена на рисунке, все измерительные приборы не идеальные. Известно, что оба вольтметра одинаковые и оба миллиамперметра также одинаковые. Показания вольтметров равны U_1 = 6 В и U_2 = 10 В. Показания миллиамперметров составляют I_1 = 10 мА и I_2 = 2 мА. ЭДС источника электрической энергии равна $\mathcal{E}$ = 18 В. Определите сопротивление резистора R_1. Внутренним сопротивлением источника электрической энергии пренебречь.



Возможное решение.

Покажем на схеме направления токов в ветвях стрелками. Рассмотрим контур, состоящий из источника электрической энергии, миллиамперметра 1 и вольтметров 1 и 2. По второму правилу Кирхгофа



$$\mathcal{E} = I_1 r_{\text{мА}} + U_1 + U_2 \,.$$

Здесь $r_{\text{мА}}$ – сопротивление миллиамперметра. Тогда

$$r_{\text{мА}} = \frac{\mathcal{E} - U_1 - U_2}{I_1} \,.$$

Рассмотрим контур, состоящий из резистора R_1, вольтметра 1 и миллиамперметра 2. В нем по второму правилу Кирхгофа

$$I_{R1} R_1 + I_2 r_{\text{мА}} - U_1 = 0 \,.$$

Здесь I_{R1} – ток через резистор 1. По первому правилу Кирхгофа

$$I_{R1} = I_1 - I_{V1} \,.$$

Здесь I_V – ток через вольтметр. В свою очередь

$$U_1 = I_{V1} r_V \,,$$

$$U_2 = (I_2 + I_{V1}) r_V \,,$$

$$I_{V1} = \frac{U_1 I_2}{U_1 + U_2} \,.$$

Здесь r_V – сопротивление вольтметра. Тогда

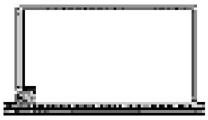
$$R_1 = \frac{U_1 - I_2 r_{\text{мА}}}{I_1 - I_{V1}} = \frac{[U_1(I_1 + I_2) - I_2(\mathcal{E} - U_2)](U_1 + U_2)}{I_1[I_1(U_1 + U_2) - U_1 I_2]} \approx 605 \text{ Ом} \,.$$

Ответ: $R_1 = \frac{[U_1(I_1+I_2)-I_2(\mathcal{E}-U_2)](U_1+U_2)}{I_1[I_1(U_1+U_2)-U_1I_2]} \approx 605$ Ом .

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для сопротивления миллиамперметров	**1**
Записано выражение для тока через первый вольтметр	**1**
Получено выражение для сопротивления R_1	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

3. (4 балла) На гладкой горизонтальной поверхности лежит коробка массой M = 2 кг. Кубик массой m = 0,2 кг находится у левого края коробки. Кубику толчком сообщают импульс p = 0,4 кг·м/с, направленный вправо. Какое расстояние пройдет кубик до остановки (в системе отсчета, связанной с коробкой), если коэффициент трения кубика о дно тележки равен μ = 0,4? Считайте, что коробка достаточно большая, чтобы кубик не коснулся правой стенки, а размеры кубика малы по сравнению с размерами коробки.



Возможное решение.

В системе отсчета, связанной с Землей, систему тел коробка – кубик можно считать замкнутой, так как внешние силы, действующие в вертикальном направлении, скомпенсированы. Поэтому суммарный импульс этой системы тел сохраняется:

$$p = (M + m)V\,,$$

$$V = \frac{p}{M + m}.$$

Здесь V – скорость коробки относительно Земли после остановки кубика относительно коробки. В соответствии с законом изменения механической энергии

$$\frac{p^2}{2m} = \mu m g x + \frac{(M + m)V^2}{2}.$$

Здесь x – искомое расстояние. Оно равно

$$x = \frac{p^2 M}{2\mu g m^2 (M + m)} \approx 0{,}45 \text{ м}.$$

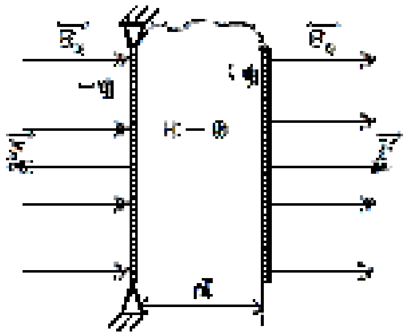
Ответ: $x = \frac{p^2 M}{2\mu g m^2 (M+m)} \approx 0{,}45$ м.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для скорости коробки	**1**
Применен закон изменения механической энергии	**1**
Получено выражение для перемещения кубика относительно коробки	**1**

Получен окончательный ответ	**1**
Всего баллов	**4**

4. (6 баллов) Две тонкие проводящие предварительно не заряженные плоские пластины площадью $S = 4000$ см^2 каждая помещены во внешнее электростатическое поле так, что вектор напряженности перпендикулярен плоскости пластин. Пластины соединены тонким проводником. Расстояние между пластинами составляет $d = 1$ см. Одна из пластин неподвижно закреплена. Если другую пластину медленно приблизить к закрепленной до расстояния между ними, равного $d/4$, то будет совершена работа $A = 0{,}02$ Дж. Найдите напряженность внешнего электростатического поля. Значение электрической постоянной примите равной $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Краевыми эффектами пренебречь.



Возможное решение. Пластины соединены проводником, следовательно, они имеют равные потенциалы. Равенство потенциалов достигается при любом расстоянии между пластинами. Во внешнем поле происходит перераспределение зарядов между пластинами, левая по рисунку пластина заряжается отрицательным зарядом, а правая – положительным. Эти заряды равны по модулю. В силу эквипотенциальности пространства между пластинами суммарная напряженность электростатического поля между пластинами равна нулю. Значит, напряженность электростатического поля, создаваемого зарядами пластин, по модулю равна напряженности внешнего поля. При движении пластин значения зарядов не изменяются. Со стороны внешнего поля на пластины действуют силы. При перемещении пластины работа силы равна

$$A = \frac{3Fd}{4},$$

$$F = \frac{4A}{3d}.$$

Каждая пластина создает напряженность, равную половине внешней. Из этих соображений определим заряд пластины:

$$q = \frac{2F}{E_0} = \frac{8A}{3dE_0}.$$

Учитывая, что

$$\frac{E_0}{2} = \frac{q}{2S\varepsilon_0},$$

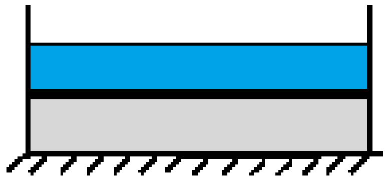
получим

$$E_0 = \sqrt{\frac{8A}{3dS\varepsilon_0}} \approx 1{,}2 \cdot 10^6\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Ответ: $E_0 = \sqrt{\frac{8A}{3dS\varepsilon_0}} \approx 1{,}2 \cdot 10^6\ \frac{\text{В}}{\text{м}}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Указано, что пространство между пластинами эквипотенциально, и напряженность поля между пластинами равна нулю	**1**
Записано выражение для силы, действующей на пластину	**1**
Записано выражение для заряда пластины	**1**
Записано выражение для напряженности поля, создаваемого пластиной	**1**
Произведены необходимые преобразования, получен ответ в общем виде	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**6**



5. (4 балла) В сосуде с теплоизолированными дном и стенками под невесомым теплопроводящим скользящим без трения поршнем находится идеальный газ. Над поршнем находится жидкость. Температуры газа и жидкости одинаковы. Затем в жидкость добавляют другую жидкость, смешивающуюся с первой и имеющей температуру T. Удельная теплоемкость у доливаемой жидкости в k раз меньше, чем у первой. Масса доливаемой жидкости в n раз больше массы первой жидкости. Определите начальную температуру системы, если после установления теплового равновесия положение поршня не изменилось. Атмосферное давление в r раз больше давления столба первой жидкости. Теплоемкостями материалов сосуда и поршня и потерями тепла в атмосферу пренебречь.

Возможное решение.

Запишем уравнения состояния для начального и конечного состояний газа:

$$p_0\left(1+\frac{1}{r}\right)V = \nu R T_2\,,$$

$$p_0\left(1+\frac{n+1}{r}\right)V = \nu R T_1\,.$$

Здесь p_0 – атмосферное давление, V – объём газа, ν – количество газа, T_1 – установившаяся температура газа, T_2 – начальная температура системы. Запишем уравнение теплового баланса для жидкости:

$$cm(T_1 - T) = \frac{n}{k} cm(T - T_2) .$$

Здесь m – масса первой жидкости, c – удельная теплоемкость первой жидкости. Решая полученную систему уравнений, выразим начальную температуру доливаемой жидкости:

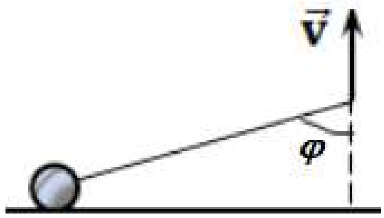
$$T_2 = T \frac{n}{r + k + 1} .$$

Ответ: $T_2 = T \frac{n}{r+k+1}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записаны уравнения Клапейрона – Менделеева для конечного и начального состояния газа	**2 (по 1 баллу за каждое уравнение)**
Записано уравнение теплового баланса	**1**
Проведены необходимые математические преобразования и получен ответ	**1**
Всего баллов	**4**

6. (6 баллов) На гладком горизонтальном столе лежит вытянутая вдоль плоскости стола невесомая и нерастяжимая нить, к одному из концов которой прикреплено небольшое тело. Тело в начальный момент неподвижно. Второй конец нити начинают поднимать вертикально вверх с постоянной скоростью V = 2 м/с. Тело перестает давить на поверхность стола в тот момент, когда нить составляет с вертикалью, угол φ = 45°. Какова длина нити?



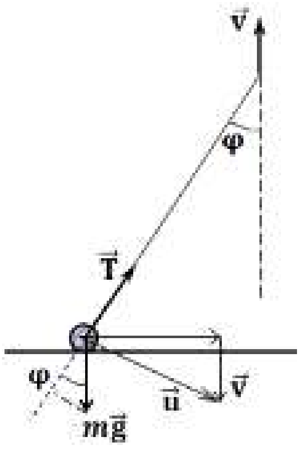
Возможное решение.

В момент отрыва тела от стола сила натяжения нити равна

$$T = \frac{mg}{\cos \varphi} .$$

Здесь m – масса тела, g – ускорение свободного падения. В инерциальной системе отсчета, движущейся вверх со скоростью V, тело движется по окружности. Скорость тела в этой системе отсчета равна u, она направлена перпендикулярна нити:

$$V = u \sin \varphi .$$



По второму закону Ньютона

$$\frac{mu^2}{L} = T - mg \cos \varphi .$$

Здесь L – длина нити. Решая систему полученных уравнений, находим длину нити:

$$L = \frac{V^2 \cos\varphi}{g(\sin\varphi)^4} \approx 1{,}13 \text{ м}.$$

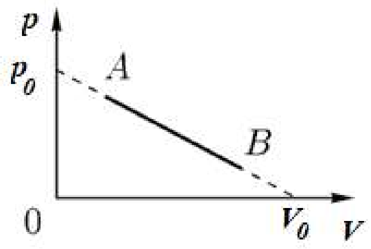
Ответ: $L = \frac{V^2 \cos\varphi}{g(\sin\varphi)^4} \approx 1{,}13 \text{ м}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для силы натяжения нити	**1**
Записано выражение для связи скоростей в разных инерциальных системах отсчета	**2**
Записано выражение по второму закону Ньютона	**1**
Получено выражение в общем виде	**1**
Получен численный ответ	**1**
Всего баллов	**6**

10 класс

Вариант 6



1. (6 баллов) Одноатомный идеальный газ в количестве ν молей участвует в процессе AB, изображённом на рисунке в координатах (p, V), где p – давление газа, а V – его объем. Определите максимальную температуру газа в процессе. Параметры p_0 и V_0 известны. Считайте, что $p_A > 2p_0/3$.

Возможное решение.

Формальная запись зависимости $p(V)$ имеет вид

$$p = p_0 - \frac{p_0}{V_0}V\ .$$

Учитем, что

$$pV = \nu RT\ .$$

Здесь R – универсальная газовая постоянная. Тогда получим

$$T = \frac{p_0}{\nu R}V\left(1 - \frac{V}{V_0}\right).$$

Максимум температуры достигается при $V = V_0/2$ и равен

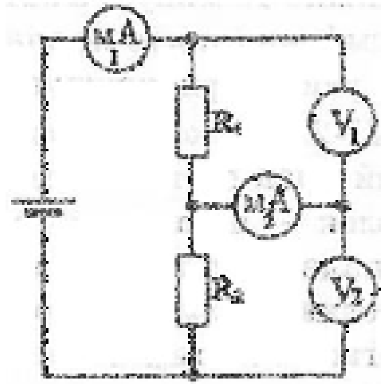
$$T_m = \frac{p_0 V_0}{4\nu R}\ .$$

Ответ:$T_m = \frac{p_0 V_0}{4\nu R}$.

Критерии оценивания

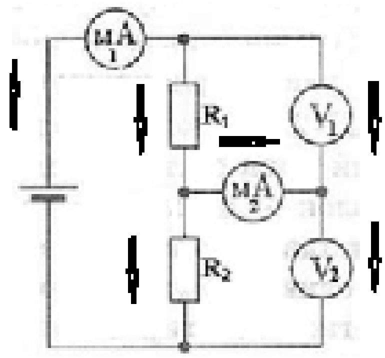
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записана зависимость давления от объема в процессе	**1**
Записано уравнение Клапейрона – Менделеева	**1**
Записана зависимость температуры от объема	**2**
Определен объем газа, при котором достигается максимум температуры	**1**
Проведены преобразования и получен окончательный результат	**1**
Всего баллов	**6**

2. (4 балла) В цепи, схема которой приведена на рисунке, все измерительные приборы не идеальные. Известно, что оба вольтметра одинаковые и оба миллиамперметра также одинаковые. Показания вольтметров равны U_1 = 8 В и U_2 = 12 В. Показания миллиамперметров составляют I_1 = 8 мА и I_2 = 1 мА. ЭДС источника электрической энергии равна $\mathcal{E}$ = 22 В. Определите сопротивление резистора R_2. Внутренним сопротивлением источника электрической энергии пренебречь.



Возможное решение.

Покажем на схеме направления токов в ветвях стрелками. Рассмотрим контур, состоящий из источника электрической энергии, миллиамперметра 1 и вольтметров 1 и 2. По второму правилу Кирхгофа



$$\mathcal{E} = I_1 r_{\text{мА}} + U_1 + U_2 .$$

Здесь $r_{\text{мА}}$ – сопротивление миллиамперметра. Тогда

$$r_{\text{мА}} = \frac{\mathcal{E} - U_1 - U_2}{I_1} .$$

Рассмотрим контур, состоящий из резистора R_1, вольтметра 1 и миллиамперметра 2. В нем по второму правилу Кирхгофа

$$I_{R1} R_1 + I_2 r_{\text{мА}} - U_1 = 0 .$$

Здесь I_{R1} – ток через резистор 1. По первому правилу Кирхгофа

$$I_{R2} = I_{R1} - I_2 ,$$

$$I_{R1} = I_1 - I_{V1} .$$

Здесь I_V – ток через вольтметр. В свою очередь

$$U_1 = I_{V1} r_V ,$$

$$U_2 = (I_2 + I_{V1}) r_V ,$$

$$I_{V1} = \frac{U_1 I_2}{U_1 + U_2} .$$

Здесь r_V – сопротивление вольтметра. Напряжение на резисторе R_2 равно

$$U_{R2} = U_2 + I_2 r_{\text{мА}} .$$

Тогда

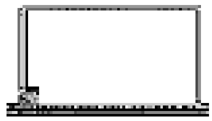
$$R_2 = \frac{U_{R2}}{I_{R2}} = \frac{U_2 + \frac{I_2}{I_1}(\mathcal{E} - U_1 - U_2)}{I_1 - I_2\left(1 + \frac{U_1}{U_1 + U_2}\right)} \approx 1{,}6\ \text{кОм} .$$

Ответ: $R_2 = \dfrac{U_2 + \frac{I_2}{I_1}(\mathcal{E} - U_1 - U_2)}{I_1 - I_2\left(1 + \frac{U_1}{U_1 + U_2}\right)} \approx 1{,}6$ кОм .

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для сопротивления миллиамперметров	**1**
Записано выражение для тока через первый вольтметр	**1**
Получено выражение для сопротивления R_2	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

3. (4 балла) На гладкой горизонтальной поверхности лежит коробка массой M = 4 кг. Кубик массой m = 0,1 кг находится у левого края коробки. Кубику толчком сообщают импульс, направленный вправо. Через некоторое время кубик остановился, пройдя расстояние x = 0,6 м относительно коробки. Определите модуль импульса, сообщенного кубику, если коэффициент трения кубика о дно тележки равен μ = 0,5. Считайте, что коробка достаточно большая, чтобы кубик не коснулся правой стенки, а размеры кубика малы по сравнению с размерами коробки.



Возможное решение.

В системе отсчета, связанной с Землей, систему тел коробка – кубик можно считать замкнутой, так как внешние силы, действующие в вертикальном направлении, скомпенсированы. Поэтому суммарный импульс этой системы тел сохраняется:

$$p = (M + m)V\ ,$$

$$V = \frac{p}{M + m}.$$

Здесь V – скорость коробки относительно Земли после остановки кубика относительно коробки. В соответствии с законом изменения механической энергии

$$\frac{p^2}{2m} = \mu m g x + \frac{(M + m)V^2}{2}.$$

Импульс, сообщенный кубику, равен

$$p = m\sqrt{2\mu g x\left(1 + \frac{m}{M}\right)} \approx 0{,}25\ \text{кг} \cdot \text{м/с}\ .$$

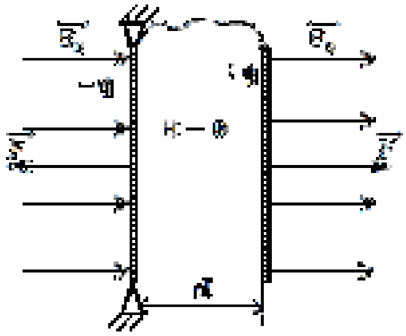
Ответ: $p = m\sqrt{2\mu g x\left(1 + \frac{m}{M}\right)} \approx 0{,}25\ \text{кг} \cdot \text{м/с}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для скорости коробки	**1**
Применен закон изменения механической энергии	**1**
Получено выражение для импульса кубика	**1**
Получен окончательный ответ	**1**
Всего баллов	**4**

4. (6 баллов) Две тонкие проводящие предварительно не заряженные плоские пластины площадью $S = 1$ м^2 каждая помещены во внешнее электростатическое поле так, что вектор напряженности перпендикулярен плоскости пластин. Модуль напряженности равен $E_0 = 10^6$ В/м. Пластины соединены тонким проводником. Расстояние между пластинами составляет $d = 2$ см. Одна из пластин неподвижно закреплена. Другую пластину медленно приближают к закрепленной пластине до расстояния между ними, равного $d/2$. Определите работу, которая при этом совершается. Значение электрической постоянной примите равной $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Краевыми эффектами пренебречь.

Возможное решение.



Пластины соединены проводником, следовательно, они имеют равные потенциалы. Равенство потенциалов достигается при любом расстоянии между пластинами. Во внешнем поле происходит перераспределение зарядов между пластинами, левая по рисунку пластина заряжается отрицательным зарядом, а правая – положительным. Эти заряды равны по модулю. В силу эквипотенциальности пространства между пластинами суммарная напряженность электростатического поля между пластинами равна нулю. Значит, напряженность электростатического поля, создаваемого зарядами пластин, по модулю равна напряженности внешнего поля. При движении пластин значения зарядов не изменяются. Со стороны внешнего поля на пластины действуют силы. При перемещении пластины работа силы равна

$$A = \frac{Fd}{2},$$

$$F = \frac{2A}{d}.$$

Каждая пластина создает напряженность, равную половине внешней. Из этих соображений определим заряд пластины:

$$q = \frac{2F}{E_0} = \frac{4A}{dE_0}.$$

Учитывая, что

$$\frac{E_0}{2} = \frac{q}{2S\varepsilon_0},$$

получим

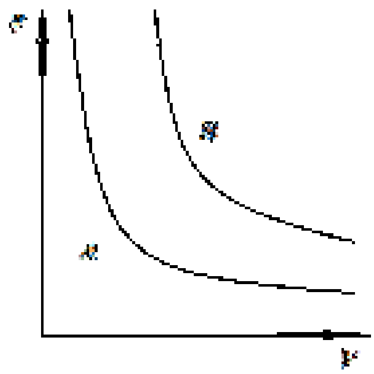
$$A = \frac{E_0^2 dS\varepsilon_0}{4} \approx 44 \text{ мДж}.$$

Ответ: $A = \frac{E_0^2 dS\varepsilon_0}{4} \approx 44 \text{ мДж}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Указано, что пространство между пластинами эквипотенциально, и напряженность поля между пластинами равна нулю	**1**
Записано выражение для силы, действующей на пластину	**1**
Записано выражение для заряда пластины	**1**
Записано выражение для напряженности поля, создаваемого пластиной	**1**
Произведены необходимые преобразования, получен ответ в общем виде	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**6**

5. (4 балла) На графике изображены две изотермы для одной и той же массы одного и того же идеального газа. Через начало координат проведена прямая, пересекающая изотермы в точках A и B. Определите температуру газа в точке, лежащей на середине отрезка AB. $T_A = 324$ К, $T_B = 484$ К.



Возможное решение.

Давление и объем газа в состояниях, изображаемых точками на отрезке AB, связаны как

$$p = \alpha V.$$

Здесь α – размерный постоянный коэффициент. Объемы в точках отрезка AB связаны с температурами в этих точках как

$$\alpha V^2 = \beta T.$$

Объем газа в точке, лежащей на середине отрезка AB, равен

$$V_{\text{ср}} = \frac{V_A + V_B}{2}.$$

Выразим объемы через температуры:

$$\sqrt{T_{\text{ср}}} = \frac{\sqrt{T_A} + \sqrt{T_B}}{2},$$

$$T_{\text{ср}} = \frac{\left(\sqrt{T_A} + \sqrt{T_B}\right)^2}{4} = 400 \text{ К}.$$

Ответ: $T_{\text{ср}} = \frac{\left(\sqrt{T_A}+\sqrt{T_B}\right)^2}{4} = 400 \text{ К}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записана зависимость давления от объема на отрезке *AB*	**1**
Записана зависимость объема от температуры на отрезке *AB*	**1**
Проведены необходимые математические преобразования и получен ответ в общем виде	**1**
Получен ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

6. (6 баллов) Какую минимальную дополнительную скорость в направлении движения нужно сообщить за малое время космическому кораблю, движущемуся по круговой орбите, радиус которой в 7 раз больше радиуса Земли, чтобы он смог преодолеть действие поля тяготения Земли? Значение первой космической скорости вблизи поверхности Земли принять равным 7,9 км/с.

Возможное решение.

Корабль массой m движется по круговой траектории радиусом $7R_з$, т.е. его скорость равна первой космической скорости V_1 для данной орбиты. Чтобы преодолеть действие поля тяготения Земли, корабль должен иметь в данной точке траектории вторую космическую скорость, т.е. такую, при которой кинетическая энергия корабля равна его потенциальной энергии в поле тяготения

$$\frac{m(V_1 + \Delta V)^2}{2} = G\frac{Mm}{7R_з}.$$

Первая космическая скорость у поверхности Земли

$$V_{1з} = \sqrt{\frac{GM}{R_з}}.$$

Тогда

$$\frac{(V_1 + \Delta V)^2}{2} = \frac{V_{1з}^2}{7}.$$

В свою очередь,

$$V_1 = \sqrt{\frac{GM}{7R_з}} = \frac{V_{1з}}{\sqrt{7}}.$$

Получаем уравнение относительно ΔV:

$$\Delta V^2 + 2\sqrt{7}\Delta V V_{1з} - {V_{1з}}^2 = 0,$$

решением которого является

$$\Delta V = V_{1з}\left(\sqrt{8} - \sqrt{7}\right) \approx 1{,}4 \text{ км/с}$$

Ответ: $\Delta V = V_{1з}\left(\sqrt{8} - \sqrt{7}\right) \approx 1{,}4$ км/с

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение по закону сохранения механической энергии	**1**
Записано выражение для первой космической скорости вблизи поверхности Земли	**1**
Записано выражение для связи орбитальной скорости и первой космической у поверхности	**1**
Составлено уравнение для расчета ΔV	**1**
Получено выражение в общем виде	**1**
Получен численный ответ	**1**
Всего баллов	**6**

10 класс

Вариант 7

1. (6 баллов) Сосуд со смесью гелия и азота находится в вакуумной камере. Массы газов равны. В сосуде имеется маленькое, но существенно большее размеров молекул, отверстие. Определите отношение средних количеств вещества газов, вытекающих из сосуда за одинаковый малый промежуток времени. Молярная масса гелия μ_{He} = 4 г/моль, азота μ_{N2} = 28 г/моль.

Возможное решение.

Количество молекул газа, вылетающих через отверстие за фиксированный промежуток времени пропорционально произведению концентрации молекул газа в сосуде и среднеквадратичной скорости их хаотичного движения:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \alpha n V \ .$$

Из равенства масс газов следует, что отношение концентраций молекул газов определяется как

$$\frac{n_{He}}{n_{N_2}} = \frac{\mu_{N_2}}{\mu_{He}} ,$$

а отношение среднеквадратичных скоростей определяется как

$$\frac{V_{He}}{V_{N_2}} = \sqrt{\frac{\mu_{N_2}}{\mu_{He}}} .$$

Отношение средних количеств вещества газов, вытекающих из сосуда за одинаковый малый промежуток времени, равно

$$\frac{N_{He}}{N_{N_2}} = \left(\frac{\mu_{N_2}}{\mu_{He}}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 18{,}5 \ .$$

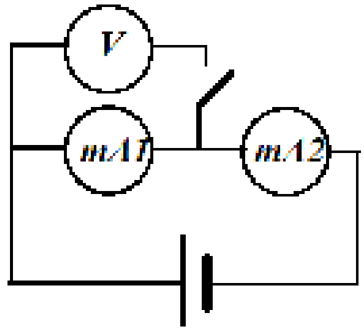
Ответ: $\frac{N_{He}}{N_{N_2}} = \left(\frac{\mu_{N_2}}{\mu_{He}}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 18{,}5$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Указана пропорциональность между количеством вытекающего газа и концентрацией его молекул	**1**
Указана пропорциональность между количеством вытекающего газа и среднеквадратичной скоростью его молекул	**1**
Записана зависимость между среднеквадратичной скоростью и молярной массой	**1**

Записана зависимость между концентрацией и молярной массой	**1**
Проведены преобразования и получен результат в общем виде	**1**
Получен ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**6**

2. (4 балла) В цепи, схема которой приведена на рисунке, все измерительные приборы не идеальные. При разомкнутом ключе показания миллиамперметров равны $I = 2$ мА. При замыкании ключа ток через первый миллиамперметр составил I_1 = 1,5 мА. Определите показание второго миллиамперметра при замкнутом ключе. Внутренним сопротивлением источника электрической энергии пренебречь.



Возможное решение.

При разомкнутом ключе

$$\mathcal{E} = 2r_{\text{мА}}I\ ,$$

где $\mathcal{E}$ – э.д.с. источника электрической энергии, $r_{\text{мА}}$ – сопротивление миллиамперметра. При замкнутом ключе

$$\mathcal{E} = r_{\text{мА}}(I_1 + I_2)\ ,$$

где I_2 – показание второго миллиамперметра. Оно равно

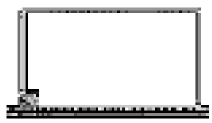
$$I_2 = 2I - I_1 = 2{,}5 \text{ мА}.$$

Ответ: $I_2 = 2I - I_1 = 2{,}5$ мА.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение по второму правилу Кирхгофа для цепи с разомкнутым ключом	**1**
Записано выражение по второму правилу Кирхгофа для цепи с замкнутым ключом	**1**
Получено выражение для показания второго миллиамперметра	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

3. (4 балла) На гладкой горизонтальной поверхности лежит коробка массой M = 5 кг. Кубик массой m = 0,15 кг находится у левого края коробки. Кубику толчком сообщают импульс p = 0,3 кг·м/с, направленный вправо. Через некоторое время кубик остановился, пройдя расстояние x = 0,4 м относительно коробки. Определите коэффициент трения кубика о дно тележки. Считайте, что коробка



достаточно большая, чтобы кубик не коснулся правой стенки, а размеры кубика малы по сравнению с размерами коробки.

Возможное решение.

В системе отсчета, связанной с Землей, систему тел коробка – кубик можно считать замкнутой, так как внешние силы, действующие в вертикальном направлении, скомпенсированы. Поэтому суммарный импульс этой системы тел сохраняется:

$$p = (M + m)V\ ,$$

$$V = \frac{p}{M + m}.$$

Здесь V – скорость коробки относительно Земли после остановки кубика относительно коробки. В соответствии с законом изменения механической энергии

$$\frac{p^2}{2m} = \mu mgx + \frac{(M + m)V^2}{2}.$$

Коэффициент трения равен

$$\mu = \frac{p^2}{2m^2gx\left(1 + \frac{m}{M}\right)} \approx 0{,}46\ .$$

Ответ: $\mu = \frac{p^2}{2m^2gx\left(1+\frac{m}{M}\right)} \approx 0{,}46$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для скорости коробки	**1**
Применен закон изменения механической энергии	**1**
Получено выражение для коэффициента трения	**1**
Получен окончательный ответ	**1**
Всего баллов	**4**

4. (6 баллов) На расстоянии r от заземленного проводящего шарика радиусом R находится точечный заряд q. Определите модуль силы, действующей на шарик с стороны заряда.

Возможное решение.

Заряд шарика Q определяется из условия равенства нулю потенциала шарика:

$$\frac{q}{r} + \frac{Q}{R} = 0\ .$$

$$Q = -\frac{qR}{r}.$$

Модуль силы взаимодействия равен

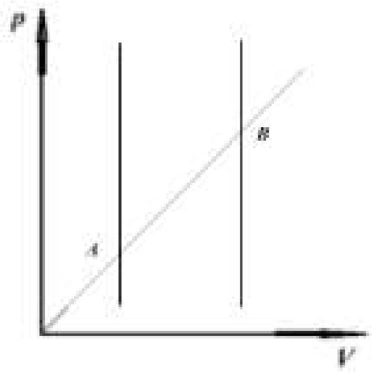
$$F = \frac{q^2 R}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\,.$$

Ответ: $F = \frac{q^2 R}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано условие равенства нулю потенциала шарика	**2**
Записано выражение для заряда шарика	**2**
Произведены необходимые преобразования, получен ответ в общем виде	**2**
Всего баллов	**6**

5. (4 балла) На графике изображены две изохоры для одной и той же массы одного и того же идеального газа. Через начало координат проведена прямая, пересекающая изохоры в точках A и B. Определите температуру газа в точке, лежащей на середине отрезка AB. T_A = 289 К, T_B = 529 К.



Возможное решение.

Давление и объем газа в состояниях, изображаемых точками на отрезке AB, связаны как

$$p = \alpha V.$$

Здесь α – размерный постоянный коэффициент. Объемы в точках отрезка AB связаны с температурами в этих точках как

$$\alpha V^2 = \beta T\,.$$

Объем газа в точке, лежащей на середине отрезка AB, равен

$$V_{\text{ср}} = \frac{V_A + V_B}{2}\,.$$

Выразим объемы через температуры:

$$\sqrt{T_{\text{ср}}} = \frac{\sqrt{T_A} + \sqrt{T_B}}{2}\,,$$

$$T_{\text{ср}} = \frac{\left(\sqrt{T_A} + \sqrt{T_B}\right)^2}{4} = 400\ \text{К}\,.$$

Ответ: $T_{\text{ср}} = \frac{\left(\sqrt{T_A}+\sqrt{T_B}\right)^2}{4} = 400\ \text{К}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записана зависимость давления от объема на отрезке AB	**1**
Записана зависимость объема от температуры на отрезке AB	**1**
Проведены необходимые математические преобразования и получен ответ в общем виде	**1**
Получен ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

6. (6 баллов) Какую минимальную дополнительную скорость в направлении, перпендикулярном движению, нужно сообщить за малое время космическому кораблю, движущемуся по круговой орбите, радиус которой в 6 раз больше радиуса Земли, чтобы он смог преодолеть действие поля тяготения Земли? Значение первой космической скорости вблизи поверхности Земли принять равным 7,9 км/с.

Возможное решение.

Корабль массой m движется по круговой траектории радиусом $6R_з$, т.е. его скорость равна первой космической скорости V_1 для данной орбиты. Чтобы преодолеть действие поля тяготения Земли, корабль должен иметь в данной точке траектории вторую космическую скорость, т.е. такую, при которой кинетическая энергия корабля равна его потенциальной энергии в поле тяготения

$$\frac{m(V_1^2 + \Delta V^2)}{2} = G\frac{Mm}{6R_з}$$

Первая космическая скорость у поверхности Земли

$$V_{1з} = \sqrt{\frac{GM}{R_з}}$$

Тогда

$$\frac{V_1^2 + \Delta V^2}{2} = \frac{V_{1з}^2}{6}$$

В свою очередь,

$$V_1 = \sqrt{\frac{GM}{6R_з}} = \frac{V_{1з}}{\sqrt{6}}$$

Получаем уравнение относительно ΔV:

$$6\Delta V^2 - {V_{1з}}^2 = 0,$$

решением которого является

$$\Delta V = V_{1з}\frac{1}{\sqrt{6}} \approx 3{,}2\ км/с$$

Ответ: $\Delta V = V_{1з}\frac{1}{\sqrt{6}} \approx 3{,}2$ км/с

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение по закону сохранения механической энергии	**1**
Записано выражение для первой космической скорости вблизи поверхности Земли	**1**
Записано выражение для связи орбитальной скорости и первой космической у поверхности	**1**
Составлено уравнение для расчета ΔV	**1**
Получено выражение в общем виде	**1**
Получен численный ответ	**1**
Всего баллов	**6**

10 класс

Вариант 8

1. (6 баллов) Сосуд со смесью двух идеальных газов находится в вакуумной камере. Массы газов равны. В сосуде имеется маленькое, но существенно большее размеров молекул, отверстие. Отношение средних количеств вещества газов, вытекающих из сосуда за одинаковый малый промежуток времени, равно $k = 1,4$. Определите отношение молярных масс газов.

Возможное решение.

Количество молекул газа, вылетающих через отверстие за фиксированный промежуток времени пропорционально произведению концентрации молекул газа в сосуде и среднеквадратичной скорости их хаотичного движения:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \alpha n V .$$

Из равенства масс газов следует, что отношение концентраций молекул газов определяется как

$$\frac{n_{He}}{n_{N_2}} = \frac{\mu_{N_2}}{\mu_{He}},$$

а отношение среднеквадратичных скоростей определяется как

$$\frac{V_{He}}{V_{N_2}} = \sqrt{\frac{\mu_{N_2}}{\mu_{He}}}.$$

Отношение молярных масс газов, вытекающих из сосуда за одинаковый малый промежуток времени, равно

$$\frac{\mu_{N_2}}{\mu_{He}} = \left(\frac{N_{He}}{N_{N_2}}\right)^{\frac{2}{3}} \approx 1,25 .$$

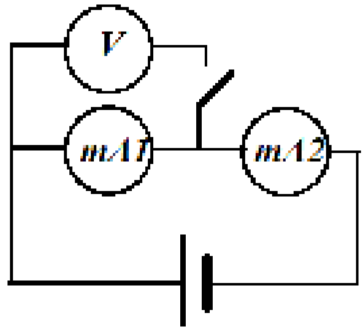
Ответ: $\frac{\mu_{N_2}}{\mu_{He}} = \left(\frac{N_{He}}{N_{N_2}}\right)^{\frac{2}{3}} \approx 1,25$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Указана пропорциональность между количеством вытекающего газа и концентрацией его молекул	**1**
Указана пропорциональность между количеством вытекающего газа и среднеквадратичной скоростью его молекул	**1**
Записана зависимость между среднеквадратичной скоростью и молярной массой	**1**

Записана зависимость между концентрацией и молярной массой	**1**
Проведены преобразования и получен результат в общем виде	**1**
Получен ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**6**

2. (4 балла) В цепи, схема которой приведена на рисунке, все измерительные приборы не идеальные. При разомкнутом ключе показания миллиамперметров равны I = 0,4 мА. При замыкании ключа ток через первый миллиамперметр составил I_1 = 0,32 мА, а вольтметр показал напряжение U = 0,2 В. Определите э.д.с. источника напряжения. Внутренним сопротивлением источника электрической энергии пренебречь.



Возможное решение.

При разомкнутом ключе

$$\mathcal{E} = 2r_{\text{мА}}I\ ,$$

где $\mathcal{E}$ – э.д.с. источника электрической энергии, $r_{\text{мА}}$ – сопротивление миллиамперметра. При замкнутом ключе

$$U = I_1 r_{\text{мА}}\ ,$$

$$\mathcal{E} = \frac{2UI}{I_1} = 0{,}5\ \text{В}.$$

Ответ: $\mathcal{E} = \frac{2UI}{I_1} = 0{,}5$ В.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение по второму правилу Кирхгофа для цепи с разомкнутым ключом	**1**
Записано выражение для связи напряжения на вольтметре и тока чарез первый миллиамперметр	**1**
Получено выражение для э.д.с. источника электрической энергии	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

3. (4 балла) На гладкой горизонтальной поверхности рядом лежат два шарика массами M = 500 г и m = 50 г, соединенные невесомой нерастяжимой нитью. Первоначально нить не натянута. Легкому шарику сообщают скорость V = 5 м/с. В тот момент времени, когда нить натягивается, ее направление составляет угол α = 60°. Определите скорость тяжелого шарика в этот момент времени.

Возможное решение.

Сила натяжения нити направлена вдоль нити. Проекции скоростей шариков на направление нити в силу нерастяжимости нити будут равны. Проекция суммарного импульса шариков на направление нити сохраняется, поэтому

$$mV\cos\alpha = (m+M)u\,,$$
$$u = \frac{mV\cos\alpha}{m+M} \approx\ 0{,}23\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\,.$$

Ответ: $u = \frac{mV\cos\alpha}{m+M} \approx\ 0{,}23\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Указано на равенство проекций скоростей	**1**
Применен закон сохранения проекции импульса	**1**
Получено выражение для скорости тяжелого шарика	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

4. (6 баллов) На расстоянии *r* от заземленного проводящего шарика радиусом *R* находится точечный заряд. Модуль силы, действующей на заряд с стороны шарика, равен *F*. Определите модуль точечного заряда.

Возможное решение.

Заряд шарика Q определяется из условия равенства нулю потенциала шарика:

$$\frac{q}{r} + \frac{Q}{R} = 0\,.$$
$$Q = -\frac{qR}{r}\,.$$

Модуль силы взаимодействия равен

$$F = \frac{q^2R}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\,,$$

откуда модуль заряда равен

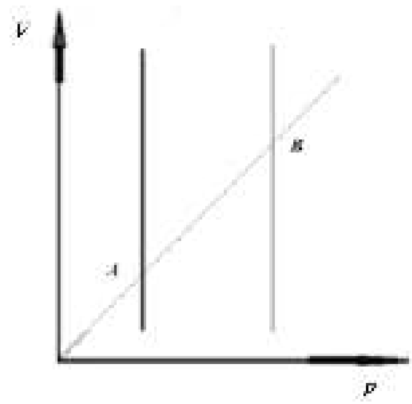
$$q = r\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 rF}{R}}\,.$$

Ответ: $q = r\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 rF}{R}}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано условие равенства нулю потенциала шарика	**2**
Записано выражение для заряда шарика	**2**
Произведены необходимые преобразования, получен ответ в общем виде	**2**
Всего баллов	**6**

5. (4 балла) На графике изображены две изобары для одной и той же массы одного и того же идеального газа. Через начало координат проведена прямая, пересекающая изохоры в точках A и B. Определите температуру газа в точке, лежащей на середине отрезка AB. $T_A = 256$ К, $T_B = 576$ К.



Возможное решение.

Давление и объем газа в состояниях, изображаемых точками на отрезке AB, связаны как

$$p = \alpha V.$$

Здесь α – размерный постоянный коэффициент. Объемы в точках отрезка AB связаны с температурами в этих точках как

$$\alpha V^2 = \beta T\ .$$

Объем газа в точке, лежащей на середине отрезка AB, равен

$$V_{\text{ср}} = \frac{V_A + V_B}{2}\ .$$

Выразим объемы через температуры:

$$\sqrt{T_{\text{ср}}} = \frac{\sqrt{T_A} + \sqrt{T_B}}{2}\ ,$$

$$T_{\text{ср}} = \frac{\left(\sqrt{T_A} + \sqrt{T_B}\right)^2}{4} = 400\ \text{К}\ .$$

Ответ: $T_{\text{ср}} = \frac{\left(\sqrt{T_A}+\sqrt{T_B}\right)^2}{4} = 400\ \text{К}\ .$

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записана зависимость давления от объема на отрезке *AB*	**1**
Записана зависимость объема от температуры на отрезке *AB*	**1**

Проведены необходимые математические преобразования и получен ответ в общем виде	**1**
Получен ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

6. (6 баллов) Вокруг планеты массой M по круговой орбите радиусом R вращается спутник массой $m << M$. Размеры планеты и ее спутника малы по сравнению с радиусом орбиты. Исследовательский космический корабль находится на линии, соединяющей центры планет в точке, где силы притяжения со стороны обеих планет компенсируют друг друга. Какую силу тяги должен развивать двигатель корабля для длительного нахождения в этой точке? Масса корабля m' существенно меньше массы спутника.

Возможное решение.

Масса спутника мала по сравнению с массой планеты, поэтому можно считать, что планета неподвижна, а спутник движется вокруг нее. Линия, соединяющая центры планет, вращается с той же угловой скоростью, с какой движется спутник. Обозначив расстояние, на котором находится корабль от центра планеты, через L, можем записать:

$$\frac{M}{L^2} = \frac{m}{(R-L)^2},$$

$$L = \frac{R\left(M - \sqrt{Mm}\right)}{M - m}.$$

Корабль должен иметь центростремительное ускорение

$$a = \omega^2 L.$$

Здесь ω – угловая скорость спутника. Она равна

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}.$$

Так как силы притяжения, действующие на корабль, скомпенсированы, центростремительное ускорение корабля должно создаваться силой тяги двигателя корабля, направленной по радиусу. Модуль этой силы

$$F = m'\omega^2 L = m'\frac{GM\left(M - \sqrt{Mm}\right)}{R^2(M - m)}.$$

Ответ: $F = m'\frac{GM\left(M-\sqrt{Mm}\right)}{R^2(M-m)}$.

Критерии оценивания

Выполнение	**Балл**
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Указано, что корабль движется по круговой траектории, находясь на линии, соединяющей центры планет	**1**

Записано выражение для нахождения радиуса орбиты корабля	**1**
Записано выражение для угловой скорости движения спутника и корабля	**1**
Записано выражение для центростремительного ускорения корабля	**1**
Указана линия действия силы тяги	**1**
Получен окончательный ответ	**1**
Всего баллов	**6**