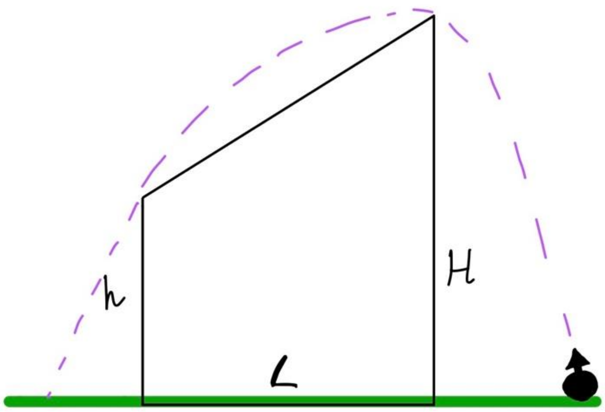
Физика. 8-9 класс.

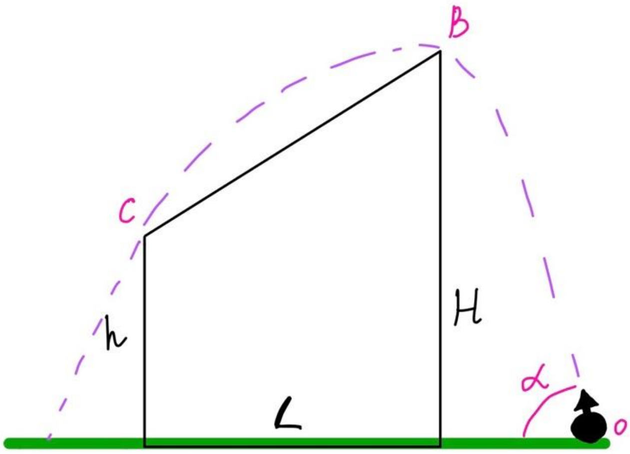
Вариант-1

1. *(12 баллов)* На даче у Андрея был установлен старый сарай с покатой крышей. Высота одной стенки H=3м, высота второй h=2м, ширина сарая L=3м. Андрей решил попробовать перебрасывать камни через сарай. При какой минимальной скорости камень сможет перелететь через сарай?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ предоставить в м/с с округлением до сотых.



Решение:



1. Запишем уравнение полета тела из точки B в точку C

$$L = vt\cos\alpha; \qquad 0 = (H-h) + v\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}.$$

2. Выразим из первого уравнения время

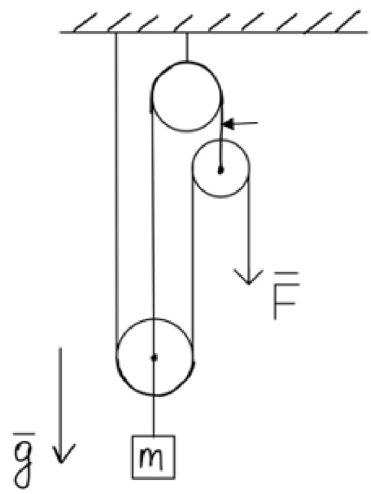
$$\text{t} = \frac{L}{v\cos\alpha},$$

и подставим это значение во второе уравнение

$$0 = (H-h) + v\sin\alpha \frac{L}{v\cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{L^2}{v^2\,cos^2\,\alpha}\right) \gg$$
$$(H-h) + L\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{gL^2}{2\,v^2\,cos^2\alpha} = 0.$$
Преобразуем полученное соотношение в квадратное уравнение относительно tgα
$$\frac{gL^2}{2v^2}\mathrm{tg}^2\,\alpha - L\,\mathrm{tg}\,\alpha + \frac{gL^2}{2v^2} - (H-h) = 0.$$
3. Выделим дискриминант уравнения и приравняем его к нулю с целью определения минимального значения скорости в точке B траектории
$$D = L^2 - \frac{gL^2}{2v^2}\left\{\frac{gL^2}{2v^2} - (H-h)\right\} = 0$$
$$v^2_{B(\min)} = g\left\{\sqrt{(H-h)^2 + L^2} - (H-h)\right\}$$
4. Минимальную скорость броска определим из условия
$$v^2_{min} = v^2_{B(\min)} + 2gH$$
откуда
$$v_{min} = \sqrt{g\left(H + h + \sqrt{(H-h)^2 + L^2}\right)} = 9{,}03\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$
Ответ: 9,03

2. *(10 баллов)* Ваня смастерил систему из блоков. К свободному концу одной из нитей он прикладывает постоянную силу F, так, чтобы груз массы m=30кг поднимался с постоянным ускорением $2\,\frac{\text{м}}{c^2}$. Найти натяжение нити, связывающей два блока.

Нити считать нерастяжимыми. Ускорение свободного падения $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ дать в Ньютонах с округлением до целых.



Решение:

Для начала найдём, какие силы действуют на обе нити. Из рисунка видно, что на чёрную нить действует сила F, т. к. нить нерастяжима, это будет сила натяжения всей нити. Заметим, что зелёная нить удерживает подвижный невесомый блок с чёрной нитью, следовательно

сила, действующая на неё в два раза больше – 2F. Чтобы найти F, запишем уравнение второго закона Ньютона для груза:

$$4\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Или в проекции на ось Оу:

$$4F - mg = ma$$
$$F = \frac{ma+mg}{4} = \frac{30}{4}(2+10) = 90\ \text{Н}$$

Тогда сила натяжения зелёной нити равна 2F=180Н.

Ответ: 180

3. *(12 баллов)* До появления радиозондов для измерения параметров атмосферы использовались специальные шары-зонды: к латексным шарам, наполненным, как правило, водородом, прикрепляли метеорограф и выпускали в свободный полет для изучения стратосферы. На некоторой высоте оболочка шара разрывается и метеорограф спускается на землю на парашюте для последующей обработки ленты с записями. Необходимо помочь метеорологам и определить, на какую максимальную высоту шар-зонд сможет подняться.

Считать, что шар-зонд имеет герметичную оболочку постоянного объема $70\ \text{м}^3$. Масса шара вместе с метеорографом и водородом $7\ \text{кг}$. Можно считать, что атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые $6\ \text{км}$ высоты. Температуру в стратосфере принять за $-60{,}5°\text{C}$. Молекулярная масса воздуха составляет $29\ \text{г/моль}$. Давление у поверхности Земли 10^5Па. Универсальная газовая постоянная R=8,31Дж/(моль·К).

Ответ дать в метрах с округлением до целого значения.

Решение:

На максимальной высоте выталкивающая сила равна весу шара-зонда:

$$Mg = \rho g V$$

Выразив плотность окружающего воздуха через давление и температуру:

$$M = \frac{\mu \cdot p \cdot V}{R \cdot T}$$

Отсюда находим давление на этой высоте:

$$p = \frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}$$

Посмотрим теперь, во сколько раз давление p меньше давления у поверхности Земли p_0. Из условия известно, что давление падает в два раза каждые h км подъема, то есть:

$$\frac{p_0}{p} = 2^{\frac{H}{h}}$$

Температура в К:

$$\text{T} = 273 + t°\text{C}$$

Отсюда находим H:

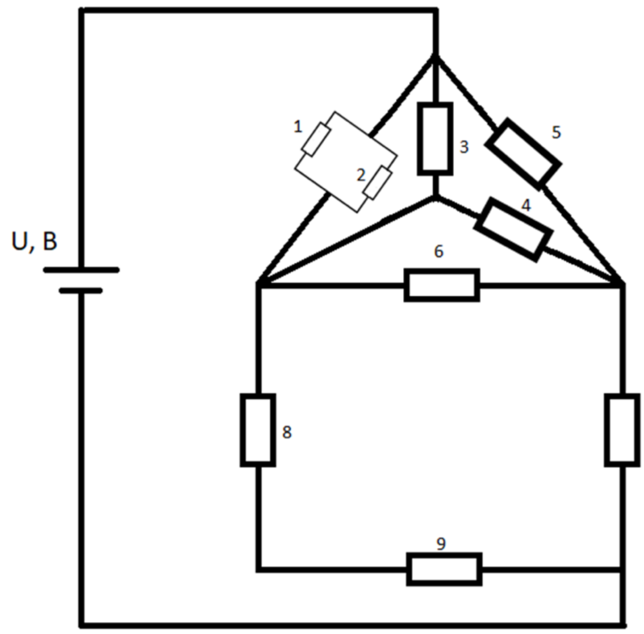
$$H = h * \log_2 \frac{p_0}{p} = h * \log_2 \frac{p_0}{\frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}} = h * \log_2 \frac{p_0 * \mu * V}{M \cdot R \cdot T}$$

$$= 6000 * \log_2 \frac{10^5 * 29 * 10^{-3} * 70}{7 \cdot 8{,}31 \cdot (273 - 60{,}5)} = 24226\text{м}$$

Ответ: 24226

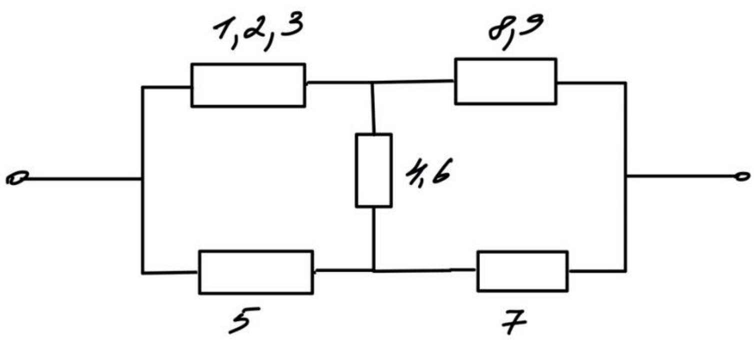
4. *(14 баллов)* В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R=60 Ом, кроме $R_8 = R_9 = 10$ Ом, а напряжение идеального источника равно 9 В.

Найдите силу тока на выходе из цепи. Сопротивлением проводов можно пренебречь. Ответ выразите в мА с округлением до целого значения.



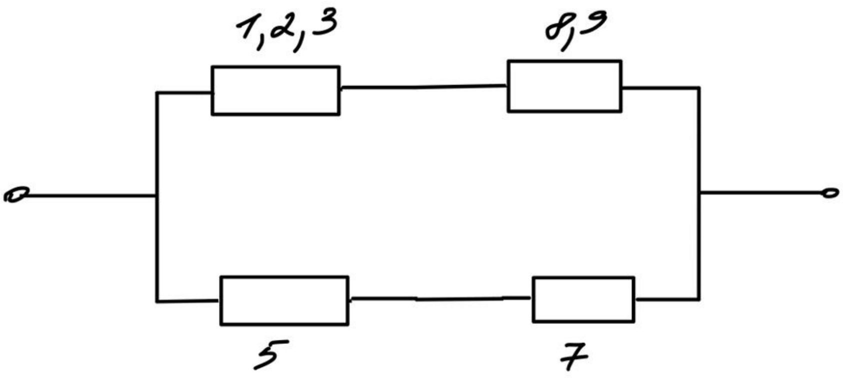
Решение:

Пользуясь формулами для параллельного и последовательного включения резисторов, находим эквивалентное сопротивление всей цепи. Для него используем закон Ома.



$$R_{1,2}=\frac{R_1*R_2}{R_1+R_2}=30;\ R_{1,2,3}=\frac{R_{1,2}*R_3}{R_{1,2}+R_3}=20; R_{4,6}=\frac{R_4*R_6}{R_4+R_6}=30; R_{8,9}=R_8+R_9=20;$$

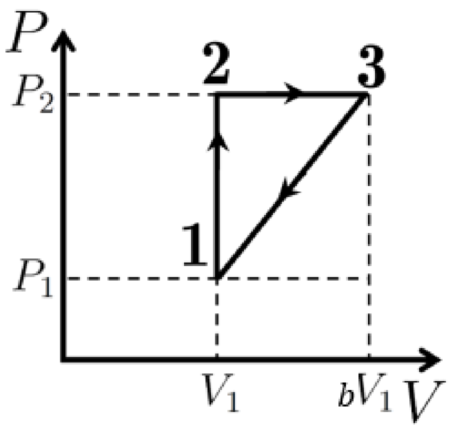
Поскольку отношения сопротивлений $\frac{R_{1,2,3}}{R_5}$ и $\frac{R_{8,9}}{R_7}$ пропорциональны, ток через резистор $R_{4,6}$ не идет, его можно убрать из эквивалентной схемы и получаем новую схему:



$$R_{1,2,3,8,9}=R_{1,2,3}+R_{8,9}=40; R_{5,7}=R_5+R_7=120;$$
$$R=\frac{R_{1,2,3,8,9}*R_{5,7}}{R_{1,2,3,8,9}+R_{5,7}}=30; I=\frac{U}{R}=150\text{мА}$$

Ответ: 150

5. *(15 баллов)* В ходе эксперимента была получен цикл с одноатомным идеальным газом. При этом из ранее проводимых экспериментов известно, что цикл Карно в этом диапазоне имел КПД равный $\eta_к = 0{,}8$. Зная, что в ходе изобарного процесса объём газа увеличился в b=2 раза нужно определить КПД имеющегося цикла. Ответ дать в процентах с округлением до десятых.



Решение:

Найдём из формулы КПД цикла Карно отношение температур:

$$\eta_к = 1-\frac{T_1}{T_3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3}=1-\eta_к$$

Найдём полезную работу, она будет равняться площади треугольника (1→2→3):

$$A_ц=\frac{1}{2}\cdot(b-1)V_1(P_2-P_1)=\frac{(b-1)}{2}V_1P_2-\frac{(b-1)}{2}V_1P_1=\frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b}-T_1\right)$$

Вычислим работу при изобарном процессе:

$$A_{2\to3} = P_2(V_3 - V_1) = P_2\big((b-1)\cdot V_1\big) = \frac{1}{b}P_3V_3 = \frac{1}{b}\nu RT_3$$

Вычислим суммарное изменение внутренней энергии одноатомного газа в изохорном и изобарном процессах:

$$\Delta U_{1\to3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$$

Определим суммарное количество теплоты, подведённое в изохорном и изобарном процессах:

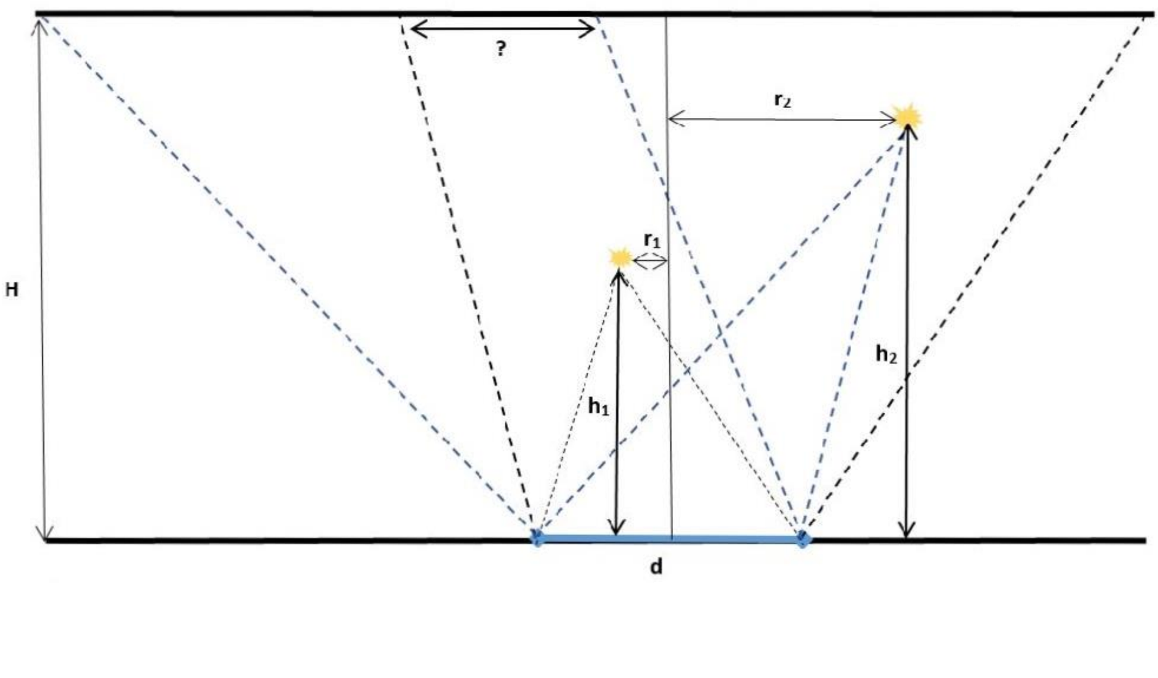
$$Q_{\text{н}} = A_{2\to3} + \Delta U_{1\to3} = \frac{1}{b}\nu RT_3 + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)$$

И в конце вычислим КПД:

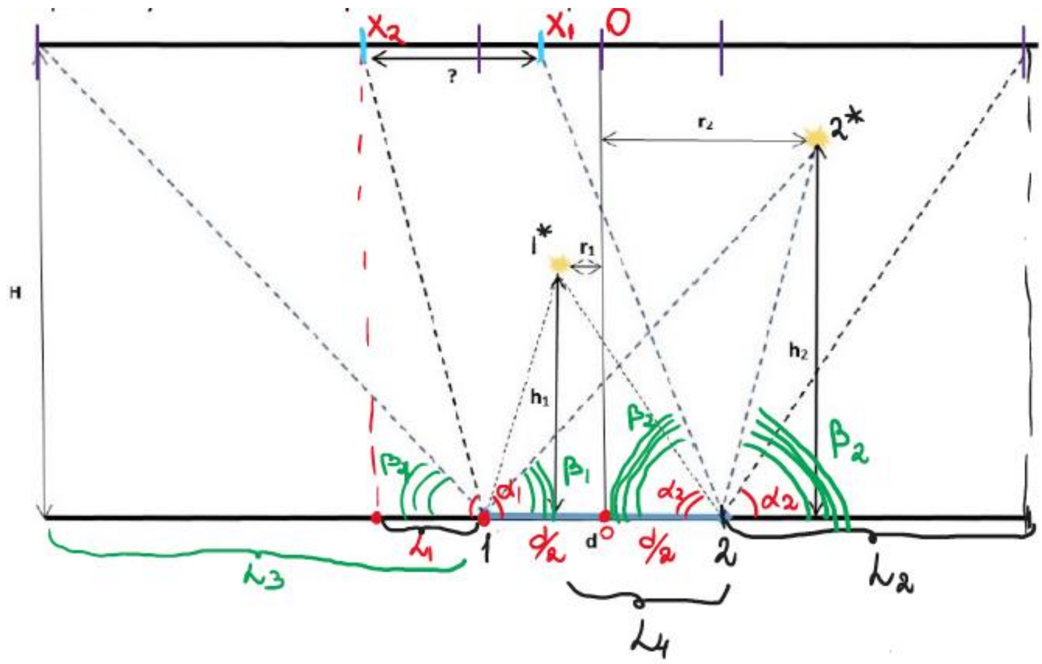
$$\eta = \frac{A_{\text{ц}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{\dfrac{\nu R(b-1)}{2}\left(\dfrac{T_3}{b} - T_1\right)}{\dfrac{1}{2}\nu R\left(\dfrac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)} = \frac{(b-1)\left(\dfrac{1}{b} - \dfrac{T_1}{T_3}\right)}{\left(\dfrac{2+3b}{b} - 3\dfrac{T_1}{T_3}\right)} = \frac{(b-1)\left(\dfrac{1}{b} - (1-\eta_{\text{к}})\right)}{\left(\dfrac{2+3b}{b} - 3\cdot(1-\eta_{\text{к}})\right)} = 0{,}0882$$
$$= 8{,}8\%$$

Ответ: 8,8

6. *(15 баллов)* Дано помещение с высотой потолка H=2 м. В нём расположено два источника света A и B на высоте $h_1 = 1$ м и $h_2 = 1{,}6$ м соответственно. Источники помимо прочего прямо освещают потолок, этим освещением пренебречь и считать, что свет падает только на пол. На полу лежит зеркало шириной d=60см, расстояние от оси, перпендикулярной плоскости зеркала и проходящей через его центр, до источников r_1=10 см и $r_2 = 40$ см. Найти ширину пересечения солнечных зайчиков на потолке, которые получаются после отражения света от источников в зеркале.
Ответ привести в сантиметрах с округлением до целого значения.



Решение:



1) $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}-r_1} => L_1 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_1} = H * \frac{\frac{d}{2}-r_1}{h_1}$

2) $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}+r_1} => L_2 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_2} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_1}{h_1}$

3) $\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{h_2}{\frac{d}{2}+r_2} => L_3 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_1} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_2}{h_2}$

4) $\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{h_2}{r_2-\frac{d}{2}} => L_4 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_2} = H * \frac{r_2-\frac{d}{2}}{h_2}$

$$x_1 = \frac{d}{2} - L_4$$

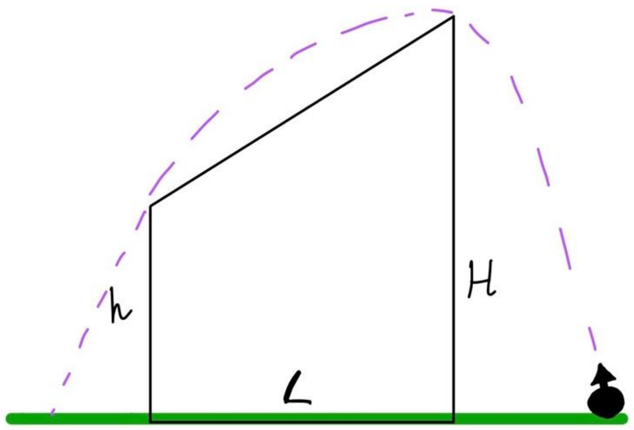
$$x_2 = -\frac{d}{2} - L_1$$

$$\Delta L = x_1 - x_2 = \frac{d}{2} - L_4 + \frac{d}{2} + L_1 = d + L_1 - L_4 = d + H * \frac{\frac{d}{2} - r_1}{h_1} - H * \frac{r_2 - \frac{d}{2}}{h_2}$$
$$= 0{,}6 + 2 * \frac{\frac{0{,}6}{2} - 0{,}1}{1} - 2 * \frac{0{,}4 - \frac{0{,}6}{2}}{1{,}6} = 0{,}88\text{м} = 88\text{см}$$

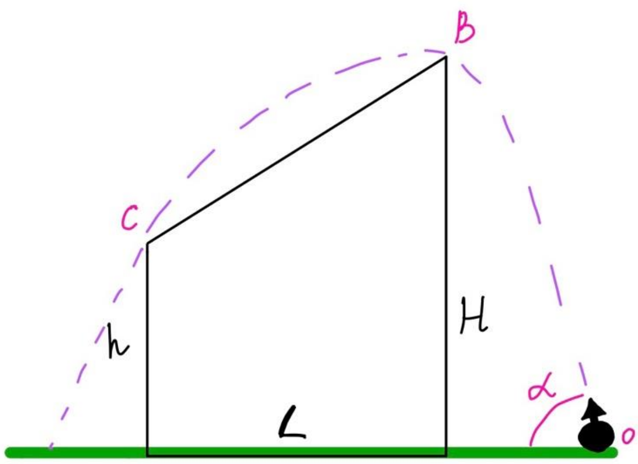
Ответ: 88

1. *(12 баллов)* На даче у Андрея был установлен старый сарай с покатой крышей. Высота одной стенки H=3м, высота второй h=2,5м, ширина сарая L=4м. Андрей решил попробовать перебрасывать камни через сарай. При какой минимальной скорости камень сможет перелететь через сарай?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ предоставить в м/с с округлением до сотых.



Решение:



1. Запишем уравнение полета тела из точки B в точку C

$$L = vt\cos\alpha; \qquad 0 = (H - h) + v\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}.$$

2. Выразим из первого уравнения время

$$\mathrm{t} = \frac{L}{v\cos\alpha},$$

и подставим это значение во второе уравнение

$$0 = (H - h) + v\sin\alpha\frac{L}{v\cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{L^2}{v^2\, cos^2\,\alpha}\right) \gg$$

$$(H - h) + L\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{gL^2}{2\,v^2\,cos^2\alpha} = 0.$$

Преобразуем полученное соотношение в квадратное уравнение относительно tgα

$$\frac{gL^2}{2v^2}\mathrm{tg}^2\,\alpha - L\,\mathrm{tg}\,\alpha + \frac{gL^2}{2v^2} - (H - h) = 0.$$

3. Выделим дискриминант уравнения и приравняем его к нулю с целью определения минимального значения скорости в точке B траектории

$$D = L^2 - \frac{gL^2}{2v^2}\left\{\frac{gL^2}{2v^2} - (H - h)\right\} = 0$$

$$v^2_{B(\min)} = g\left\{\sqrt{(H-h)^2 + L^2} - (H - h)\right\}$$

4. Минимальную скорость броска определим из условия

$$v^2_{min} = v^2_{B(\min)} + 2gH$$

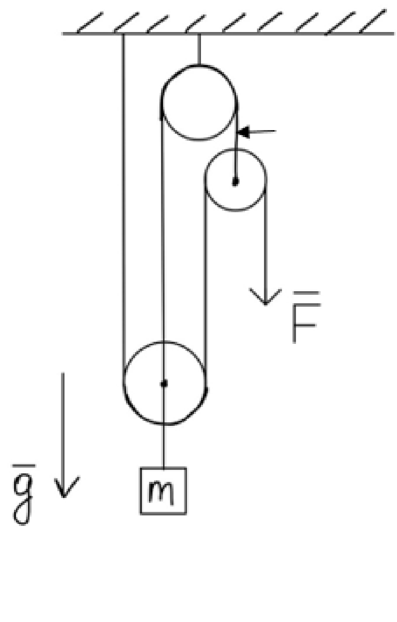
откуда

$$v_{min} = \sqrt{g(H + h + \sqrt{(H-h)^2 + L^2})} = 9{,}76\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 9,76

2. *(10 баллов)* Ваня смастерил систему из блоков. К свободному концу одной из нитей он прикладывает постоянную силу F, так, чтобы груз массы m=35кг поднимался с постоянным ускорением $1\,\frac{\text{м}}{c^2}$. Найти натяжение нити, связывающей два блока.

Нити считать нерастяжимыми. Ускорение свободного падения $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ дать в Ньютонах с округлением до целых.



Решение:

Для начала найдём, какие силы действуют на обе нити. Из рисунка видно, что на чёрную нить действует сила F, т. к. нить нерастяжима, это будет сила натяжения всей нити. Заметим, что зелёная нить удерживает подвижный невесомый блок с чёрной нитью, следовательно

сила, действующая на неё в два раза больше – 2F. Чтобы найти F, запишем уравнение второго закона Ньютона для груза:

$$4\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Или в проекции на ось Oy:

$$4F - mg = ma$$

$$F = \frac{ma+mg}{4} = \frac{35}{4}(1+10) = 96{,}25\ \text{Н}$$

Тогда сила натяжения зелёной нити равна 2F=192,5Н.

Ответ: 193

3. *(12 баллов)* До появления радиозондов для измерения параметров атмосферы использовались специальные шары-зонды: к латексным шарам, наполненным, как правило, водородом, прикрепляли метеорограф и выпускали в свободный полет для изучения стратосферы. На некоторой высоте оболочка шара разрывается и метеорограф спускается на землю на парашюте для последующей обработки ленты с записями. Необходимо помочь метеорологам и определить, на какую максимальную высоту шар-зонд сможет подняться.

Считать, что шар-зонд имеет герметичную оболочку постоянного объема $65\ \text{м}^3$. Масса шара вместе с метеорографом и водородом $7{,}5\ \text{кг}$. Можно считать, что атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые $5{,}5\ \text{км}$ высоты. Температуру в стратосфере принять за $-56°\text{C}$. Молекулярная масса воздуха составляет $29\ \text{г/моль}$. Давление у поверхности Земли $10^5\,\text{Па}$. Универсальная газовая постоянная R=8,31Дж/(моль·К).

Ответ дать в метрах с округлением до целого значения.

Решение:

На максимальной высоте выталкивающая сила равна весу шара-зонда:

$$Mg = \rho g V$$

Выразив плотность окружающего воздуха через давление и температуру:

$$M = \frac{\mu \cdot p \cdot V}{R \cdot T}$$

Отсюда находим давление на этой высоте:

$$p = \frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}$$

Посмотрим теперь, во сколько раз давление p меньше давления у поверхности Земли p_0. Из условия известно, что давление падает в два раза каждые h км подъема, то есть:

$$\frac{p_0}{p} = 2^{\frac{H}{h}}$$

Температура в К:

$$\text{T} = 273 + t°\text{C}$$

Отсюда находим H:

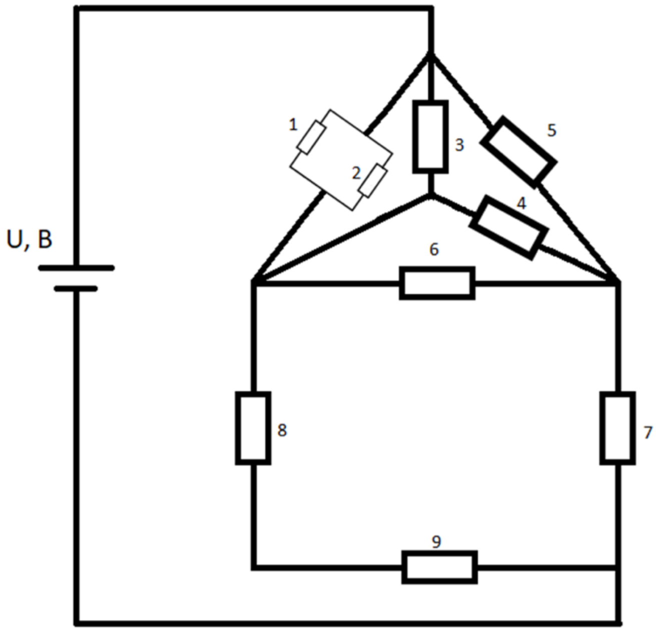
$$H = h * \log_2 \frac{p_0}{p} = h * \log_2 \frac{p_0}{\frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}} = h * \log_2 \frac{p_0 * \mu * V}{M \cdot R \cdot T}$$

$$= 5500 * \log_2 \frac{10^5 * 0{,}029 * 65}{7{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot (273-56)} = 20905\text{м}$$

Ответ: 20905

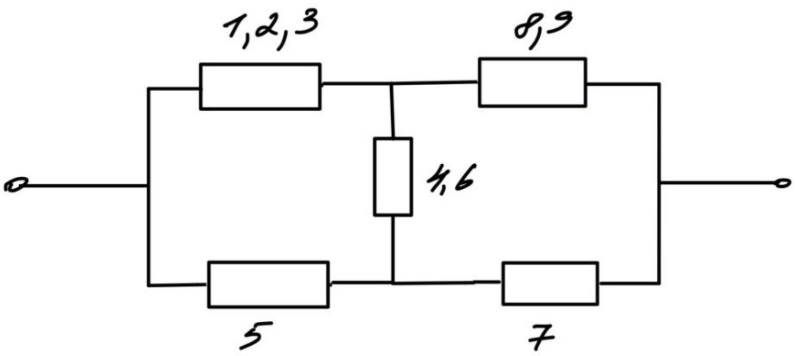
4. *(14 баллов)* В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R=30 Ом, кроме $R_8 = R_9 = 5$ Ом, а напряжение идеального источника равно 3 В.

Найдите силу тока на выходе из цепи. Сопротивлением проводов можно пренебречь. Ответ выразите в мА с округлением до целого значения.



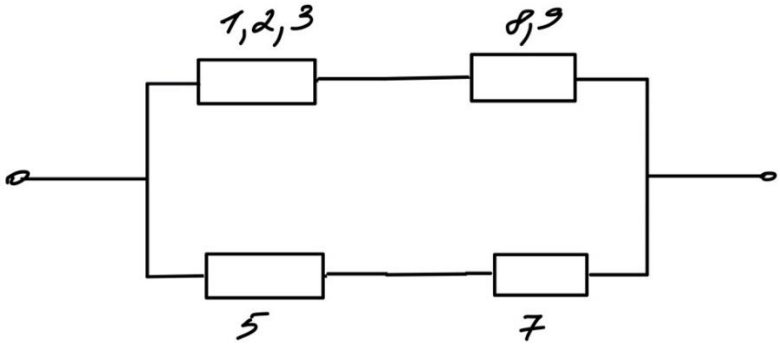
Решение:

Пользуясь формулами для параллельного и последовательного включения резисторов, находим эквивалентное сопротивление всей цепи. Для него используем закон Ома.



$$R_{1,2} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = 15;\ R_{1,2,3} = \frac{R_{1,2} * R_3}{R_{1,2} + R_3} = 10; R_{4,6} = \frac{R_4 * R_6}{R_4 + R_6} = 15; R_{8,9} = R_8 + R_9 = 10;$$

Поскольку отношения сопротивлений $\frac{R_{1,2,3}}{R_5}$ и $\frac{R_{8,9}}{R_7}$ пропорциональны, ток через резистор $R_{4,6}$ не идет, его можно убрать из эквивалентной схемы и получаем новую схему:

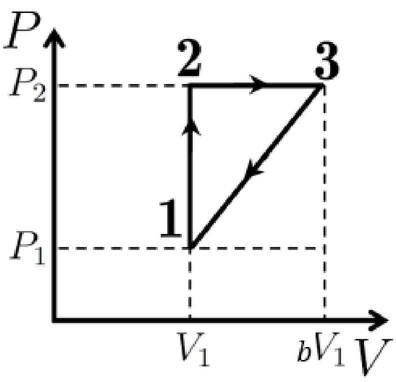


$$R_{1,2,3,8,9} = R_{1,2,3} + R_{8,9} = 20; R_{5,7} = R_5 + R_7 = 60;$$

$$R = \frac{R_{1,2,3,8,9} * R_{5,7}}{R_{1,2,3,8,9} + R_{5,7}} = 15; I = \frac{U}{R} = 200\text{мА}$$

Ответ: 200

5. *(15 баллов)* В ходе эксперимента была получен цикл с одноатомным идеальным газом. При этом из ранее проводимых экспериментов известно, что цикл Карно в этом диапазоне имел КПД равный $\eta_к = 0{,}75$. Зная, что в ходе изобарного процесса объём газа увеличился в b=3 раза нужно определить КПД имеющегося цикла. Ответ дать в процентах с округлением до десятых.



Решение:

Найдём из формулы КПД цикла Карно отношение температур:

$$\eta_к = 1 - \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = 1 - \eta_к$$

Найдём полезную работу, она будет равняться площади треугольника (1→2→3):

$$A_ц = \frac{1}{2} \cdot (b-1)V_1(P_2 - P_1) = \frac{(b-1)}{2}V_1P_2 - \frac{(b-1)}{2}V_1P_1 = \frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)$$

Вычислим работу при изобарном процессе:

$$A_{2\to3} = P_2(V_3 - V_1) = P_2\big((b-1) \cdot V_1\big) = \frac{1}{b}P_3V_3 = \frac{1}{b}\nu RT_3$$

Вычислим суммарное изменение внутренней энергии одноатомного газа в изохорном и изобарном процессах:

$$\Delta U_{1\to3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$$

Определим суммарное количество теплоты, подведённое в изохорном и изобарном процессах:

$$Q_{\text{н}} = A_{2\to3} + \Delta U_{1\to3} = \frac{1}{b}\nu R T_3 + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)$$

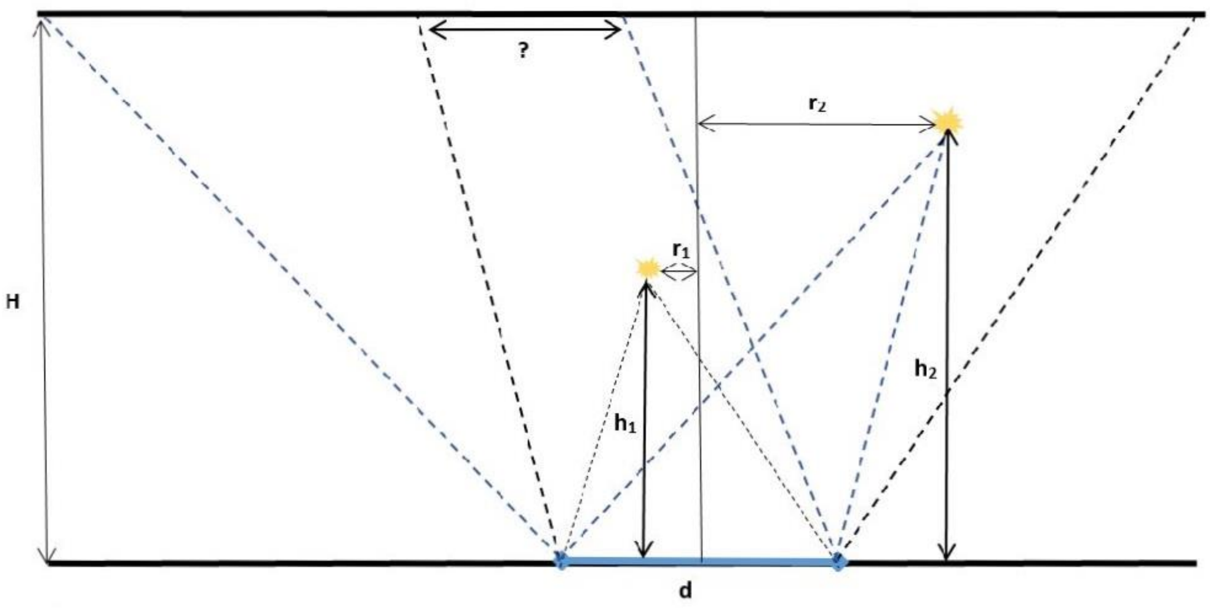
И в конце вычислим КПД:

$$\eta = \frac{A_{\text{ц}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{\frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)}{\frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - \frac{T_1}{T_3}\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\frac{T_1}{T_3}\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - (1-\eta_{\text{к}})\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\cdot(1-\eta_{\text{к}})\right)} = 0{,}0571$$
$$= 5{,}7\%$$

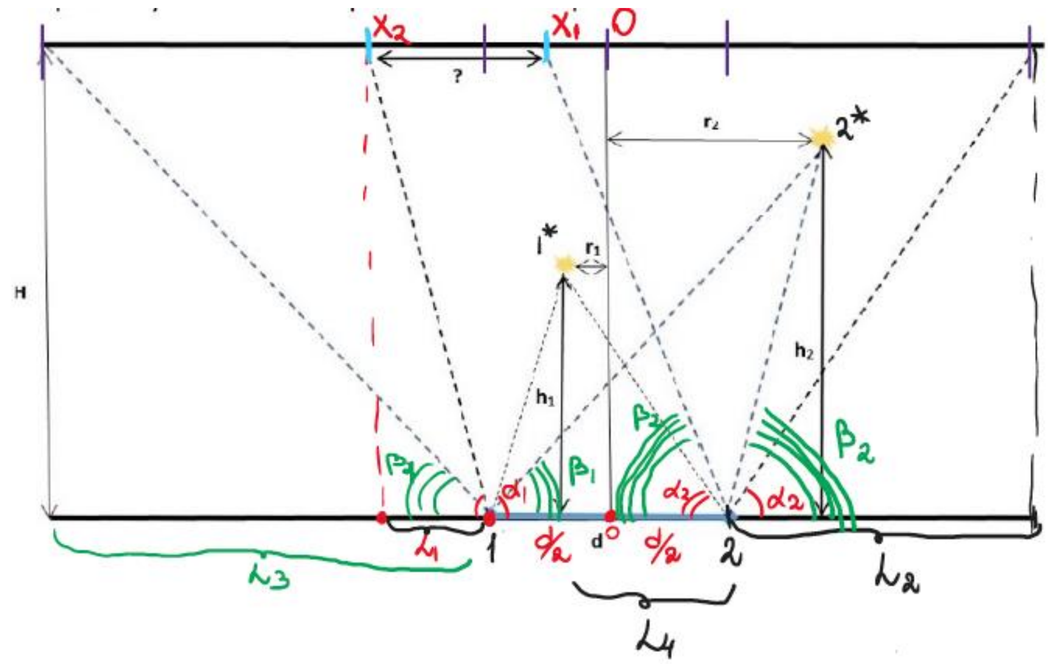
Ответ: 5,7

6. *(15 баллов)* Дано помещение с высотой потолка H=2,2 м. В нём расположено два источника света A и B на высоте $h_1 = 1{,}1$ м и $h_2 = 1{,}7$ м соответственно. Источники помимо прочего прямо освещают потолок, этим освещением пренебречь и считать, что свет падает только на пол. На полу лежит зеркало шириной d=80 см, расстояние от оси, перпендикулярной плоскости зеркала и проходящей через его центр, до источников r_1=20 см и $r_2 = 60$ см. Найти ширину пересечения солнечных зайчиков на потолке, которые получаются после отражения света от источников в зеркале.

Ответ привести в сантиметрах с округлением до целого значения.



Решение:



1) $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}-r_1} => L_1 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_1} = H * \frac{\frac{d}{2}-r_1}{h_1}$

2) $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}+r_1} => L_2 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_2} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_1}{h_1}$

3) $\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{h_2}{\frac{d}{2}+r_2} => L_3 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_1} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_2}{h_2}$

4) $\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{h_2}{r_2-\frac{d}{2}} => L_4 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_2} = H * \frac{r_2-\frac{d}{2}}{h_2}$

$$x_1 = \frac{d}{2} - L_4$$

$$x_2 = -\frac{d}{2} - L_1$$

$$\Delta L = x_1 - x_2 = \frac{d}{2} - L_4 + \frac{d}{2} + L_1 = d + L_1 - L_4 = d + H * \frac{\frac{d}{2} - r_1}{h_1} - H * \frac{r_2 - \frac{d}{2}}{h_2}$$
$$= 0{,}8 + 2{,}2 * \frac{\frac{0{,}8}{2} - 0{,}2}{1{,}1} - 2{,}2 * \frac{0{,}6 - \frac{0{,}8}{2}}{1{,}7} = 0{,}94\text{м} = 94\text{см}$$

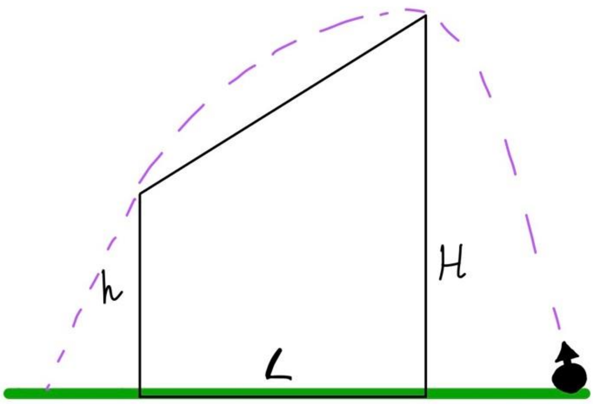
Ответ: 94

Физика. 8-9 класс.

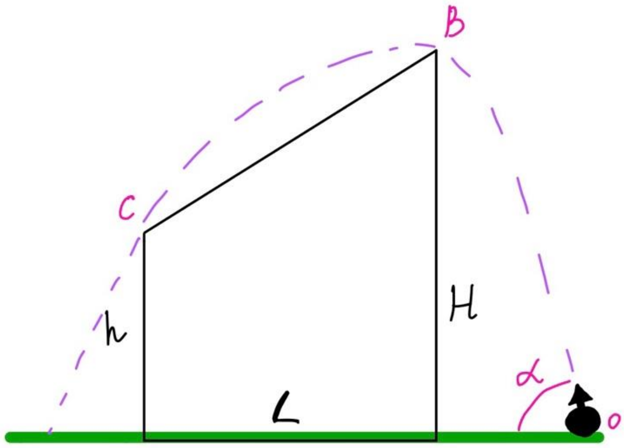
Вариант-3

1. *(12 баллов)* На даче у Андрея был установлен старый сарай с покатой крышей. Высота одной стенки H= 2,5м, высота второй h=2,2м, ширина сарая L=2м. Андрей решил попробовать перебрасывать камни через сарай. При какой минимальной скорости камень сможет перелететь через сарай?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ предоставить в м/с с округлением до сотых.



Решение:



1. Запишем уравнение полета тела из точки В в точку С

$$L = vt\cos\alpha; \qquad 0 = (H - h) + v\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}.$$

2. Выразим из первого уравнения время

$$\text{t} = \frac{L}{v\cos\alpha},$$

и подставим это значение во второе уравнение

$$0 = (H - h) + v\sin\alpha\,\frac{L}{v\cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{L^2}{v^2\,cos^2\,\alpha}\right) \gg$$

$$(H-h)+L\,\mathrm{tg}\,\alpha-\frac{gL^2}{2\,v^2\,cos^2\alpha}=0.$$

Преобразуем полученное соотношение в квадратное уравнение относительно tgα

$$\frac{gL^2}{2v^2}\mathrm{tg}^2\,\alpha-L\,\mathrm{tg}\,\alpha+\frac{gL^2}{2v^2}-(H-h)=0.$$

3. Выделим дискриминант уравнения и приравняем его к нулю с целью определения минимального значения скорости в точке B траектории

$$D=\ L^2-\frac{gL^2}{2v^2}\left\{\frac{gL^2}{2v^2}-(H-h)\right\}=0$$

$$v_{B(\min)}^2=g\left\{\sqrt{(H-h)^2+L^2}-(H-h)\right\}$$

4. Минимальную скорость броска определим из условия

$$v_{min}^2=v_{B(\min)}^2+2gH$$

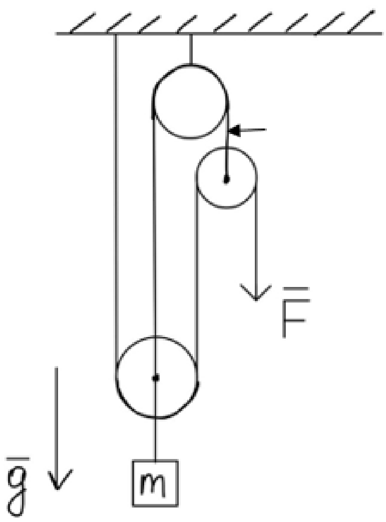
откуда

$$v_{min}=\sqrt{g\left(H+h+\sqrt{(H-h)^2+L^2}\right)}=8{,}20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 8,20

2. *(10 баллов)* Ваня смастерил систему из блоков. К свободному концу одной из нитей он прикладывает постоянную силу F, так, чтобы груз массы m=34кг поднимался с постоянным ускорением $1{,}5\,\frac{\text{м}}{c^2}$. Найти натяжение нити, связывающей два блока.

Нити считать нерастяжимыми. Ускорение свободного падения $g=10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ дать в Ньютонах с округлением до целых.



Решение:

Для начала найдём, какие силы действуют на обе нити. Из рисунка видно, что на чёрную нить действует сила F, т. к. нить нерастяжима, это будет сила натяжения всей нити. Заметим, что зелёная нить удерживает подвижный невесомый блок с чёрной нитью, следовательно сила, действующая на неё в два раза больше – 2F. Чтобы найти F, запишем уравнение второго закона Ньютона для груза:

$$4\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Или в проекции на ось Оу:

$$4F - mg = ma$$

$$F = \frac{ma+mg}{4} = \frac{34}{4}(1{,}5 + 9{,}8) = 97{,}75 \text{ Н}$$

Тогда сила натяжения зелёной нити равна 2F=195,5Н.

Ответ: 196

3. *(12 баллов)* До появления радиозондов для измерения параметров атмосферы использовались специальные шары-зонды: к латексным шарам, наполненным, как правило, водородом, прикрепляли метеорограф и выпускали в свободный полет для изучения стратосферы. На некоторой высоте оболочка шара разрывается и метеорограф спускается на землю на парашюте для последующей обработки ленты с записями. Необходимо помочь метеорологам и определить, на какую максимальную высоту шар-зонд сможет подняться.

Считать, что шар-зонд имеет герметичную оболочку постоянного объема 68 м^3. Масса шара вместе с метеорографом и водородом $6{,}7 \text{ кг}$. Можно считать, что атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые $5{,}5 \text{ км}$ высоты. Температуру в стратосфере принять за -55°C. Молекулярная масса воздуха составляет 29 г/моль. Давление у поверхности Земли 10^5Па. Универсальная газовая постоянная R=8,31Дж/(моль·К).

Ответ дать в метрах с округлением до целого значения.

Решение:

На максимальной высоте выталкивающая сила равна весу шара-зонда:

$$Mg = \rho g V$$

Выразив плотность окружающего воздуха через давление и температуру:

$$M = \frac{\mu \cdot p \cdot V}{R \cdot T}$$

Отсюда находим давление на этой высоте:

$$p = \frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}$$

Посмотрим теперь, во сколько раз давление p меньше давления у поверхности Земли p_0. Из условия известно, что давление падает в два раза каждые h км подъема, то есть:

$$\frac{p_0}{p} = 2^{\frac{H}{h}}$$

Температура в К:

$$\text{T} = 273 + t\text{°C}$$

Отсюда находим H:

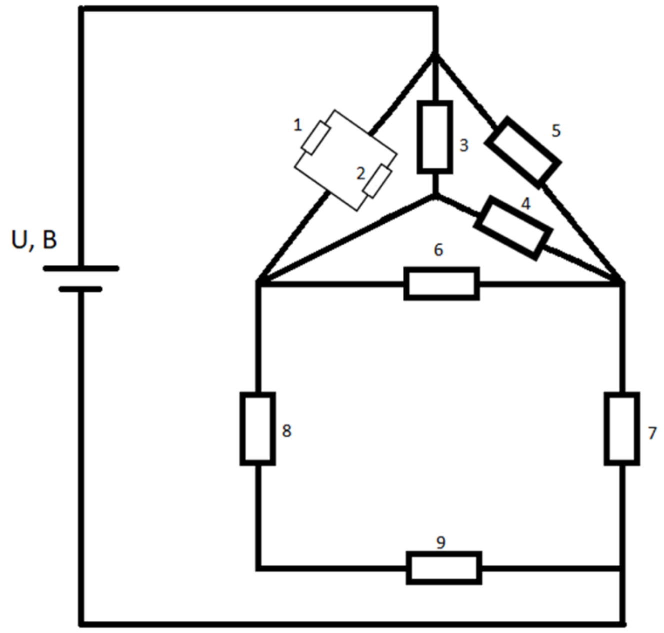
$$H = h * \log_2 \frac{p_0}{p} = h * \log_2 \frac{p_0}{\frac{M \ \cdot \ R \ \cdot T}{\mu \ \cdot V}} = h * \log_2 \frac{p_0 * \mu \ * V}{M \ \cdot \ R \ \cdot T}$$

$$= 5500 * \log_2 \frac{10^5 * 0{,}029 * 68}{6{,}7 \ \cdot \ 8{,}31 \ \cdot (273 - 55)} = 22122\text{м}$$

Ответ: 22122

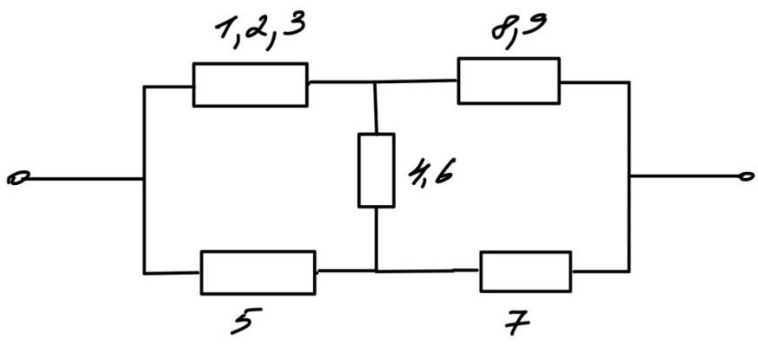
4. *(14 баллов)* В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R=15 Ом, кроме $R_8 = R_9 = 2{,}5$ Ом, а напряжение идеального источника равно 2,25 В.

Найдите силу тока на выходе из цепи. Сопротивлением проводов можно пренебречь. Ответ выразите в мА. Ответ выразите в мА с округлением до целого значения.



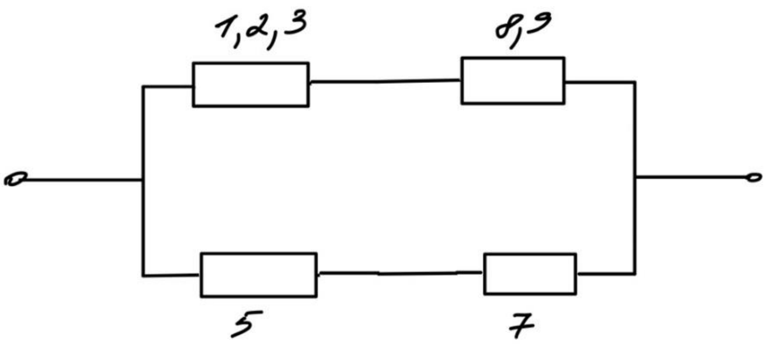
Решение:

Пользуясь формулами для параллельного и последовательного включения резисторов, находим эквивалентное сопротивление всей цепи. Для него используем закон Ома.



$$R_{1,2} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = 7{,}5;\ R_{1,2,3} = \frac{R_{1,2} * R_3}{R_{1,2} + R_3} = 5; R_{4,6} = \frac{R_4 * R_6}{R_4 + R_6} = 7{,}5; R_{8,9} = R_8 + R_9 = 5;$$

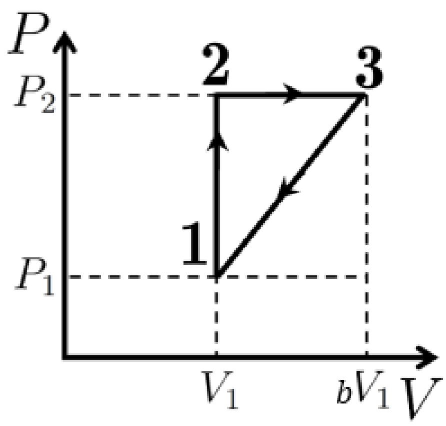
Поскольку отношения сопротивлений $\frac{R_{1,2,3}}{R_5}$ и $\frac{R_{8,9}}{R_7}$ пропорциональны, ток через резистор $R_{4,6}$ не идет, его можно убрать из эквивалентной схемы и получаем новую схему:



$$R_{1,2,3,8,9} = R_{1,2,3} + R_{8,9} = 10; R_{5,7} = R_5 + R_7 = 30;$$
$$R = \frac{R_{1,2,3,8,9} * R_{5,7}}{R_{1,2,3,8,9} + R_{5,7}} = 7{,}5; I = \frac{U}{R} = 300\text{мА}$$

Ответ: 300

5. *(15 баллов)* В ходе эксперимента была получен цикл с одноатомным идеальным газом. При этом из ранее проводимых экспериментов известно, что цикл Карно в этом диапазоне имел КПД равный $\eta_к = 0{,}65$. Зная, что в ходе изобарного процесса объём газа увеличился в b=2,5 раза нужно определить КПД имеющегося цикла. Ответ дать в процентах с округлением до десятых.



Решение:

Найдём из формулы КПД цикла Карно отношение температур:

$$\eta_к = 1 - \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = 1 - \eta_к$$

Найдём полезную работу, она будет равняться площади треугольника (1→2→3):

$$A_ц = \frac{1}{2} \cdot (b-1)V_1(P_2 - P_1) = \frac{(b-1)}{2}V_1P_2 - \frac{(b-1)}{2}V_1P_1 = \frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)$$

Вычислим работу при изобарном процессе:

$$A_{2\to3} = P_2(V_3 - V_1) = P_2\big((b-1)\cdot V_1\big) = \frac{1}{b}P_3V_3 = \frac{1}{b}\nu RT_3$$

Вычислим суммарное изменение внутренней энергии одноатомного газа в изохорном и изобарном процессах:

$$\Delta U_{1\to3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$$

Определим суммарное количество теплоты, подведённое в изохорном и изобарном процессах:

$$Q_{\text{н}} = A_{2\to3} + \Delta U_{1\to3} = \frac{1}{b}\nu RT_3 + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)$$

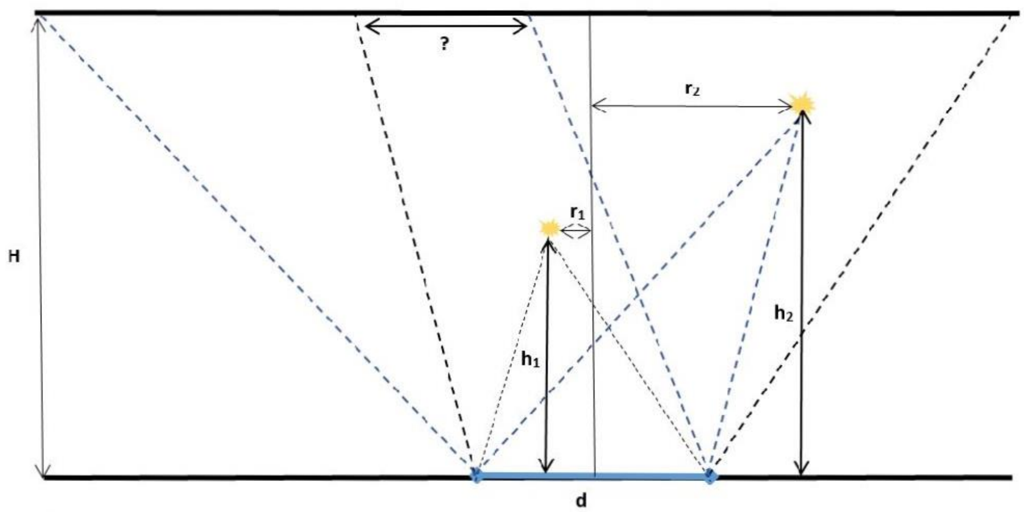
И в конце вычислим КПД:

$$\eta = \frac{A_{\text{ц}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{\frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)}{\frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - \frac{T_1}{T_3}\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\frac{T_1}{T_3}\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - (1-\eta_{\text{к}})\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\cdot(1-\eta_{\text{к}})\right)} = 0{,}0273$$
$$= 2{,}7\%$$

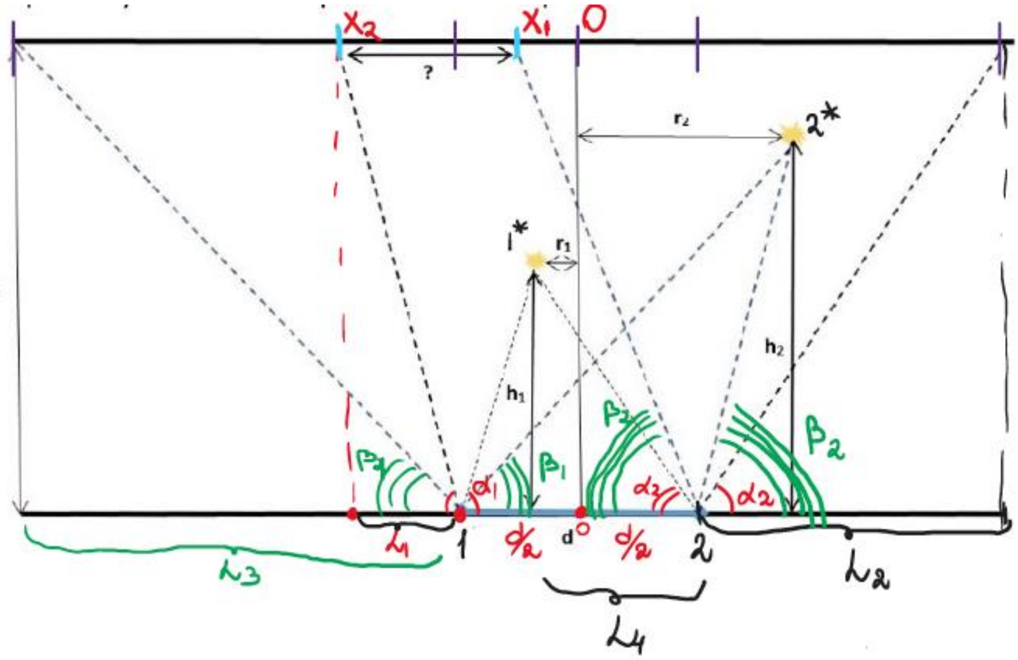
Ответ: 2,7

6. *(15 баллов)* Дано помещение с высотой потолка H=2,3 м. В нём расположено два источника света A и B на высоте $h_1 = 1$ м и $h_2 = 1{,}8$ м соответственно. Источники помимо прочего прямо освещают потолок, этим освещением пренебречь и считать, что свет падает только на пол. На полу лежит зеркало шириной d=70 см, расстояние от оси, перпендикулярной плоскости зеркала и проходящей через его центр, до источников r_1=15 см и $r_2 = 40$ см. Найти ширину пересечения солнечных зайчиков на потолке, которые получаются после отражения света от источников в зеркале.

Ответ привести в сантиметрах с округлением до целого значения.



Решение:



1) $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}-r_1} \Rightarrow L_1 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_1} = H * \frac{\frac{d}{2}-r_1}{h_1}$

2) $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}+r_1} \Rightarrow L_2 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_2} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_1}{h_1}$

3) $\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{h_2}{\frac{d}{2}+r_2} \Rightarrow L_3 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_1} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_2}{h_2}$

4) $\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{h_2}{r_2-\frac{d}{2}} \Rightarrow L_4 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_2} = H * \frac{r_2-\frac{d}{2}}{h_2}$

$$x_1 = \frac{d}{2} - L_4$$

$$x_2 = -\frac{d}{2} - L_1$$

$$\Delta L = x_1 - x_2 = \frac{d}{2} - L_4 + \frac{d}{2} + L_1 = d + L_1 - L_4 = d + H * \frac{\frac{d}{2} - r_1}{h_1} - H * \frac{r_2 - \frac{d}{2}}{h_2}$$

$$= 0{,}7 + 2{,}3 * \frac{\frac{0{,}7}{2} - 0{,}15}{1} - 2{,}3 * \frac{0{,}4 - \frac{0{,}7}{2}}{1{,}8} = 1{,}10\text{м} = 110\text{см}$$

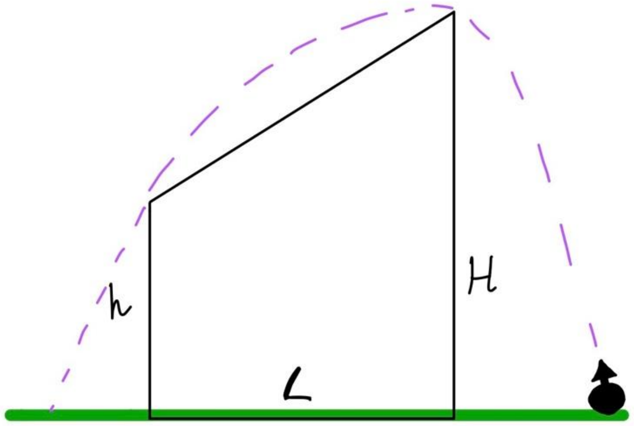
Ответ: 110

Физика. 8-9 класс.

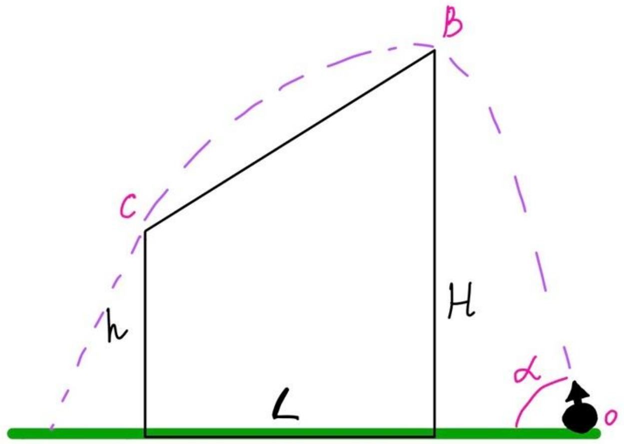
Вариант-4

1. *(12 баллов)* На даче у Андрея был установлен старый сарай с покатой крышей. Высота одной стенки H=4м, высота второй h=2м, ширина сарая L=5м. Андрей решил попробовать перебрасывать камни через сарай. При какой минимальной скорости камень сможет перелететь через сарай?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ предоставить в м/с с округлением до сотых.



Решение:



1. Запишем уравнение полета тела из точки B в точку C

$$L = vt\cos\alpha; \qquad 0 = (H-h) + v\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}.$$

2. Выразим из первого уравнения время

$$\mathrm{t} = \frac{L}{v\cos\alpha},$$

и подставим это значение во второе уравнение

$$0 = (H-h) + v\sin\alpha \frac{L}{v\cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{L^2}{v^2\,cos^2\,\alpha}\right) \gg$$

$$(H-h) + L\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{gL^2}{2\,v^2\,cos^2\alpha} = 0.$$

Преобразуем полученное соотношение в квадратное уравнение относительно tgα

$$\frac{gL^2}{2v^2}\mathrm{tg}^2\,\alpha - L\,\mathrm{tg}\,\alpha + \frac{gL^2}{2v^2} - (H-h) = 0.$$

3. Выделим дискриминант уравнения и приравняем его к нулю с целью определения минимального значения скорости в точке B траектории

$$D = L^2 - \frac{gL^2}{2v^2}\left\{\frac{gL^2}{2v^2} - (H-h)\right\} = 0$$

$$v_{B(\min)}^2 = g\left\{\sqrt{(H-h)^2 + L^2} - (H-h)\right\}$$

4. Минимальную скорость броска определим из условия

$$v_{min}^2 = v_{B(\min)}^2 + 2gH$$

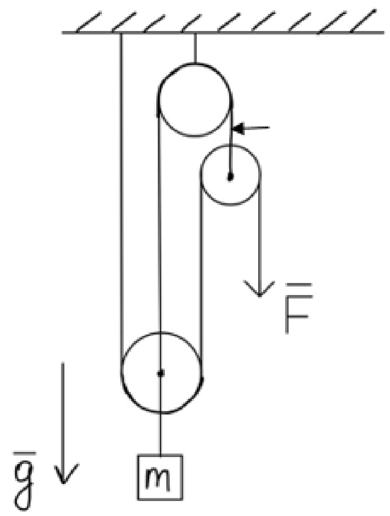
откуда

$$v_{min} = \sqrt{g(H + h + \sqrt{(H-h)^2 + L^2})} = 10{,}67\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 10,67

2. *(10 баллов)* Ваня смастерил систему из блоков. К свободному концу одной из нитей он прикладывает постоянную силу F, так, чтобы груз массы m=34кг поднимался с постоянным ускорением $1{,}5\,\frac{\text{м}}{c^2}$. Найти натяжение нити, связывающей два блока.

Нити считать нерастяжимыми. Ускорение свободного падения $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ дать в Ньютонах с округлением до целых.



Решение:

Для начала найдём, какие силы действуют на обе нити. Из рисунка видно, что на чёрную нить действует сила F, т. к. нить нерастяжима, это будет сила натяжения всей нити. Заметим, что зелёная нить удерживает подвижный невесомый блок с чёрной нитью, следовательно

сила, действующая на неё в два раза больше – 2F. Чтобы найти F, запишем уравнение второго закона Ньютона для груза:

$$4\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Или в проекции на ось Оу:

$$4F - mg = ma$$

$$F = \frac{ma+mg}{4} = \frac{27}{4}(1{,}4 + 10) = 76{,}95 \text{ Н}$$

Тогда сила натяжения зелёной нити равна 2F=153,9Н.

Ответ: 154

3. *(12 баллов)* До появления радиозондов для измерения параметров атмосферы использовались специальные шары-зонды: к латексным шарам, наполненным, как правило, водородом, прикрепляли метеорограф и выпускали в свободный полет для изучения стратосферы. На некоторой высоте оболочка шара разрывается и метеорограф спускается на землю на парашюте для последующей обработки ленты с записями. Необходимо помочь метеорологам и определить, на какую максимальную высоту шар-зонд сможет подняться.

Считать, что шар-зонд имеет герметичную оболочку постоянного объема 73 м^3. Масса шара вместе с метеорографом и водородом $6{,}9 \text{ кг}$. Можно считать, что атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые 6 км высоты. Температуру в стратосфере принять за $-57℃$. Молекулярная масса воздуха составляет 29 г/моль. Давление у поверхности Земли 10^5Па. Универсальная газовая постоянная R=8,31Дж/(моль·К).

Ответ дать в метрах с округлением до целого значения.

Решение:

На максимальной высоте выталкивающая сила равна весу шара-зонда:

$$Mg = \rho g V$$

Выразив плотность окружающего воздуха через давление и температуру:

$$M = \frac{\mu \cdot p \cdot V}{R \cdot T}$$

Отсюда находим давление на этой высоте:

$$p = \frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}$$

Посмотрим теперь, во сколько раз давление p меньше давления у поверхности Земли p_0. Из условия известно, что давление падает в два раза каждые h км подъема, то есть:

$$\frac{p_0}{p} = 2^{\frac{H}{h}}$$

Температура в К:

$$\text{T} = 273 + t℃$$

Отсюда находим H:

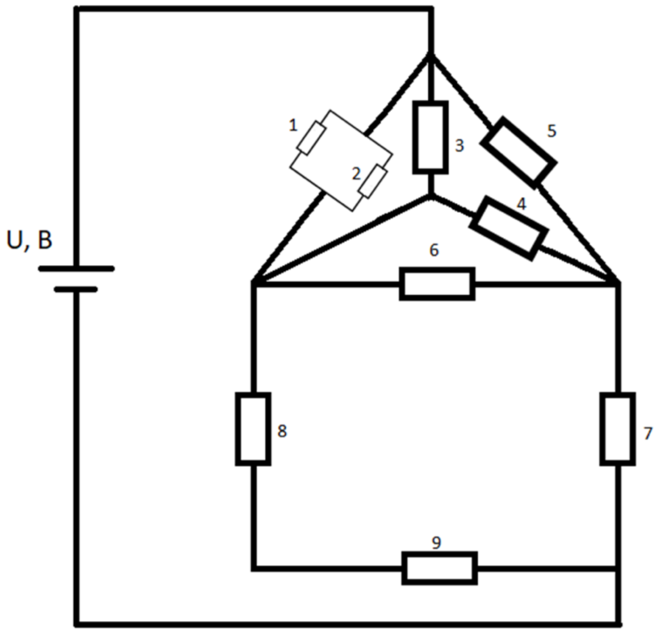
$$H = h * \log_2 \frac{p_0}{p} = h * \log_2 \frac{p_0}{\frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}} = h * \log_2 \frac{p_0 * \mu * V}{M \cdot R \cdot T}$$

$$= 6000 * \log_2 \frac{10^5 * 0{,}029 * 73}{6{,}9 \cdot 8{,}31 \cdot (273 - 57)} = 24572\text{м}$$

Ответ: 24572

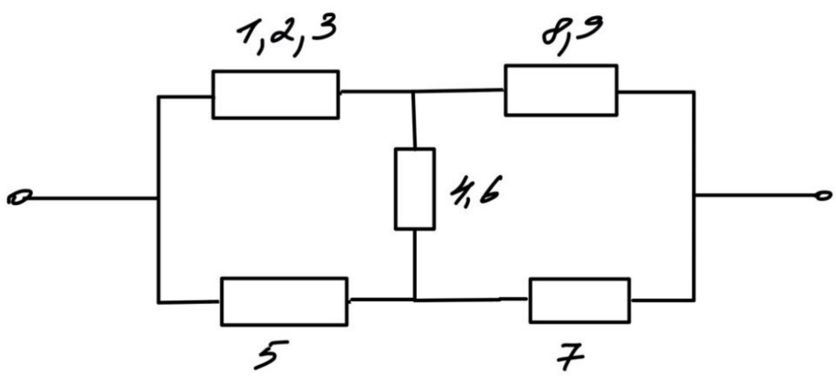
4. *(14 баллов)* В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R=90 Ом, кроме $R_8 = 10$ Ом, $R_9 = 20$ Ом, а напряжение идеального источника равно 15,75 В.

Найдите силу тока на выходе из цепи. Сопротивлением проводов можно пренебречь. Ответ выразите в мА. Ответ выразите в мА с округлением до целого значения.



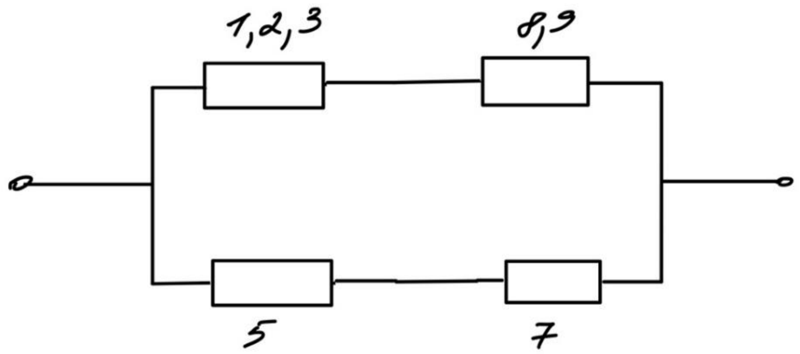
Решение:

Пользуясь формулами для параллельного и последовательного включения резисторов, находим эквивалентное сопротивление всей цепи. Для него используем закон Ома.



$$R_{1,2} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = 45;\ R_{1,2,3} = \frac{R_{1,2} * R_3}{R_{1,2} + R_3} = 30; R_{4,6} = \frac{R_4 * R_6}{R_4 + R_6} = 45; R_{8,9} = R_8 + R_9 = 30;$$

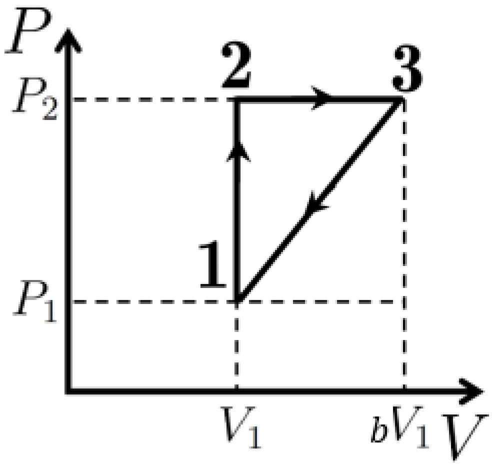
Поскольку отношения сопротивлений $\frac{R_{1,2,3}}{R_5}$ и $\frac{R_{8,9}}{R_7}$ пропорциональны, ток через резистор $R_{4,6}$ не идет, его можно убрать из эквивалентной схемы и получаем новую схему:



$$R_{1,2,3,8,9} = R_{1,2,3} + R_{8,9} = 60; R_{5,7} = R_5 + R_7 = 180;$$
$$R = \frac{R_{1,2,3,8,9} * R_{5,7}}{R_{1,2,3,8,9} + R_{5,7}} = 45; I = \frac{U}{R} = 350\text{мА}$$

Ответ: 350

5. *(15 баллов)* В ходе эксперимента была получен цикл с одноатомным идеальным газом. При этом из ранее проводимых экспериментов известно, что цикл Карно в этом диапазоне имел КПД равный $\eta_к = 0{,}66$. Зная, что в ходе изобарного процесса объём газа увеличился в b=2,4 раза нужно определить КПД имеющегося цикла. Ответ дать в процентах с округлением до десятых.



Решение:

Найдём из формулы КПД цикла Карно отношение температур:

$$\eta_к = 1 - \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = 1 - \eta_к$$

Найдём полезную работу, она будет равняться площади треугольника (1→2→3):

$$A_{ц} = \frac{1}{2} \cdot (b-1)V_1(P_2 - P_1) = \frac{(b-1)}{2}V_1P_2 - \frac{(b-1)}{2}V_1P_1 = \frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)$$

Вычислим работу при изобарном процессе:

$$A_{2\to3} = P_2(V_3 - V_1) = P_2\big((b-1)\cdot V_1\big) = \frac{1}{b}P_3V_3 = \frac{1}{b}\nu RT_3$$

Вычислим суммарное изменение внутренней энергии одноатомного газа в изохорном и изобарном процессах:

$$\Delta U_{1\to3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$$

Определим суммарное количество теплоты, подведённое в изохорном и изобарном процессах:

$$Q_{н} = A_{2\to3} + \Delta U_{1\to3} = \frac{1}{b}\nu RT_3 + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)$$

И в конце вычислим КПД:

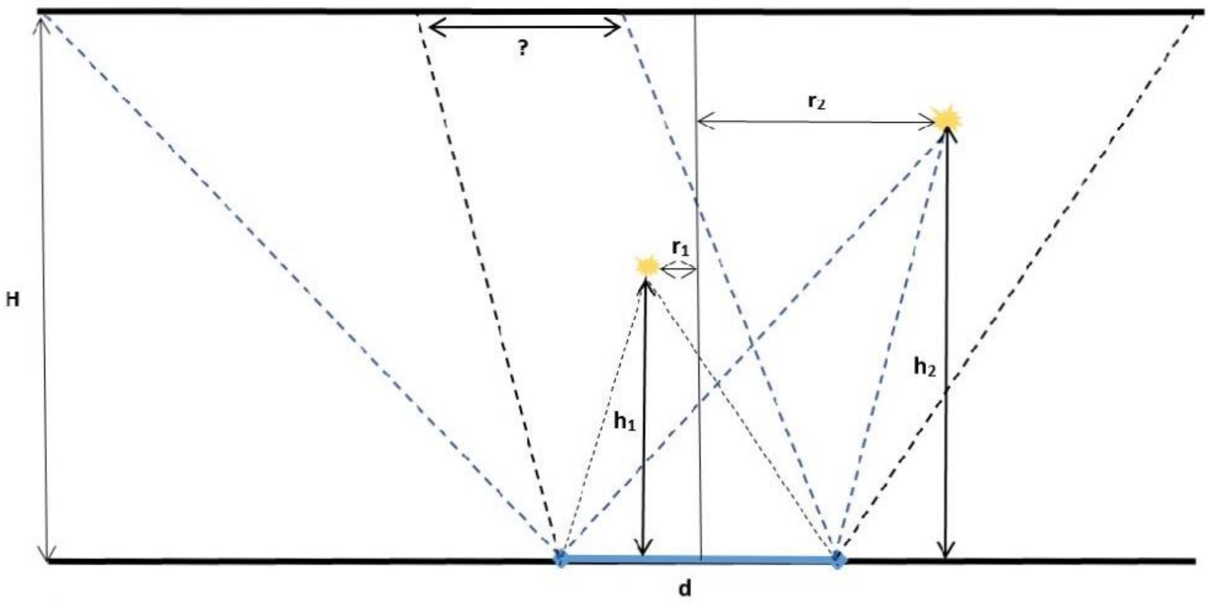
$$\eta = \frac{A_{ц}}{Q_{н}} = \frac{\frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)}{\frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - \frac{T_1}{T_3}\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\frac{T_1}{T_3}\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - (1-\eta_{к})\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\cdot(1-\eta_{к})\right)} = 0{,}0382$$

$$= 3{,}8\%$$

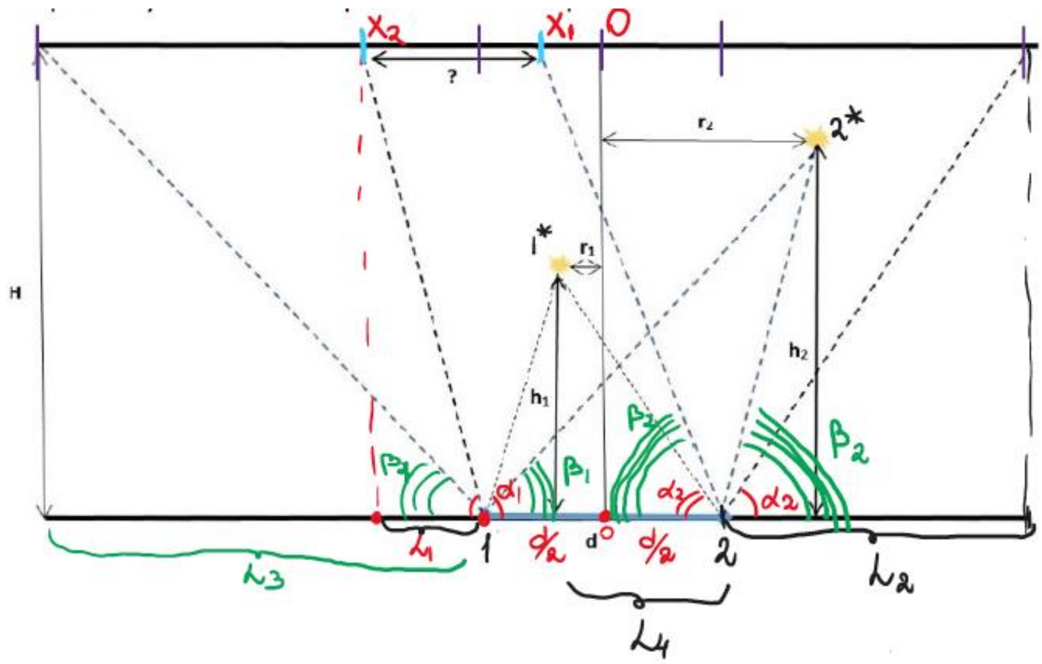
Ответ: 3,8

6. *(15 баллов)* Дано помещение с высотой потолка H=2,1 м. В нём расположено два источника света А и В на высоте $h_1 = 0{,}9$ м и $h_2 = 1{,}7$ м соответственно. Источники помимо прочего прямо освещают потолок, этим освещением пренебречь и считать, что свет падает только на пол. На полу лежит зеркало шириной d=80 см, расстояние от оси, перпендикулярной плоскости зеркала и проходящей через его центр, до источников r_1=20 см и $r_2 = 50$ см. Найти ширину пересечения солнечных зайчиков на потолке, которые получаются после отражения света от источников в зеркале.

Ответ привести в сантиметрах с округлением до целого значения.



Решение:



1) $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}-r_1} => L_1 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_1} = H * \frac{\frac{d}{2}-r_1}{h_1}$

2) $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}+r_1} => L_2 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_2} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_1}{h_1}$

3) $\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{h_2}{\frac{d}{2}+r_2} => L_3 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_1} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_2}{h_2}$

4) $\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{h_2}{r_2 - \frac{d}{2}} => L_4 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_2} = H * \frac{r_2 - \frac{d}{2}}{h_2}$

$$x_1 = \frac{d}{2} - L_4$$

$$x_2 = -\frac{d}{2} - L_1$$

$$\Delta L = x_1 - x_2 = \frac{d}{2} - L_4 + \frac{d}{2} + L_1 = d + L_1 - L_4 = d + H * \frac{\frac{d}{2} - r_1}{h_1} - H * \frac{r_2 - \frac{d}{2}}{h_2}$$
$$= 0{,}8 + 2{,}1 * \frac{\frac{0{,}8}{2} - 0{,}2}{0{,}9} - 2{,}1 * \frac{0{,}5 - \frac{0{,}8}{2}}{1{,}7} = 1{,}14\text{м} = 114\text{см}$$

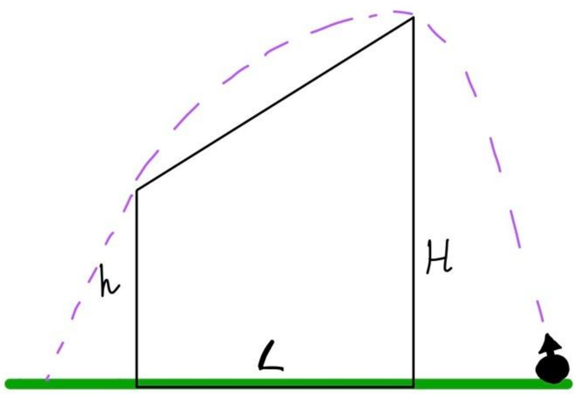
Ответ: 88

Физика. 8-9 класс.

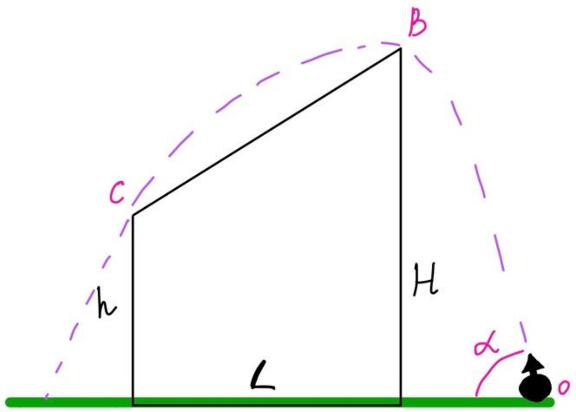
Вариант-5

1. *(12 баллов)* На даче у Андрея был установлен старый сарай с покатой крышей. Высота одной стенки H=3,5м, высота второй h=3м, ширина сарая L=3м. Андрей решил попробовать перебрасывать камни через сарай. При какой минимальной скорости камень сможет перелететь через сарай?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ предоставить в м/с с округлением до сотых.



Решение:



1. Запишем уравнение полета тела из точки B в точку C

$$L = vt\cos\alpha; \qquad 0 = (H - h) + v\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}.$$

2. Выразим из первого уравнения время

$$\mathrm{t} = \frac{L}{v\cos\alpha},$$

и подставим это значение во второе уравнение

$$0 = (H - h) + v\sin\alpha\frac{L}{v\cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{L^2}{v^2\,cos^2\,\alpha}\right) \gg$$

$$(H-h)+L\,\mathrm{tg}\,\alpha-\frac{gL^2}{2\,v^2\,cos^2\alpha}=0.$$

Преобразуем полученное соотношение в квадратное уравнение относительно tgα

$$\frac{gL^2}{2v^2}\mathrm{tg}^2\,\alpha-L\,\mathrm{tg}\,\alpha+\frac{gL^2}{2v^2}-(H-h)=0.$$

3. Выделим дискриминант уравнения и приравняем его к нулю с целью определения минимального значения скорости в точке B траектории

$$D=\ L^2-\frac{gL^2}{2v^2}\left\{\frac{gL^2}{2v^2}-(H-h)\right\}=0$$

$$v^2_{B(\min)}=g\left\{\sqrt{(H-h)^2+L^2}-(H-h)\right\}$$

4. Минимальную скорость броска определим из условия

$$v^2_{min}=v^2_{B(\min)}+2gH$$

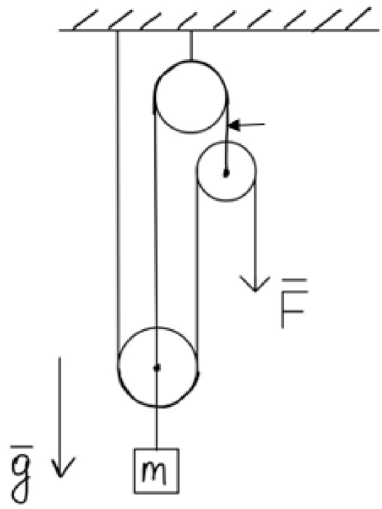
откуда

$$v_{min}=\sqrt{g(H+h+\sqrt{(H-h)^2+L^2})}=9{,}77\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 9,77

2. *(10 баллов)* Ваня смастерил систему из блоков. К свободному концу одной из нитей он прикладывает постоянную силу F, так, чтобы груз массы m=22кг поднимался с постоянным ускорением $1{,}5\,\frac{\text{м}}{c^2}$. Найти натяжение нити, связывающей два блока.

Нити считать нерастяжимыми. Ускорение свободного падения $g=10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ дать в Ньютонах с округлением до целых.



Решение:

Для начала найдём, какие силы действуют на обе нити. Из рисунка видно, что на чёрную нить действует сила F, т. к. нить нерастяжима, это будет сила натяжения всей нити. Заметим, что зелёная нить удерживает подвижный невесомый блок с чёрной нитью, следовательно сила, действующая на неё в два раза больше – 2F. Чтобы найти F, запишем уравнение второго закона Ньютона для груза:

$$4\vec{F}+m\vec{g}=m\vec{a}$$

Или в проекции на ось Oy:

$$4F - mg = ma$$

$$F = \frac{ma+mg}{4} = \frac{22}{4}(1{,}5 + 10) = 63{,}25 \text{ Н}$$

Тогда сила натяжения зелёной нити равна 2F=126,5Н.

Ответ: 127

3. *(12 баллов)* До появления радиозондов для измерения параметров атмосферы использовались специальные шары-зонды: к латексным шарам, наполненным, как правило, водородом, прикрепляли метеорограф и выпускали в свободный полет для изучения стратосферы. На некоторой высоте оболочка шара разрывается и метеорограф спускается на землю на парашюте для последующей обработки ленты с записями. Необходимо помочь метеорологам и определить, на какую максимальную высоту шар-зонд сможет подняться.

Считать, что шар-зонд имеет герметичную оболочку постоянного объема $69\ \text{м}^3$. Масса шара вместе с метеорографом и водородом $7{,}2$ кг. Можно считать, что атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые 6 км высоты. Температуру в стратосфере принять за -56°C. Молекулярная масса воздуха составляет 29 г/моль. Давление у поверхности Земли 10^5 Па. Универсальная газовая постоянная R=8,31Дж/(моль·К).

Ответ дать в метрах с округлением до целого значения.

Решение:

На максимальной высоте выталкивающая сила равна весу шара-зонда:

$$Mg = \rho g V$$

Выразив плотность окружающего воздуха через давление и температуру:

$$M = \frac{\mu \cdot p \cdot V}{R \cdot T}$$

Отсюда находим давление на этой высоте:

$$p = \frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}$$

Посмотрим теперь, во сколько раз давление p меньше давления у поверхности Земли p_0. Из условия известно, что давление падает в два раза каждые h км подъема, то есть:

$$\frac{p_0}{p} = 2^{\frac{H}{h}}$$

Температура в К:

$$\text{T} = 273 + t\text{°C}$$

Отсюда находим H:

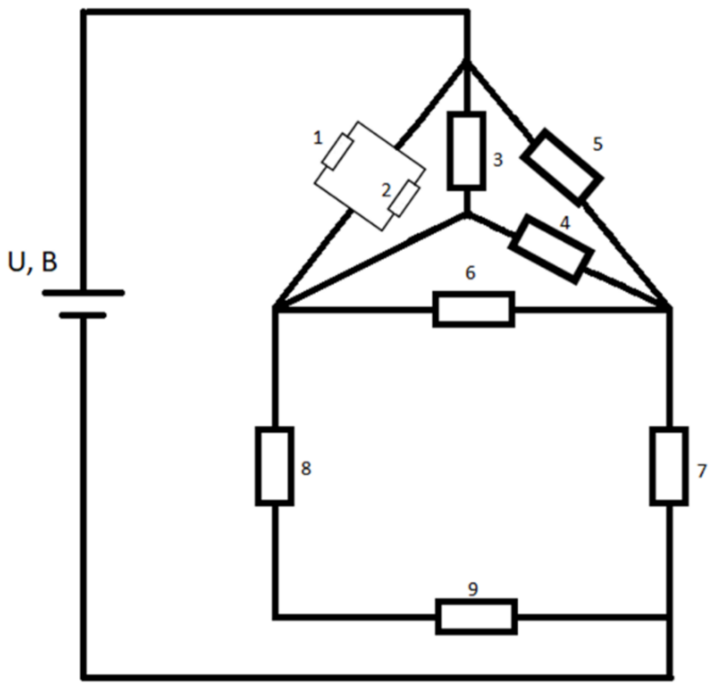
$$H = h * \log_2 \frac{p_0}{p} = h * \log_2 \frac{p_0}{\frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}} = h * \log_2 \frac{p_0 * \mu * V}{M \cdot R \cdot T}$$

$$= 6000 * \log_2 \frac{10^5 * 0{,}029 * 69}{7{,}2 \cdot 8{,}31 \cdot (273 - 56)} = 23676 \text{ м}$$

Ответ: 23676

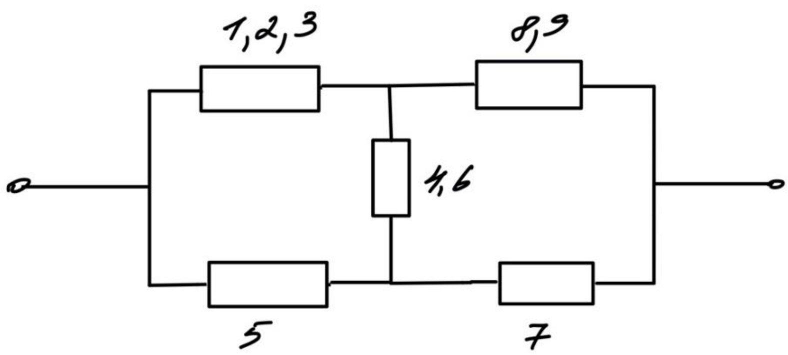
4. *(14 баллов)* В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R=12 Ом, кроме $R_8 = R_9 = 2\ \text{Ом}$, а напряжение идеального источника равно 9 В.

Найдите силу тока на выходе из цепи. Сопротивлением проводов можно пренебречь. Ответ выразите в мА с округлением до целого значения.



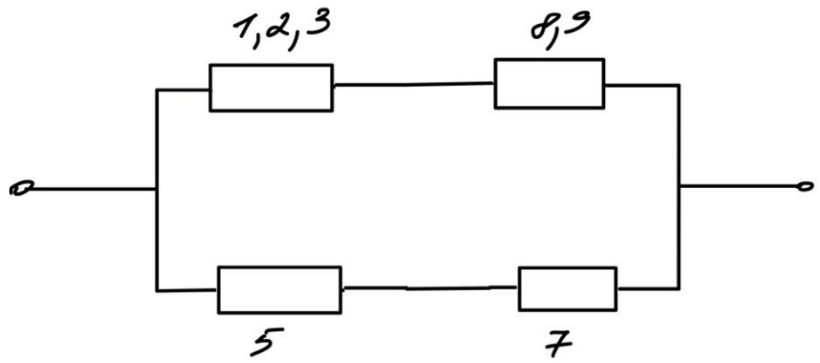
Решение:

Пользуясь формулами для параллельного и последовательного включения резисторов, находим эквивалентное сопротивление всей цепи. Для него используем закон Ома.



$R_{1,2} = \dfrac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = 6;\ R_{1,2,3} = \dfrac{R_{1,2} * R_3}{R_{1,2} + R_3} = 4; R_{4,6} = \dfrac{R_4 * R_6}{R_4 + R_6} = 6; R_{8,9} = R_8 + R_9 = 4;$

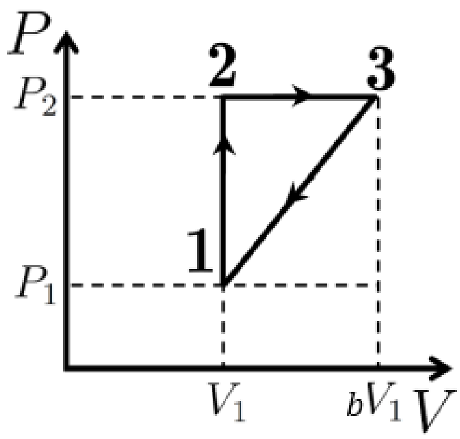
Поскольку отношения сопротивлений $\frac{R_{1,2,3}}{R_5}$ и $\frac{R_{8,9}}{R_7}$ пропорциональны, ток через резистор $R_{4,6}$ не идет, его можно убрать из эквивалентной схемы и получаем новую схему:



$$R_{1,2,3,8,9} = R_{1,2,3} + R_{8,9} = 8; R_{5,7} = R_5 + R_7 = 24;$$
$$R = \frac{R_{1,2,3,8,9} * R_{5,7}}{R_{1,2,3,8,9} + R_{5,7}} = 6; I = \frac{U}{R} = 1500\text{мА}$$

Ответ: 1500

5. *(15 баллов)* В ходе эксперимента была получен цикл с одноатомным идеальным газом. При этом из ранее проводимых экспериментов известно, что цикл Карно в этом диапазоне имел КПД равный $\eta_к = 0{,}7$. Зная, что в ходе изобарного процесса объём газа увеличился в b=2,5 раза нужно определить КПД имеющегося цикла. Ответ дать в процентах с округлением до десятых.



Решение:

Найдём из формулы КПД цикла Карно отношение температур:

$$\eta_к = 1 - \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = 1 - \eta_к$$

Найдём полезную работу, она будет равняться площади треугольника (1→2→3):

$$A_ц = \frac{1}{2} \cdot (b-1)V_1(P_2 - P_1) = \frac{(b-1)}{2}V_1P_2 - \frac{(b-1)}{2}V_1P_1 = \frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)$$

Вычислим работу при изобарном процессе:

$$A_{2\to3} = P_2(V_3 - V_1) = P_2\big((b-1)\cdot V_1\big) = \frac{1}{b}P_3V_3 = \frac{1}{b}\nu RT_3$$

Вычислим суммарное изменение внутренней энергии одноатомного газа в изохорном и изобарном процессах:

$$\Delta U_{1\to 3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$$

Определим суммарное количество теплоты, подведённое в изохорном и изобарном процессах:

$$Q_{\text{н}} = A_{2\to 3} + \Delta U_{1\to 3} = \frac{1}{b}\nu R T_3 + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)$$

И в конце вычислим КПД:

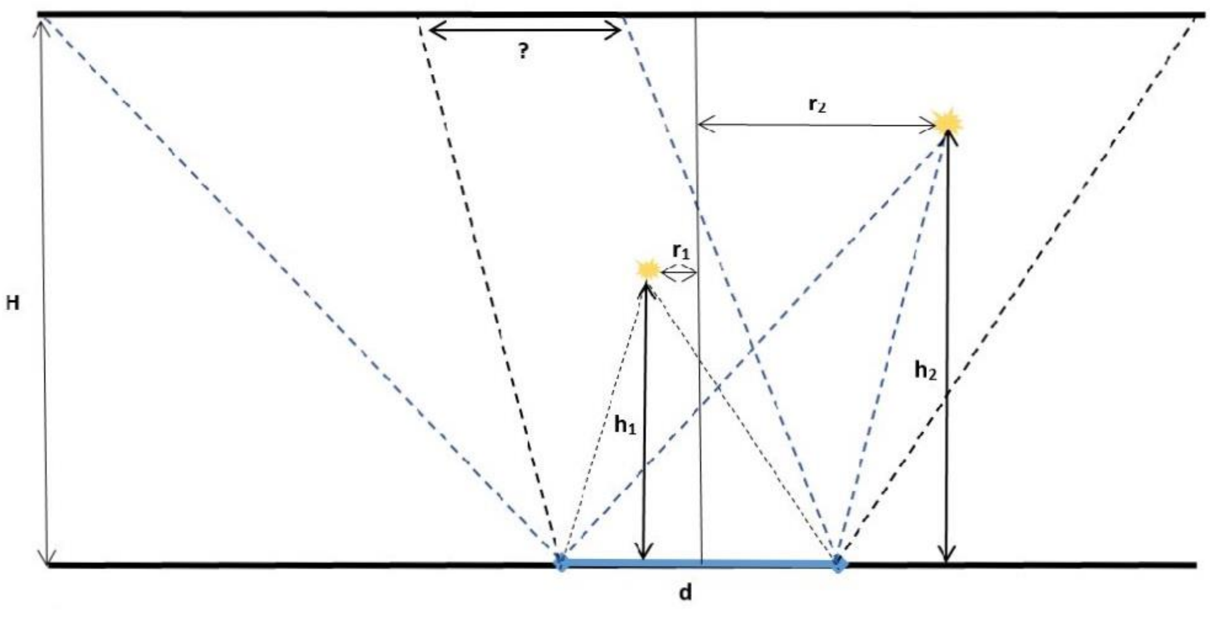
$$\eta = \frac{A_{\text{ц}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{\frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)}{\frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - \frac{T_1}{T_3}\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\frac{T_1}{T_3}\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - (1-\eta_{\text{к}})\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\cdot(1-\eta_{\text{к}})\right)} = 0{,}0517$$

$$= 5{,}2\%$$

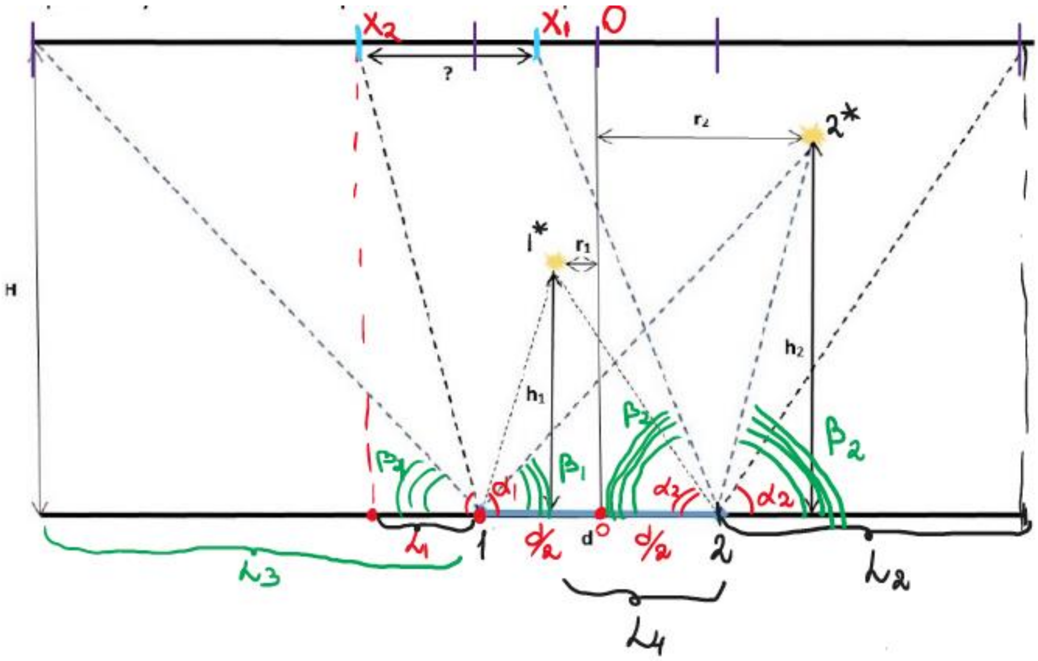
Ответ: 5,2

6. *(15 баллов)* Дано помещение с высотой потолка H=2 м. В нём расположено два источника света A и B на высоте $h_1 = 80\ см$ и $h_2 = 1{,}5$ м соответственно. Источники помимо прочего прямо освещают потолок, этим освещением пренебречь и считать, что свет падает только на пол. На полу лежит зеркало шириной d=70 см, расстояние от оси, перпендикулярной плоскости зеркала и проходящей через его центр, до источников r_1=15 см и $r_2 = 55$ см. Найти ширину пересечения солнечных зайчиков на потолке, которые получаются после отражения света от источников в зеркале.

Ответ привести в сантиметрах с округлением до целого значения.



Решение:



1) $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}-r_1} \Rightarrow L_1 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_1} = H * \frac{\frac{d}{2}-r_1}{h_1}$

2) $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}+r_1} \Rightarrow L_2 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_2} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_1}{h_1}$

3) $\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{h_2}{\frac{d}{2}+r_2} \Rightarrow L_3 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_1} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_2}{h_2}$

4) $\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{h_2}{r_2-\frac{d}{2}} \Rightarrow L_4 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_2} = H * \frac{r_2-\frac{d}{2}}{h_2}$

$$x_1 = \frac{d}{2} - L_4$$

$$x_2 = -\frac{d}{2} - L_1$$

$$\Delta L = x_1 - x_2 = \frac{d}{2} - L_4 + \frac{d}{2} + L_1 = d + L_1 - L_4 = d + H * \frac{\frac{d}{2}-r_1}{h_1} - H * \frac{r_2 - \frac{d}{2}}{h_2}$$

$$= 0{,}7 + 2 * \frac{\frac{0{,}7}{2} - 0{,}15}{0{,}8} - 2 * \frac{0{,}55 - \frac{0{,}7}{2}}{1{,}5} = 0{,}93\text{м} = 93\text{см}$$

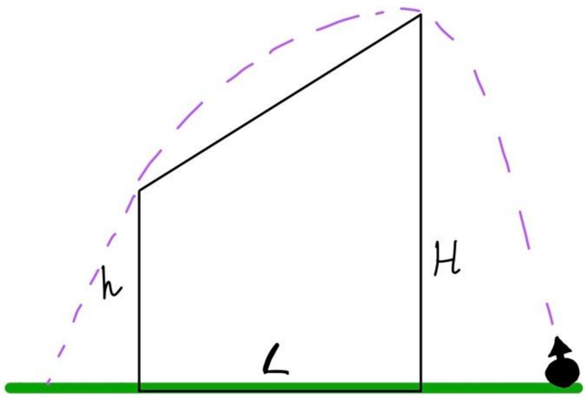
Ответ: 93

Физика. 8-9 класс.

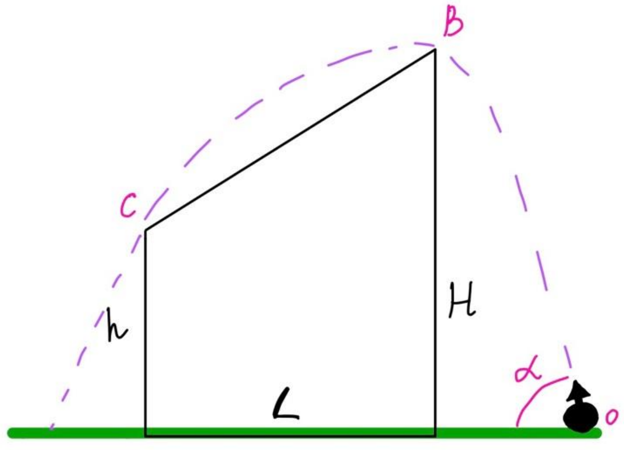
Вариант-6

1. *(12 баллов)* На даче у Андрея был установлен старый сарай с покатой крышей. Высота одной стенки H=3,2м, высота второй h=2,4м, ширина сарая L=3м. Андрей решил попробовать перебрасывать камни через сарай. При какой минимальной скорости камень сможет перелететь через сарай?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ предоставить в м/с с округлением до сотых.



Решение:



1. Запишем уравнение полета тела из точки B в точку C

$$L = vt\cos\alpha; \qquad 0 = (H-h) + v\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}.$$

2. Выразим из первого уравнения время

$$\mathrm{t} = \frac{L}{v\cos\alpha},$$

и подставим это значение во второе уравнение

$$0 = (H-h) + v\sin\alpha\frac{L}{v\cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{L^2}{v^2\,cos^2\,\alpha}\right) \gg$$

$$(H-h)+L\,\mathrm{tg}\,\alpha-\frac{gL^2}{2\,v^2\,cos^2\alpha}=0.$$

Преобразуем полученное соотношение в квадратное уравнение относительно tgα

$$\frac{gL^2}{2v^2}\mathrm{tg}^2\,\alpha-L\,\mathrm{tg}\,\alpha+\frac{gL^2}{2v^2}-(H-h)=0.$$

3. Выделим дискриминант уравнения и приравняем его к нулю с целью определения минимального значения скорости в точке B траектории

$$D=\;L^2-\frac{gL^2}{2v^2}\left\{\frac{gL^2}{2v^2}-(H-h)\right\}=0$$

$$v_{B(\min)}^2=g\left\{\sqrt{(H-h)^2+L^2}-(H-h)\right\}$$

4. Минимальную скорость броска определим из условия

$$v_{min}^2=v_{B(\min)}^2+2gH$$

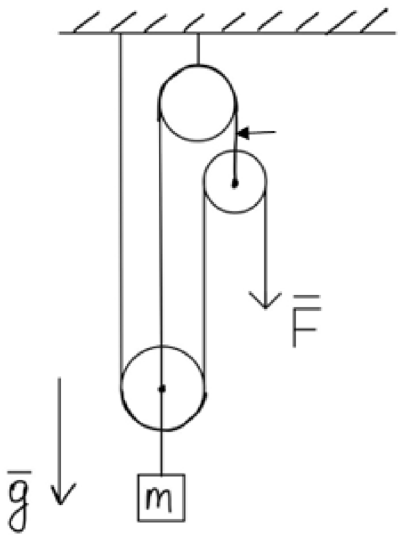
откуда

$$v_{min}=\sqrt{g(H+h+\sqrt{(H-h)^2+L^2})}=9{,}33\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 9,33

2. *(10 баллов)* Ваня смастерил систему из блоков. К свободному концу одной из нитей он прикладывает постоянную силу F, так, чтобы груз массы m=28кг поднимался с постоянным ускорением $1{,}6\,\frac{\text{м}}{c^2}$. Найти натяжение нити, связывающей два блока.

Нити считать нерастяжимыми. Ускорение свободного падения $g=10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ дать в Ньютонах с округлением до целых.



Решение:

Для начала найдём, какие силы действуют на обе нити. Из рисунка видно, что на чёрную нить действует сила F, т. к. нить нерастяжима, это будет сила натяжения всей нити. Заметим, что зелёная нить удерживает подвижный невесомый блок с чёрной нитью, следовательно сила, действующая на неё в два раза больше – 2F. Чтобы найти F, запишем уравнение второго закона Ньютона для груза:

$$4\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Или в проекции на ось Оу:

$$4F - mg = ma$$
$$F = \frac{ma+mg}{4} = \frac{28}{4}(1{,}6 + 10) = 81{,}20 \text{ Н}$$

Тогда сила натяжения зелёной нити равна 2F=162,4Н.

Ответ: 162

3. *(12 баллов)* До появления радиозондов для измерения параметров атмосферы использовались специальные шары-зонды: к латексным шарам, наполненным, как правило, водородом, прикрепляли метеорограф и выпускали в свободный полет для изучения стратосферы. На некоторой высоте оболочка шара разрывается и метеорограф спускается на землю на парашюте для последующей обработки ленты с записями. Необходимо помочь метеорологам и определить, на какую максимальную высоту шар-зонд сможет подняться.

Считать, что шар-зонд имеет герметичную оболочку постоянного объема 80 м^3. Масса шара вместе с метеорографом и водородом 8 кг. Можно считать, что атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые $5{,}5 \text{ км}$ высоты. Температуру в стратосфере принять за $-58{,}9°\text{C}$. Молекулярная масса воздуха составляет 29 г/моль. Давление у поверхности Земли 10^5Па. Универсальная газовая постоянная R=8,31Дж/(моль·К).

Ответ дать в метрах с округлением до целого значения.

Решение:

На максимальной высоте выталкивающая сила равна весу шара-зонда:

$$Mg = \rho g V$$

Выразив плотность окружающего воздуха через давление и температуру:

$$M = \frac{\mu \cdot p \cdot V}{R \cdot T}$$

Отсюда находим давление на этой высоте:

$$p = \frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}$$

Посмотрим теперь, во сколько раз давление p меньше давления у поверхности Земли p_0. Из условия известно, что давление падает в два раза каждые h км подъема, то есть:

$$\frac{p_0}{p} = 2^{\frac{H}{h}}$$

Температура в К:

$$\text{T} = 273 + t°\text{C}$$

Отсюда находим H:

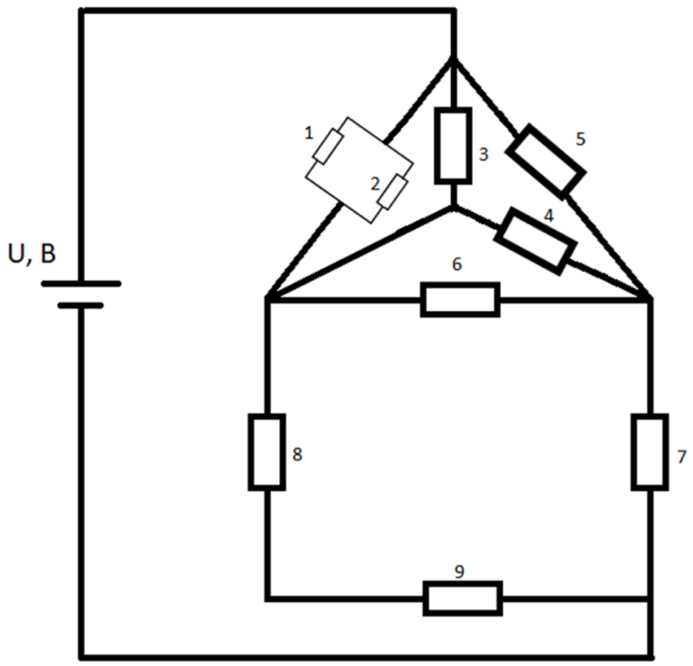
$$H = h * \log_2 \frac{p_0}{p} = h * \log_2 \frac{p_0}{\frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}} = h * \log_2 \frac{p_0 * \mu * V}{M \cdot R \cdot T}$$

$$= 5500 * \log_2 \frac{10^5 * 29 * 80}{8 \cdot 8{,}31 \cdot (273 - 58{,}9)} = 22147\text{м}$$

Ответ: 22147

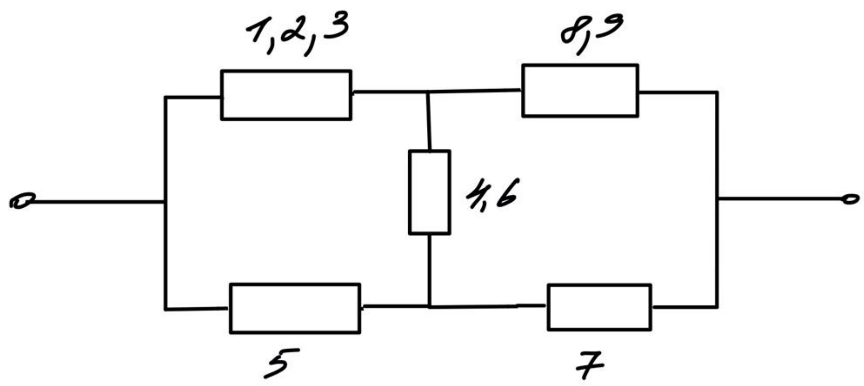
4. *(14 баллов)* В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R=18 Ом, кроме $R_8 = 5\text{ Ом}$ и $R_9 = 1\text{ Ом}$, а напряжение идеального источника равно 9 В.

Найдите силу тока на выходе из цепи. Сопротивлением проводов можно пренебречь. Ответ выразите в мА с округлением до целого значения.



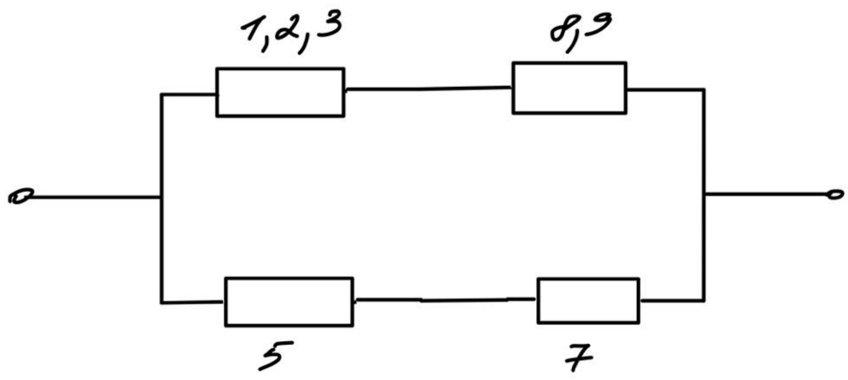
Решение:

Пользуясь формулами для параллельного и последовательного включения резисторов, находим эквивалентное сопротивление всей цепи. Для него используем закон Ома.



$R_{1,2} = \dfrac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = 9;\ R_{1,2,3} = \dfrac{R_{1,2} * R_3}{R_{1,2} + R_3} = 6; R_{4,6} = \dfrac{R_4 * R_6}{R_4 + R_6} = 9; R_{8,9} = R_8 + R_9 = 6;$

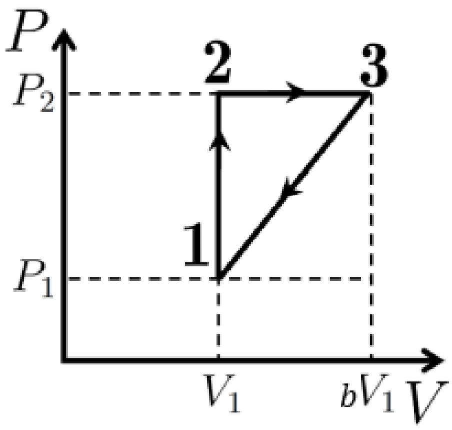
Поскольку отношения сопротивлений $\frac{R_{1,2,3}}{R_5}$ и $\frac{R_{8,9}}{R_7}$ пропорциональны, ток через резистор $R_{4,6}$ не идет, его можно убрать из эквивалентной схемы и получаем новую схему:



$$R_{1,2,3,8,9} = R_{1,2,3} + R_{8,9} = 12; R_{5,7} = R_5 + R_7 = 36;$$
$$R = \frac{R_{1,2,3,8,9} * R_{5,7}}{R_{1,2,3,8,9} + R_{5,7}} = 9; I = \frac{U}{R} = 1000\text{мА}$$

Ответ: 1000

5. *(15 баллов)* В ходе эксперимента была получен цикл с одноатомным идеальным газом. При этом из ранее проводимых экспериментов известно, что цикл Карно в этом диапазоне имел КПД равный $\eta_к = 0{,}75$. Зная, что в ходе изобарного процесса объём газа увеличился в b=2 раза нужно определить КПД имеющегося цикла. Ответ дать в процентах с округлением до десятых.



Решение:

Найдём из формулы КПД цикла Карно отношение температур:

$$\eta_к = 1 - \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = 1 - \eta_к$$

Найдём полезную работу, она будет равняться площади треугольника (1→2→3):

$$A_ц = \frac{1}{2} \cdot (b-1)V_1(P_2 - P_1) = \frac{(b-1)}{2}V_1P_2 - \frac{(b-1)}{2}V_1P_1 = \frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)$$

Вычислим работу при изобарном процессе:

$$A_{2\to3} = P_2(V_3 - V_1) = P_2\big((b-1)\cdot V_1\big) = \frac{1}{b}P_3V_3 = \frac{1}{b}\nu RT_3$$

Вычислим суммарное изменение внутренней энергии одноатомного газа в изохорном и изобарном процессах:

$$\Delta U_{1\to3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$$

Определим суммарное количество теплоты, подведённое в изохорном и изобарном процессах:

$$Q_{\text{н}} = A_{2\to3} + \Delta U_{1\to3} = \frac{1}{b}\nu RT_3 + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)$$

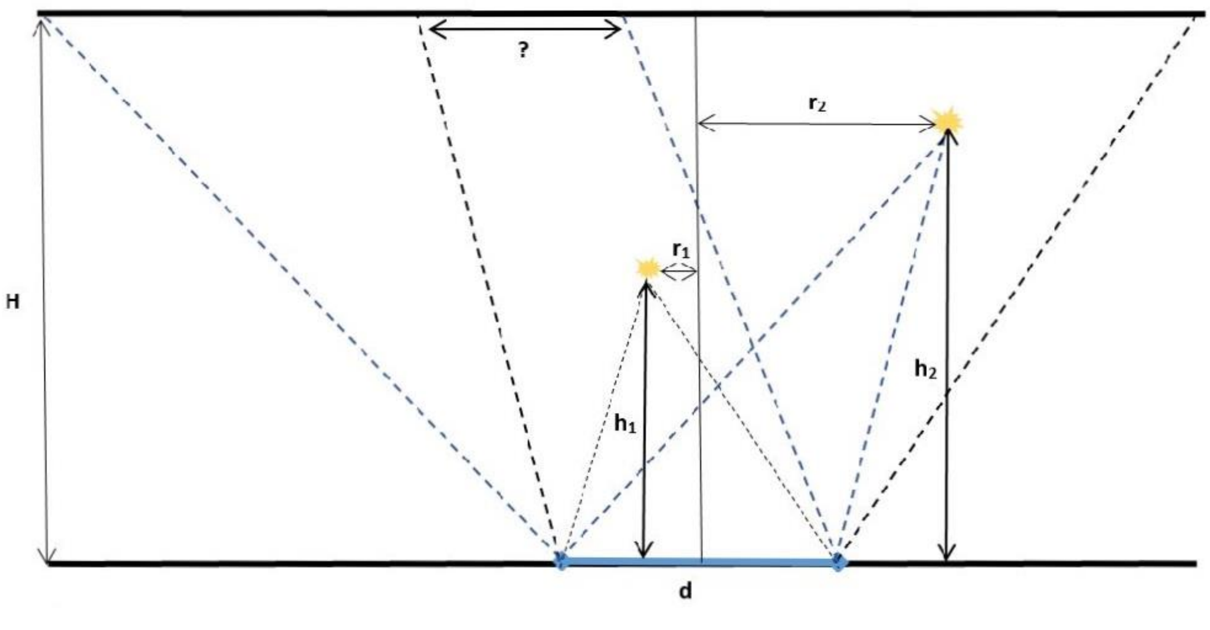
И в конце вычислим КПД:

$$\eta = \frac{A_{\text{ц}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{\frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)}{\frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - \frac{T_1}{T_3}\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\frac{T_1}{T_3}\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - (1-\eta_{\text{к}})\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\cdot(1-\eta_{\text{к}})\right)} = 0{,}0769$$
$$= 7{,}7\%$$

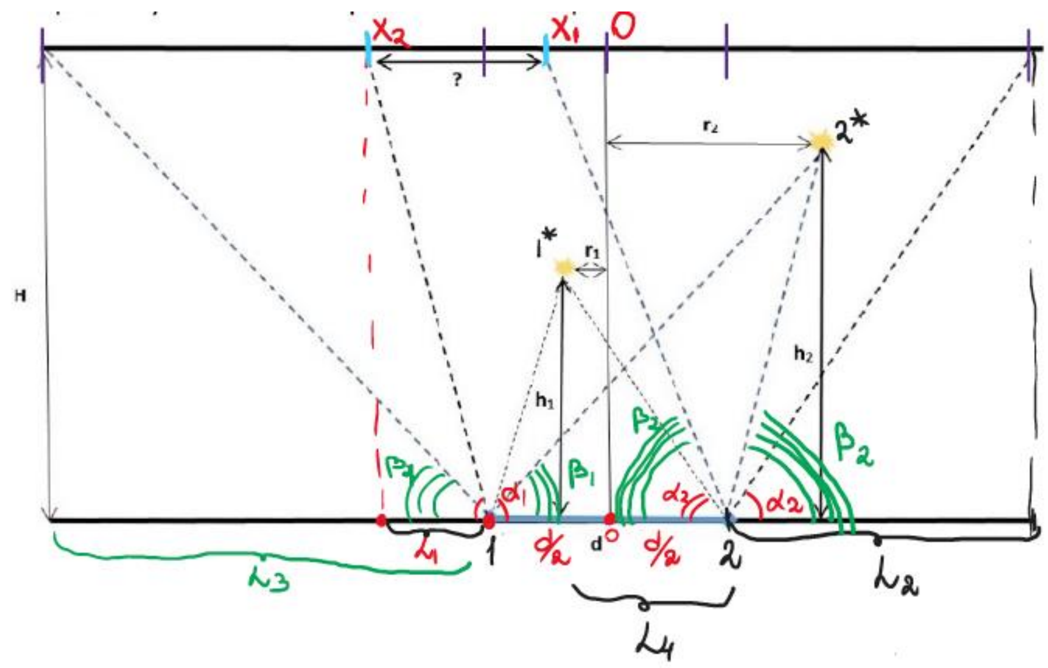
Ответ: 7,7

6. *(15 баллов)* Дано помещение с высотой потолка H=2,5 м. В нём расположено два источника света A и B на высоте $h_1 = 70\ см$ и $h_2 = 1{,}8\ \text{м}$ соответственно. Источники помимо прочего прямо освещают потолок, этим освещением пренебречь и считать, что свет падает только на пол. На полу лежит зеркало шириной d=80 см, расстояние от оси, перпендикулярной плоскости зеркала и проходящей через его центр, до источников r_1=15 см и $r_2 = 60\ \text{см}$. Найти ширину пересечения солнечных зайчиков на потолке, которые получаются после отражения света от источников в зеркале.

Ответ привести в сантиметрах с округлением до целого значения.



Решение:



1) $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}-r_1} => L_1 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_1} = H * \frac{\frac{d}{2}-r_1}{h_1}$

2) $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}+r_1} => L_2 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_2} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_1}{h_1}$

3) $\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{h_2}{\frac{d}{2}+r_2} => L_3 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_1} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_2}{h_2}$

4) $\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{h_2}{r_2-\frac{d}{2}} => L_4 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_2} = H * \frac{r_2-\frac{d}{2}}{h_2}$

$$x_1 = \frac{d}{2} - L_4$$

$$x_2 = -\frac{d}{2} - L_1$$

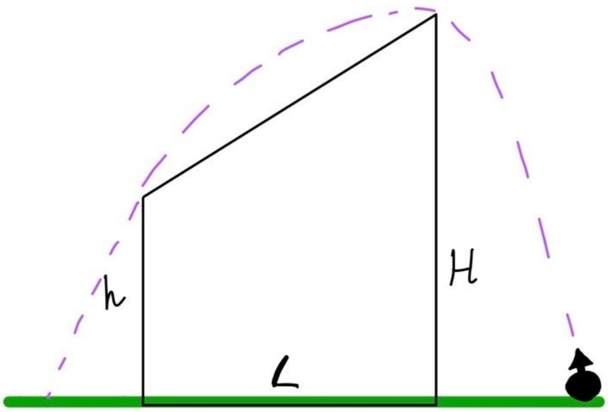
$$\Delta L = x_1 - x_2 = \frac{d}{2} - L_4 + \frac{d}{2} + L_1 = d + L_1 - L_4 = d + H * \frac{\frac{d}{2} - r_1}{h_1} - H * \frac{r_2 - \frac{d}{2}}{h_2}$$

$$= 0{,}8 + 2{,}5 * \frac{\frac{0{,}8}{2} - 0{,}15}{0{,}7} - 2{,}5 * \frac{0{,}6 - \frac{0{,}8}{2}}{1{,}8} = 1{,}42\text{м} = 142\text{см}$$

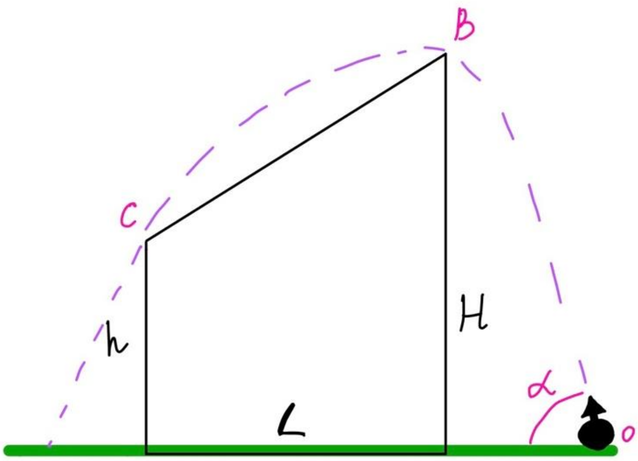
Ответ: 142

1. *(12 баллов)* На даче у Андрея был установлен старый сарай с покатой крышей. Высота одной стенки H=3,6м, высота второй h=3м, ширина сарая L=2м. Андрей решил попробовать перебрасывать камни через сарай. При какой минимальной скорости камень сможет перелететь через сарай?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ предоставить в м/с с округлением до сотых.



Решение:



1. Запишем уравнение полета тела из точки B в точку C

$$L = vt\cos\alpha; \qquad 0 = (H - h) + v\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}.$$

2. Выразим из первого уравнения время

$$\mathrm{t} = \frac{L}{v\cos\alpha},$$

и подставим это значение во второе уравнение

$$0 = (H-h) + v\sin\alpha\frac{L}{v\cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{L^2}{v^2\,cos^2\,\alpha}\right) \gg$$

$$(H-h) + L\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{gL^2}{2\,v^2\,cos^2\alpha} = 0.$$

Преобразуем полученное соотношение в квадратное уравнение относительно tgα

$$\frac{gL^2}{2v^2}\mathrm{tg}^2\,\alpha - L\,\mathrm{tg}\,\alpha + \frac{gL^2}{2v^2} - (H-h) = 0.$$

3. Выделим дискриминант уравнения и приравняем его к нулю с целью определения минимального значения скорости в точке В траектории

$$D = L^2 - \frac{gL^2}{2v^2}\left\{\frac{gL^2}{2v^2} - (H-h)\right\} = 0$$

$$v_{B(\min)}^2 = g\left\{\sqrt{(H-h)^2 + L^2} - (H-h)\right\}$$

4. Минимальную скорость броска определим из условия

$$v_{min}^2 = v_{B(\min)}^2 + 2gH$$

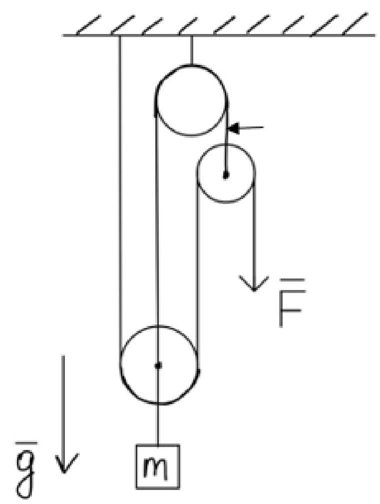
откуда

$$v_{min} = \sqrt{g(H + h + \sqrt{(H-h)^2 + L^2})} = 9{,}32\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 9,32

2. *(10 баллов)* Ваня смастерил систему из блоков. К свободному концу одной из нитей он прикладывает постоянную силу F, так, чтобы груз массы m=60кг поднимался с постоянным ускорением $1\,\frac{\text{м}}{c^2}$. Найти натяжение нити, связывающей два блока.

Нити считать нерастяжимыми. Ускорение свободного падения $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ дать в Ньютонах с округлением до целых.



Решение:

Для начала найдём, какие силы действуют на обе нити. Из рисунка видно, что на чёрную нить действует сила F, т. к. нить нерастяжима, это будет сила натяжения всей нити. Заметим, что зелёная нить удерживает подвижный невесомый блок с чёрной нитью, следовательно сила, действующая на неё в два раза больше – 2F. Чтобы найти F, запишем уравнение второго закона Ньютона для груза:

$$4\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Или в проекции на ось Оу:

$$4F - mg = ma$$

$$F = \frac{ma+mg}{4} = \frac{60}{4}(1+10) = 165 \text{ Н}$$

Тогда сила натяжения зелёной нити равна 2F=330Н.

Ответ: 330

3. *(12 баллов)* До появления радиозондов для измерения параметров атмосферы использовались специальные шары-зонды: к латексным шарам, наполненным, как правило, водородом, прикрепляли метеорограф и выпускали в свободный полет для изучения стратосферы. На некоторой высоте оболочка шара разрывается и метеорограф спускается на землю на парашюте для последующей обработки ленты с записями. Необходимо помочь метеорологам и определить, на какую максимальную высоту шар-зонд сможет подняться.

Считать, что шар-зонд имеет герметичную оболочку постоянного объема 75 м^3. Масса шара вместе с метеорографом и водородом $7{,}8$ кг. Можно считать, что атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые 6 км высоты. Температуру в стратосфере принять за $-60°\text{C}$. Молекулярная масса воздуха составляет 29 г/моль. Давление у поверхности Земли 10^5Па. Универсальная газовая постоянная R=8,31Дж/(моль·К).

Ответ дать в метрах с округлением до целого значения.

Решение:

На максимальной высоте выталкивающая сила равна весу шара-зонда:

$$Mg = \rho g V$$

Выразив плотность окружающего воздуха через давление и температуру:

$$M = \frac{\mu \cdot p \cdot V}{R \cdot T}$$

Отсюда находим давление на этой высоте:

$$p = \frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}$$

Посмотрим теперь, во сколько раз давление p меньше давления у поверхности Земли p_0. Из условия известно, что давление падает в два раза каждые h км подъема, то есть:

$$\frac{p_0}{p} = 2^{\frac{H}{h}}$$

Температура в К:

$$\text{T} = 273 + t°\text{C}$$

Отсюда находим H:

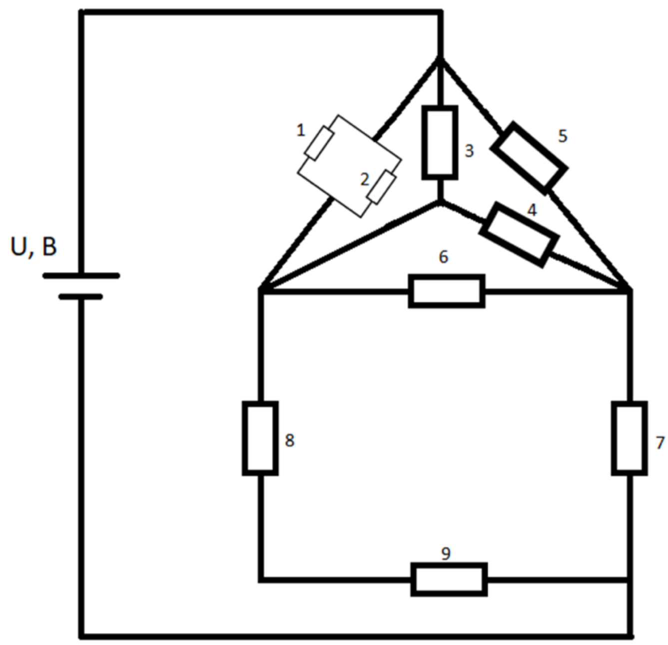
$$H = h * \log_2 \frac{p_0}{p} = h * \log_2 \frac{p_0}{\frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}} = h * \log_2 \frac{p_0 * \mu * V}{M \cdot R \cdot T}$$

$$= 6000 * \log_2 \frac{10^5 * 29 * 75}{7{,}8 \cdot 8{,}31 \cdot (273 - 60)} = 23866\text{м}$$

Ответ: 23866

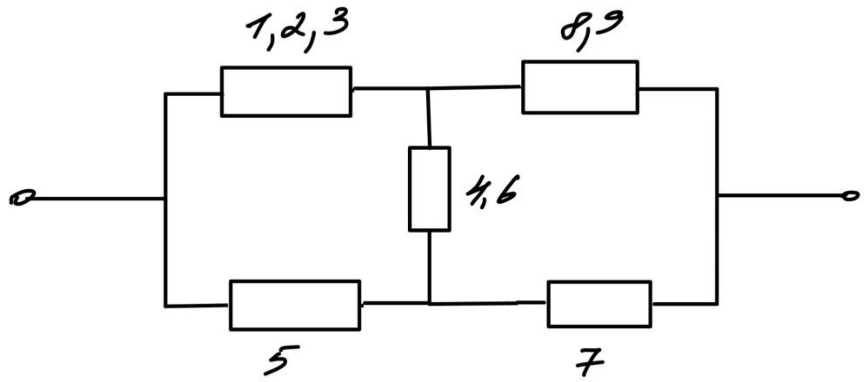
4. *(14 баллов)* В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R=21 Ом, кроме $R_8 = 2\ \text{Ом}$ и $R_9 = 5\ \text{Ом}$, а напряжение идеального источника равно 7,35 В.

Найдите силу тока на выходе из цепи. Сопротивлением проводов можно пренебречь. Ответ выразите в мА с округлением до целого значения.



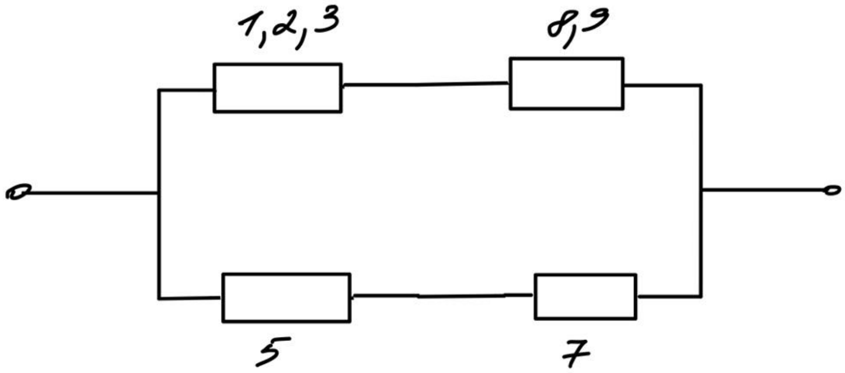
Решение:

Пользуясь формулами для параллельного и последовательного включения резисторов, находим эквивалентное сопротивление всей цепи. Для него используем закон Ома.



$R_{1,2} = \dfrac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = 10{,}5;\ R_{1,2,3} = \dfrac{R_{1,2} * R_3}{R_{1,2} + R_3} = 7; R_{4,6} = \dfrac{R_4 * R_6}{R_4 + R_6} = 10{,}5; R_{8,9} = R_8 + R_9 = 7;$

Поскольку отношения сопротивлений $\frac{R_{1,2,3}}{R_5}$ и $\frac{R_{8,9}}{R_7}$ пропорциональны, ток через резистор $R_{4,6}$ не идет, его можно убрать из эквивалентной схемы и получаем новую схему:

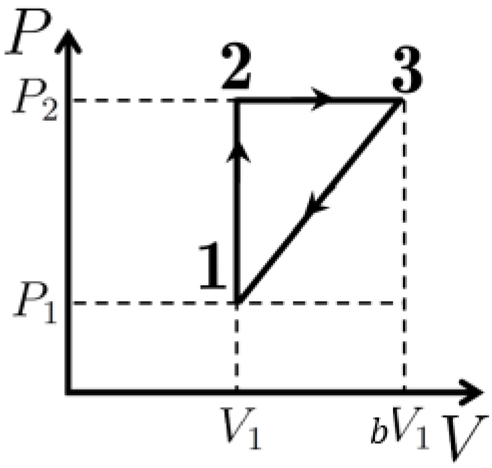


$$R_{1,2,3,8,9} = R_{1,2,3} + R_{8,9} = 14; R_{5,7} = R_5 + R_7 = 42;$$

$$R = \frac{R_{1,2,3,8,9} * R_{5,7}}{R_{1,2,3,8,9} + R_{5,7}} = 10{,}5; I = \frac{U}{R} = 700\text{мА}$$

Ответ: 150

5. *(15 баллов)* В ходе эксперимента была получен цикл с одноатомным идеальным газом. При этом из ранее проводимых экспериментов известно, что цикл Карно в этом диапазоне имел КПД равный $\eta_к = 0{,}9$. Зная, что в ходе изобарного процесса объём газа увеличился в b=1,4 раза нужно определить КПД имеющегося цикла. Ответ дать в процентах с округлением до десятых.



Решение:

Найдём из формулы КПД цикла Карно отношение температур:

$$\eta_к = 1 - \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = 1 - \eta_к$$

Найдём полезную работу, она будет равняться площади треугольника (1→2→3):

$$A_ц = \frac{1}{2} \cdot (b-1)V_1(P_2 - P_1) = \frac{(b-1)}{2}V_1P_2 - \frac{(b-1)}{2}V_1P_1 = \frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)$$

Вычислим работу при изобарном процессе:

$$A_{2\to3} = P_2(V_3 - V_1) = P_2\big((b-1)\cdot V_1\big) = \frac{1}{b}P_3V_3 = \frac{1}{b}\nu RT_3$$

Вычислим суммарное изменение внутренней энергии одноатомного газа в изохорном и изобарном процессах:

$$\Delta U_{1\to 3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$$

Определим суммарное количество теплоты, подведённое в изохорном и изобарном процессах:

$$Q_{\text{н}} = A_{2\to 3} + \Delta U_{1\to 3} = \frac{1}{b}\nu R T_3 + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)$$

И в конце вычислим КПД:

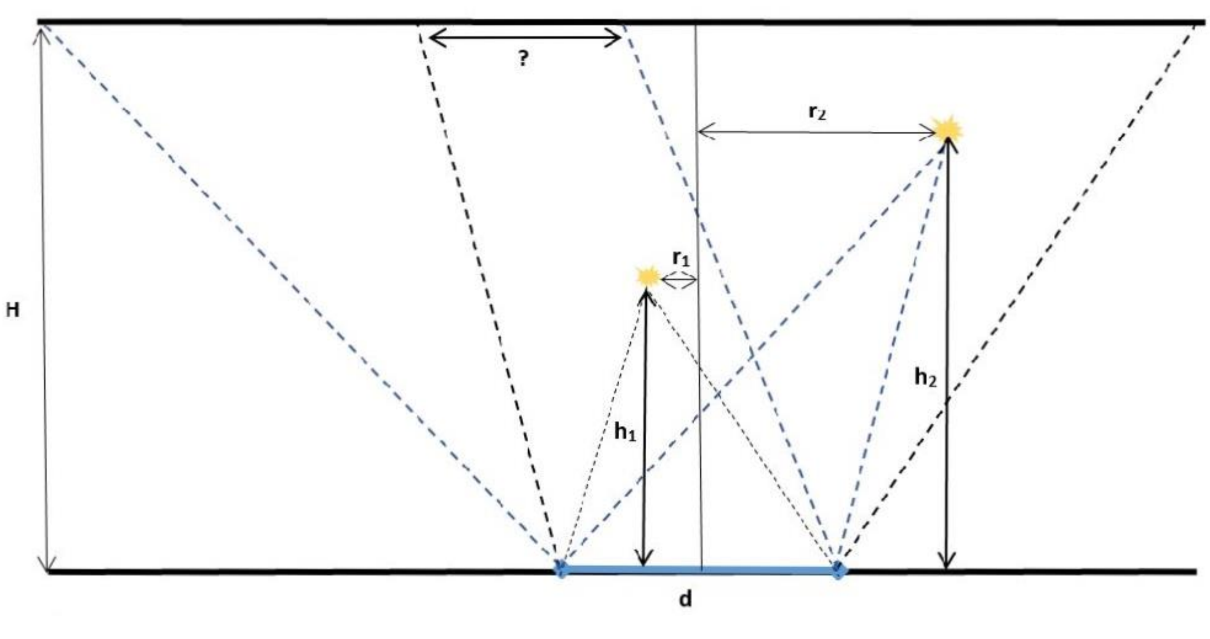
$$\eta = \frac{A_{\text{ц}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{\frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)}{\frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - \frac{T_1}{T_3}\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\frac{T_1}{T_3}\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - (1-\eta_{\text{к}})\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\cdot(1-\eta_{\text{к}})\right)} = 0{,}0595$$

$$= 6{,}0\%$$

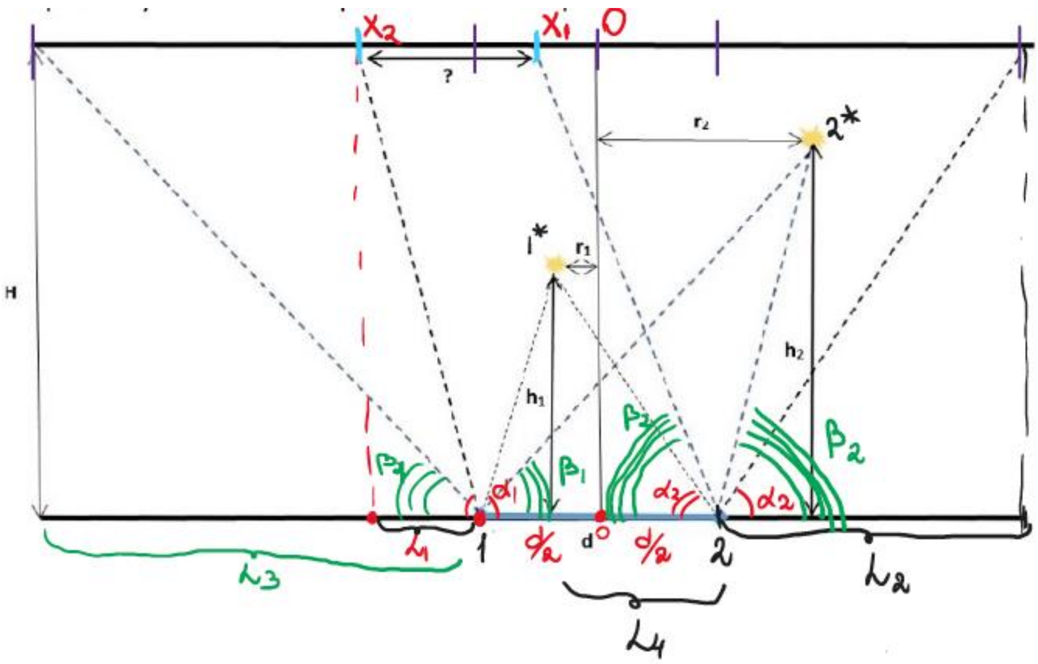
Ответ: 6,0

6. *(15 баллов)* Дано помещение с высотой потолка H=2,4 м. В нём расположено два источника света A и B на высоте $h_1 = 1{,}1$ м и $h_2 = 1{,}9$ м соответственно. . Источники помимо прочего прямо освещают потолок, этим освещением пренебречь и считать, что свет падает только на пол. На полу лежит зеркало шириной d=70 см, расстояние от оси, перпендикулярной плоскости зеркала и проходящей через его центр, до источников r_1=10 см и $r_2 = 40$ см. Найти ширину пересечения солнечных зайчиков на потолке, которые получаются после отражения света от источников в зеркале.

Ответ привести в сантиметрах с округлением до целого значения.



Решение:



1) $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}-r_1} => L_1 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_1} = H * \frac{\frac{d}{2}-r_1}{h_1}$

2) $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}+r_1} => L_2 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_2} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_1}{h_1}$

3) $\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{h_2}{\frac{d}{2}+r_2} => L_3 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_1} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_2}{h_2}$

4) $\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{h_2}{r_2-\frac{d}{2}} => L_4 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_2} = H * \frac{r_2-\frac{d}{2}}{h_2}$

$$x_1 = \frac{d}{2} - L_4$$

$$x_2 = -\frac{d}{2} - L_1$$

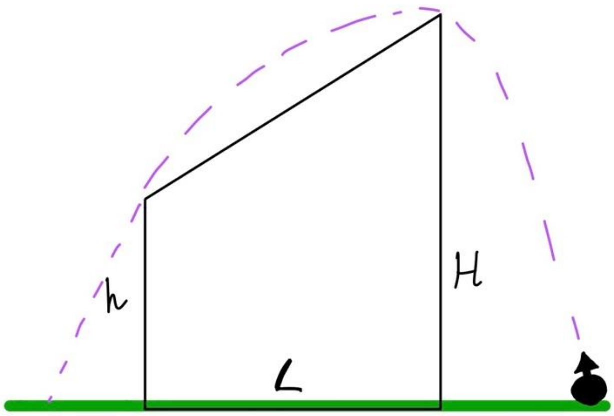
$$\Delta L = x_1 - x_2 = \frac{d}{2} - L_4 + \frac{d}{2} + L_1 = d + L_1 - L_4 = d + H * \frac{\frac{d}{2} - r_1}{h_1} - H * \frac{r_2 - \frac{d}{2}}{h_2}$$

$$= 0{,}7 + 2{,}4 * \frac{\frac{0{,}7}{2} - 0{,}1}{1{,}1} - 2{,}4 * \frac{0{,}4 - \frac{0{,}7}{2}}{1{,}9} = 1{,}18\text{м} = 118\text{см}$$

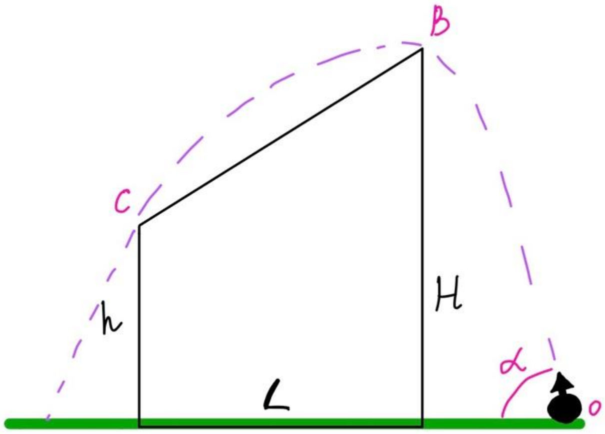
Ответ: 118

1. *(12 баллов)* На даче у Андрея был установлен старый сарай с покатой крышей. Высота одной стенки H=3,6м, высота второй h=2,6м, ширина сарая L=4м. Андрей решил попробовать перебрасывать камни через сарай. При какой минимальной скорости камень сможет перелететь через сарай?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ предоставить в м/с с округлением до сотых.



Решение:



1. Запишем уравнение полета тела из точки B в точку C

$$L = vt\cos\alpha; \qquad 0 = (H - h) + v\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}.$$

2. Выразим из первого уравнения время

$$\mathrm{t} = \frac{L}{v\cos\alpha},$$

и подставим это значение во второе уравнение

$$0 = (H-h) + v\sin\alpha\frac{L}{v\cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{L^2}{v^2\, cos^2\,\alpha}\right) \gg$$

$$(H-h) + L\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{gL^2}{2\,v^2\,cos^2\alpha} = 0.$$

Преобразуем полученное соотношение в квадратное уравнение относительно tgα

$$\frac{gL^2}{2v^2}\mathrm{tg}^2\,\alpha - L\,\mathrm{tg}\,\alpha + \frac{gL^2}{2v^2} - (H-h) = 0.$$

3. Выделим дискриминант уравнения и приравняем его к нулю с целью определения минимального значения скорости в точке B траектории

$$D = L^2 - \frac{gL^2}{2v^2}\left\{\frac{gL^2}{2v^2} - (H-h)\right\} = 0$$

$$v^2_{B(\min)} = g\left\{\sqrt{(H-h)^2 + L^2} - (H-h)\right\}$$

4. Минимальную скорость броска определим из условия

$$v^2_{min} = v^2_{B(\min)} + 2gH$$

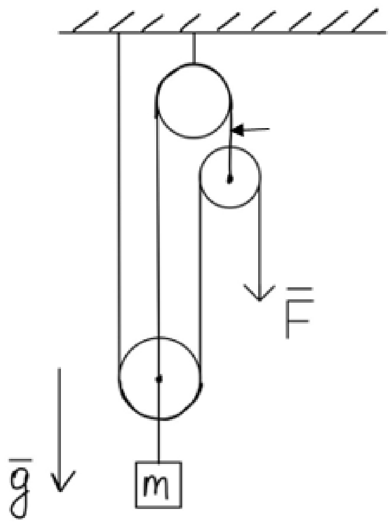
откуда

$$v_{min} = \sqrt{g(H + h + \sqrt{(H-h)^2 + L^2})} = 10{,}16\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 10,16

2. *(10 баллов)* Ваня смастерил систему из блоков. К свободному концу одной из нитей он прикладывает постоянную силу F, так, чтобы груз массы m=38кг поднимался с постоянным ускорением $1{,}1\,\frac{\text{м}}{c^2}$. Найти натяжение нити, связывающей два блока.

Нити считать нерастяжимыми. Ускорение свободного падения $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Ответ дать в Ньютонах с округлением до целых.



Решение:

Для начала найдём, какие силы действуют на обе нити. Из рисунка видно, что на чёрную нить действует сила F, т. к. нить нерастяжима, это будет сила натяжения всей нити. Заметим, что зелёная нить удерживает подвижный невесомый блок с чёрной нитью, следовательно

сила, действующая на неё в два раза больше – 2F. Чтобы найти F, запишем уравнение второго закона Ньютона для груза:

$$4\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Или в проекции на ось Oy:

$$4F - mg = ma$$

$$F = \frac{ma+mg}{4} = \frac{38}{4}(1{,}1 + 10) = 105{,}45 \text{ Н}$$

Тогда сила натяжения зелёной нити равна 2F=210,9Н.

Ответ: 211

3. *(12 баллов)* До появления радиозондов для измерения параметров атмосферы использовались специальные шары-зонды: к латексным шарам, наполненным, как правило, водородом, прикрепляли метеорограф и выпускали в свободный полет для изучения стратосферы. На некоторой высоте оболочка шара разрывается и метеорограф спускается на землю на парашюте для последующей обработки ленты с записями. Необходимо помочь метеорологам и определить, на какую максимальную высоту шар-зонд сможет подняться.

Считать, что шар-зонд имеет герметичную оболочку постоянного объема 71 м^3. Масса шара вместе с метеорографом и водородом $6{,}85$ кг. Можно считать, что атмосферное давление уменьшается в два раза через каждые 7 км высоты. Температуру в стратосфере принять за -54°C. Молекулярная масса воздуха составляет 29 г/моль. Давление у поверхности Земли 10^5Па. Универсальная газовая постоянная R=8,31Дж/(моль·К).

Ответ дать в метрах с округлением до целого значения.

Решение:

На максимальной высоте выталкивающая сила равна весу шара-зонда:

$$Mg = \rho g V$$

Выразив плотность окружающего воздуха через давление и температуру:

$$M = \frac{\mu \cdot p \cdot V}{R \cdot T}$$

Отсюда находим давление на этой высоте:

$$p = \frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}$$

Посмотрим теперь, во сколько раз давление p меньше давления у поверхности Земли p_0. Из условия известно, что давление падает в два раза каждые h км подъема, то есть:

$$\frac{p_0}{p} = 2^{\frac{H}{h}}$$

Температура в К:

$$\text{T} = 273 + t\text{°C}$$

Отсюда находим H:

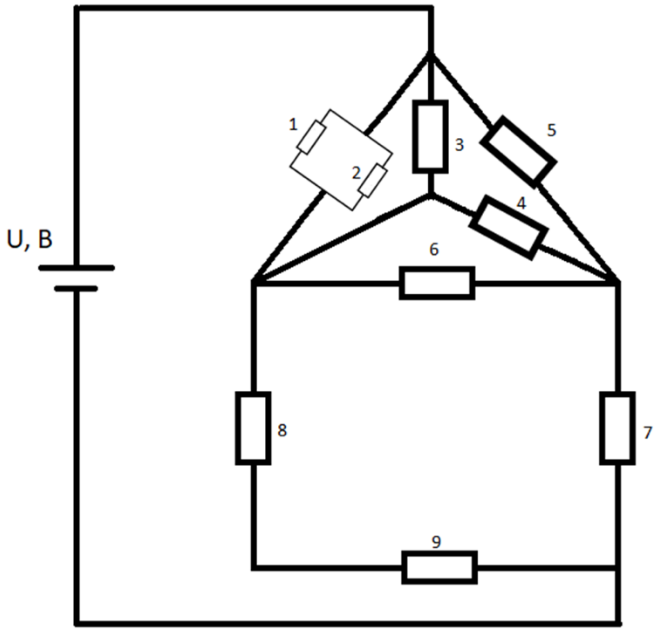
$$H = h * \log_2 \frac{p_0}{p} = h * \log_2 \frac{p_0}{\frac{M \cdot R \cdot T}{\mu \cdot V}} = h * \log_2 \frac{p_0 * \mu * V}{M \cdot R \cdot T}$$

$$= 7000 * \log_2 \frac{10^5 * 29 * 71}{6{,}85 \cdot 8{,}31 \cdot (273 - 54)} = 28321\text{м}$$

Ответ: 28321

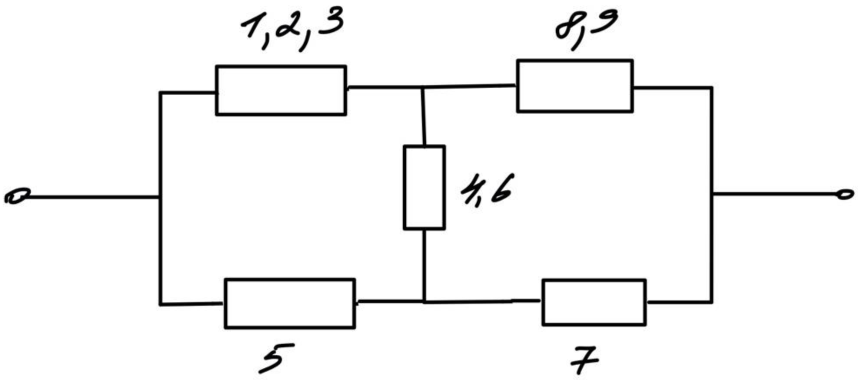
4. *(14 баллов)* В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R=63 Ом, кроме $R_8 = 2R_9 = 7$ Ом, а напряжение идеального источника равно 25,2 В.

Найдите силу тока на выходе из цепи. Сопротивлением проводов можно пренебречь. Ответ выразите в мА с округлением до целого значения.



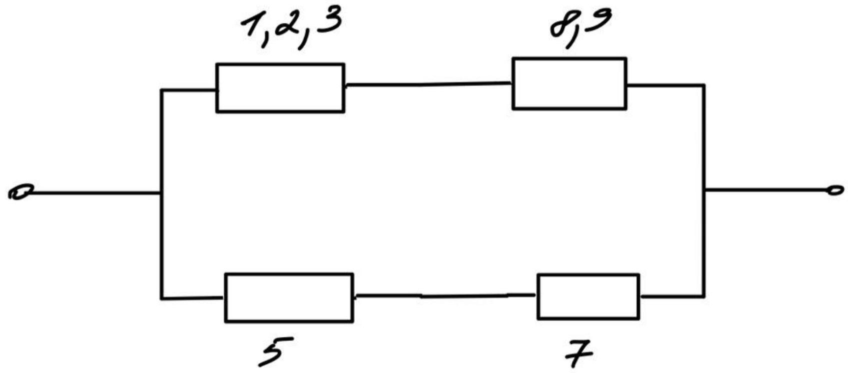
Решение:

Пользуясь формулами для параллельного и последовательного включения резисторов, находим эквивалентное сопротивление всей цепи. Для него используем закон Ома.



$R_{1,2} = \dfrac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = 31{,}5;\ R_{1,2,3} = \dfrac{R_{1,2} * R_3}{R_{1,2} + R_3} = 21; R_{4,6} = \dfrac{R_4 * R_6}{R_4 + R_6} = 30; R_{8,9} = R_8 + R_9 = 10{,}5;$

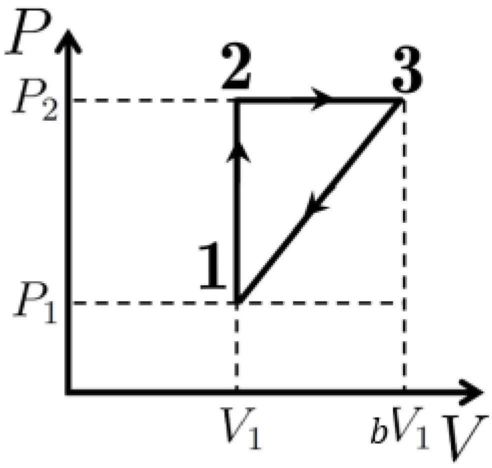
Поскольку отношения сопротивлений $\frac{R_{1,2,3}}{R_5}$ и $\frac{R_{8,9}}{R_7}$ пропорциональны, ток через резистор $R_{4,6}$ не идет, его можно убрать из эквивалентной схемы и получаем новую схему:



$$R_{1,2,3,8,9} = R_{1,2,3} + R_{8,9} = 31{,}5; R_{5,7} = R_5 + R_7 = 126;$$
$$R = \frac{R_{1,2,3,8,9} * R_{5,7}}{R_{1,2,3,8,9} + R_{5,7}} = 25{,}2\ \text{Ом}; I = \frac{U}{R} = 1000\text{мА}$$

Ответ: 1000

5. *(15 баллов)* В ходе эксперимента была получен цикл с одноатомным идеальным газом. При этом из ранее проводимых экспериментов известно, что цикл Карно в этом диапазоне имел КПД равный $\eta_к = 0{,}85$. Зная, что в ходе изобарного процесса объём газа увеличился в b=1,6 раза нужно определить КПД имеющегося цикла. Ответ дать в процентах с округлением до десятых.



Решение:

Найдём из формулы КПД цикла Карно отношение температур:

$$\eta_к = 1 - \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = 1 - \eta_к$$

Найдём полезную работу, она будет равняться площади треугольника (1→2→3):

$$A_ц = \frac{1}{2} \cdot (b-1)V_1(P_2 - P_1) = \frac{(b-1)}{2}V_1P_2 - \frac{(b-1)}{2}V_1P_1 = \frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)$$

Вычислим работу при изобарном процессе:

$$A_{2\to3} = P_2(V_3 - V_1) = P_2\big((b-1)\cdot V_1\big) = \frac{1}{b}P_3V_3 = \frac{1}{b}\nu RT_3$$

Вычислим суммарное изменение внутренней энергии одноатомного газа в изохорном и изобарном процессах:

$$\Delta U_{1\to3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$$

Определим суммарное количество теплоты, подведённое в изохорном и изобарном процессах:

$$Q_н = A_{2\to3} + \Delta U_{1\to3} = \frac{1}{b}\nu R T_3 + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)$$

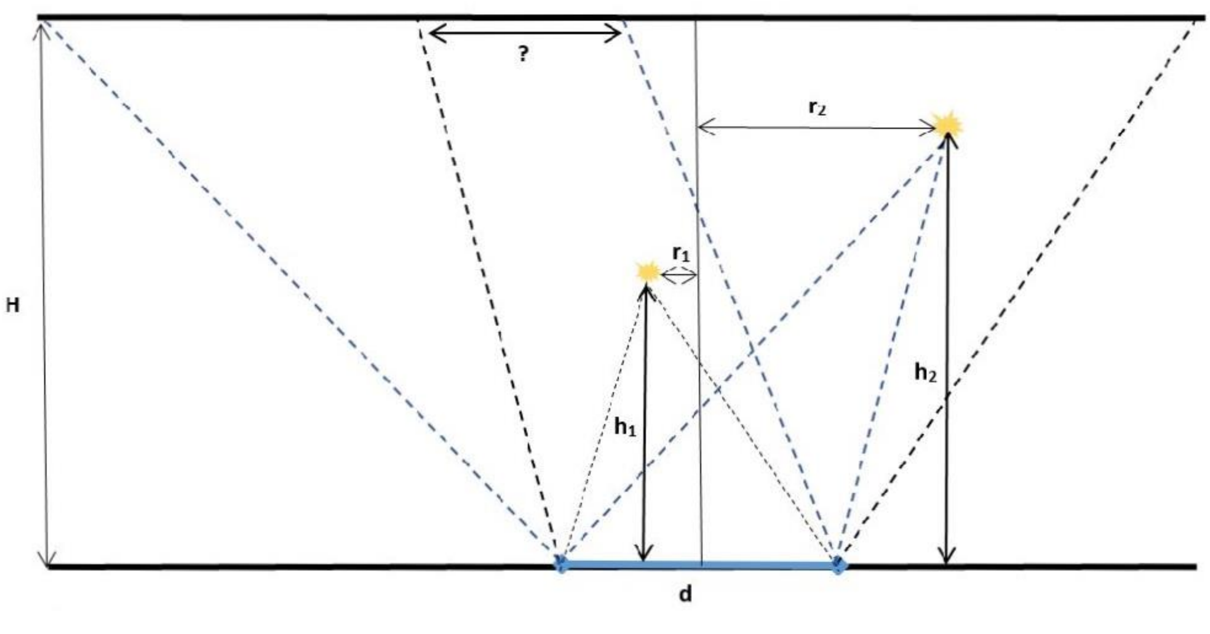
И в конце вычислим КПД:

$$\eta = \frac{A_ц}{Q_н} = \frac{\frac{\nu R(b-1)}{2}\left(\frac{T_3}{b} - T_1\right)}{\frac{1}{2}\nu R\left(\frac{2+3b}{b}T_3 - 3T_1\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - \frac{T_1}{T_3}\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\frac{T_1}{T_3}\right)} = \frac{(b-1)\left(\frac{1}{b} - (1-\eta_к)\right)}{\left(\frac{2+3b}{b} - 3\cdot(1-\eta_к)\right)} = 0{,}0750$$
$$= 7{,}5\%$$

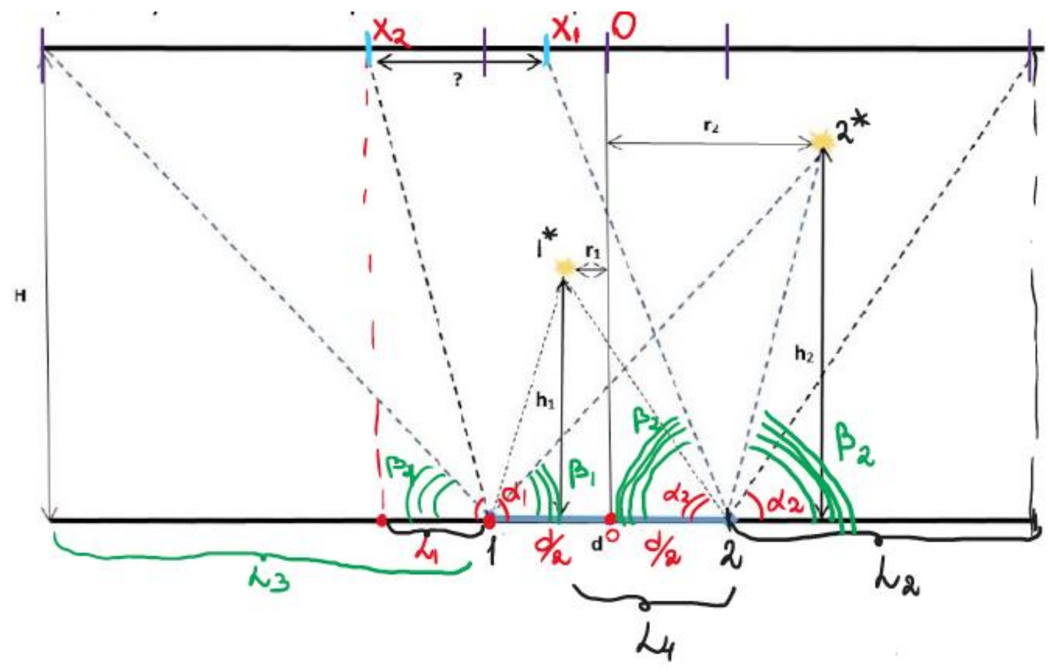
Ответ: 7,5

6. *(15 баллов)* Дано помещение с высотой потолка H=2,5м. В нём расположено два источника света A и B на высоте $h_1 = 1{,}3м$ и $h_2 = 2м$ соответственно. Источники помимо прочего прямо освещают потолок, этим освещением пренебречь и считать, что свет падает только на пол. На полу лежит зеркало шириной d=70см, расстояние от оси, перпендикулярной плоскости зеркала и проходящей через его центр, до источников r_1=10см и $r_2 = 45см$. Найти ширину пересечения солнечных зайчиков на потолке, которые получаются после отражения света от источников в зеркале.

Ответ привести в сантиметрах с округлением до целого значения.



Решение:



1) $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}-r_1} => L_1 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_1} = H * \frac{\frac{d}{2}-r_1}{h_1}$

2) $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h_1}{\frac{d}{2}+r_1} => L_2 = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha_2} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_1}{h_1}$

3) $\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{h_2}{\frac{d}{2}+r_2} => L_3 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_1} = H * \frac{\frac{d}{2}+r_2}{h_2}$

4) $\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{h_2}{r_2-\frac{d}{2}} => L_4 = \frac{H}{\operatorname{tg}\beta_2} = H * \frac{r_2-\frac{d}{2}}{h_2}$

$$x_1 = \frac{d}{2} - L_4$$

$$x_2 = -\frac{d}{2} - L_1$$

$$\Delta L = x_1 - x_2 = \frac{d}{2} - L_4 + \frac{d}{2} + L_1 = d + L_1 - L_4 = d + H * \frac{\frac{d}{2} - r_1}{h_1} - H * \frac{r_2 - \frac{d}{2}}{h_2}$$

$$= 0{,}7 + 2{,}5 * \frac{\frac{0{,}7}{2} - 0{,}1}{1{,}3} - 2{,}5 * \frac{0{,}45 - \frac{0{,}7}{2}}{2} = 1{,}06\text{м} = 106\text{см}$$

Ответ: 106