

**Задание 1.** (5 баллов) Вычислить

$$\sqrt{2023} \left( \sqrt[6]{2027\sqrt{2024} + 6073} + \sqrt{\sqrt{2024} + 1} \right) \cdot \sqrt{\sqrt{2024} - 1}.$$

**Задание 2.** (10 баллов) На предприятии изготавливают инструмент для шахт, который в зависимости от качества делится на три сорта. При проверке качества в отделе технического контроля (ОТК) вероятности неверной сортировки продукции составляют:

– для инструмента первого сорта вероятность попасть во второй сорт составляет 0,015, в третий сорт – 0,01;

– для инструмента второго сорта вероятность попасть в первый сорт составляет 0,015, в третий сорт – 0,01;

– для инструмента третьего сорта вероятность попасть в первый сорт составляет 0,005, во второй сорт – 0,05;

Какая доля инструмента первого сорта была изготовлена, если после контроля ОТК 93,5% инструмента были признаны первосортным, а 3 % инструмента – третьесортным?

**Задание 3.** (15 баллов) Меньшая сторона параллелограмма и меньшая его диагональ, соответственно равные 4 и  $2 + \sqrt{37}$ , образуют угол в  $60^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности около четырёхугольника, образованного пересечениями биссектрис внешних углов заданного параллелограмма.

**Задание 4.** (20 баллов). ООО «СварМонтаж» занимается строительством линейной части магистральных газопроводов. В составе организации работают три бригады сварщиков, причем некоторые из сварщиков имеют удостоверение НАКС («Национальное Агентство Контроля сварки»). Среди сотрудников трех бригад, доли сотрудников, имеющих удостоверение НАКС, образуют геометрическую прогрессию.

Если бы количество сварщиков при неизменном проценте обладателей удостоверений НАКС в бригадах соотносилось бы как 2:3:1, то процент сварщиков, имеющих удостоверение НАКС, был бы равен 48, а если бы соотношение было бы 1:2:1, то процент сварщиков, имеющих удостоверение НАКС, составил бы 54.

Сколько процентов сотрудников в каждой бригаде имеют удостоверение НАКС?

**Задание 5.** (20 баллов). Решите неравенство:  $(2 + \sqrt{3})^{x^2 - 6x + 9} + (2 - \sqrt{3})^{x^2 - 6x + 7} + \frac{4}{\sqrt{3} - 2} < 0$ .

**Задание 6.** (30 баллов) Для монтажа бурового оборудования в скважину используется подвес, состоящий из металлического каркаса в форме равностороннего треугольника и трех регулируемых по длине тросов протянутых через вершины треугольника и соединяющихся на крюке. Расстояние между тросами на каркасе составляет 2 м, а их первоначальная длина от каркаса до

крюка – 3 м. При спуске оборудования оказалось, что крюк нужно сместить на  $\frac{\sqrt{3}}{12}$  м вдоль медианы каркаса по направлению от вершины. На сколько метров нужно удлинить трос, проходящий через эту вершину?

**Задание 1.** (5 баллов) Вычислить

$$\sqrt{2024} \left( \sqrt[3]{2028\sqrt{2025 + 6076} + \sqrt{\sqrt{2025 + 1}}} \right) \cdot \sqrt{\sqrt{2025} - 1}.$$

**Задание 2.** (10 баллов) На предприятии изготавливают инструмент для шахт, который в зависимости от качества делится на три сорта. При проверке качества в отделе технического контроля (ОТК) вероятности неверной сортировки продукции составляют:

– для инструмента первого сорта вероятность попасть во второй сорт составляет 0,01, в третий сорт – 0,015;

– для инструмента второго сорта вероятность попасть в первый сорт составляет 0,025, в третий сорт – 0,015;

– для инструмента третьего сорта вероятность попасть в первый сорт составляет 0,005, во второй сорт – 0,02;

Какая доля инструмента первого сорта была изготовлена, если после контроля ОТК 95,5% инструмента были признаны первосортным, а 2,5 % инструмента – третьесортным?

**Задание 3.** (15 баллов) Меньшая сторона параллелограмма и меньшая его диагональ, соответственно равные  $5\sqrt{2}$  и  $5 + \sqrt{11}$ , образуют угол в  $45^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности около четырёхугольника, образованного пересечениями биссектрис внешних углов заданного параллелограмма.

**Задание 4.** (20 баллов). ООО «СварМонтаж» занимается строительством линейной части магистральных газопроводов. В составе организации работают три бригады сварщиков, причем некоторые из сварщиков имеют удостоверение НАКС («Национальное Агентство Контроля сварки»). Среди сотрудников трех бригад, доли сотрудников, имеющих удостоверение НАКС, образуют геометрическую прогрессию.

Если бы количество сварщиков при неизменном проценте обладателей удостоверений НАКС в бригадах соотносилось бы как 1:2:1, то процент сварщиков, имеющих удостоверение НАКС, был бы равен 45, а если бы соотношение было бы 2:3:1, то процент сварщиков, имеющих удостоверение НАКС, составил бы 40.

Сколько процентов сотрудников в каждой бригаде имеют удостоверение НАКС?

**Задание 5.** (20 баллов). Решите неравенство:  $(3 + 2\sqrt{2})^{x^2 - 8x + 16} + (3 - 2\sqrt{2})^{x^2 - 8x + 14} + \frac{6}{2\sqrt{2} - 3} < 0$

**Задание 6.** (30 баллов) Для монтажа бурового оборудования в скважину используется подвес, состоящий из металлического каркаса в форме равностороннего треугольника и трех регулируемых по длине тросов протянутых через вершины треугольника и соединяющихся на крюке. Расстояние между тросами на каркасе составляет 2,5 м, а их первоначальная длина от каркаса до крюка – 3 м. При спуске оборудования оказалось, что крюк нужно сместить на  $\frac{\sqrt{3}}{5}$  м вдоль медианы каркаса по направлению от вершины. На сколько метров нужно удлинить трос, проходящий через эту вершину?

**Задание 1.** (5 баллов) Вычислить:

$$\sqrt[3]{2024^2 - 173^2 + 2004^2 - 193^2 + 1984^2 - 213^2 \dots + 1504^2 - 693^2}.$$

**Задание 2.** (10 баллов) Процедура контроля качества нефтеперерабатывающего завода подразумевает последовательный анализ проб из 10 резервуаров с готовой продукцией. Партия признается несоответствующей показателям качества, если отбракованы две пробы. Вероятность отбраковки одной пробы  $p = 0,1$ . Найти вероятность того, что партия будет признана несоответствующей показателям качества после анализа шестой пробы.

**Задание 3.** (15 баллов) Катет  $BC$  прямоугольного треугольника является диаметром окружности, которая пересекает гипотенузу  $AB$  в точке  $D$ . Найти радиус окружности, касающейся катета  $BC$  и продолжений сторон  $AC$  и  $AB$ , если  $AC = 24$ ,  $AD = 18$ .

**Задание 4.** (20 баллов) Сколько отрицательных членов в последовательности  $x_n = C_{n+5}^4 - \frac{195 C_{n+3}^n}{16 n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), где  $C_{n+5}^4$ ,  $C_{n+3}^n$  - числа сочетаний? Найти эти члены.

**Задание 5.** (20 баллов). Найти все решения системы уравнений

$$\begin{cases} (2-x)(3x-2z) = 3-z; \\ z^2 + y^2 = 6z, \end{cases}$$

удовлетворяющие условию  $z \leq 3$ .

**Задание 6.** (30 баллов) Для монтажа бурового оборудования в скважину используется подвес, состоящий из металлического каркаса в форме равностороннего треугольника и трех регулируемых по длине тросов протянутых через вершины треугольника и соединяющихся на крюке. Расстояние между тросами на каркасе составляет 1,5 м, а их первоначальная длина от каркаса до крюка – 2,5 м. При спуске оборудования оказалось, что крюк нужно сместить на  $\frac{\sqrt{3}}{9}$  м вдоль медианы каркаса по направлению к вершине. На сколько метров нужно укоротить трос, проходящий через эту вершину?

**Задание 1.** (5 баллов) Вычислить:

$$\sqrt[3]{2024^2 - 1351^2 + 2001^2 - 1374^2 + 1978^2 - 1397^2 \dots + 1863^2 - 1512^2}.$$

**Задание 2.** (10 баллов) Процедура контроля качества нефтеперерабатывающего завода подразумевает последовательный анализ проб из 12 резервуаров с готовой продукцией. Партия признается несоответствующей показателям качества, если отбракованы две пробы. Вероятность отбраковки одной пробы  $p = 0,2$ . Найти вероятность того, что партия будет признана несоответствующей показателям качества после анализа пятой пробы.

**Задание 3.** (15 баллов) Катет  $BC$  прямоугольного треугольника является диаметром окружности, которая пересекает гипотенузу  $AB$  в точке  $D$ . Найти радиус окружности, касающейся катета  $BC$  и продолжений сторон  $AC$  и  $AB$ , если  $AC = 12$ ,  $AD = 8$ .

**Задание 4.** (20 баллов) Сколько отрицательных членов в последовательности  $x_n = C_{n+6}^5 - \frac{110}{9} \frac{C_{n+4}^n}{n+1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), где  $C_{n+6}^5$ ,  $C_{n+4}^n$  - числа сочетаний? Найти эти члены.

**Задание 5.** (20 баллов). Найти все решения системы уравнений

$$\begin{cases} (2+x)(4x-2z) = -3z-4; \\ z^2 + y^2 = 8z, \end{cases}$$

удовлетворяющие условию  $z \leq 4$ .

**Задание 6.** (30 баллов) Для монтажа бурового оборудования в скважину используется подвес, состоящий из металлического каркаса в форме равностороннего треугольника и трех регулируемых по длине тросов протянутых через вершины треугольника и соединяющихся на крюке. Расстояние между тросами на каркасе составляет 3 м, а их первоначальная длина от каркаса до крюка – 2,5 м. При спуске оборудования оказалось, что крюк нужно сместить на  $\frac{\sqrt{3}}{6}$  м вдоль медианы каркаса по направлению к вершине. На сколько метров нужно укоротить трос, проходящий через эту вершину?

**Задание 1.** (5 баллов) Вычислить:

$$\sqrt[3]{2072^2 - 2024^2 + 2090^2 - 2006^2 + 2108^2 - 1988^2 + \dots + 2216^2 - 1880^2}.$$

**Задание 2.** (10 баллов) Процедура контроля качества нефтеперерабатывающего завода подразумевает последовательный анализ проб из 10 резервуаров с готовой продукцией. Партия признается несоответствующей показателям качества, если отбракованы две пробы. Вероятность отбраковки одной пробы  $p = 0,1$ . Найти вероятность того, что партия будет признана несоответствующей показателям качества после анализа седьмой пробы, если две первые пробы не были отбракованы.

**Задание 3.** (15 баллов) В канале прямоугольного сечения необходимо разместить две трубы круглого сечения, разделенные перегородкой. Найти максимально возможные радиусы этих труб, если сечение канала прямоугольник со сторонами 12 и 22 см, ширина перегородки 13 см.

**Задание 4.** (20 баллов) Сколько положительных членов в последовательности  $x_n = C_{n+3}^n - \frac{(n+1)}{195} C_{n+5}^4$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), где  $C_{n+5}^4$ ,  $C_{n+3}^n$  - числа сочетаний? Найти эти члены.

**Задание 5.** (20 баллов) Решить уравнение:

$$\sqrt{3x^2 - 2 - x^4} \cdot \sin(\pi(2x + 5x^2)) = 0$$

**Задание 6.** (30 баллов) В сферическом корпусе зонда расположено оборудование в пяти капсулах сферической формы, три из которых имеют радиус  $5\sqrt{3}$  см, их центры расположены в одной плоскости, и они попарно касаются друг друга. Две остальные капсулы имеют меньший радиус. Найти максимально возможный радиус этих двух капсул.

**Задание 1.** (5 баллов) Вычислить:

$$\sqrt[3]{2073^2 - 2023^2 + 2093^2 - 2003^2 + 2113^2 - 1983^2 \dots + 2773^2 - 1323^2}.$$

**Задание 2.** (10 баллов) Процедура контроля качества нефтеперерабатывающего завода подразумевает последовательный анализ проб из 12 резервуаров с готовой продукцией. Партия признается несоответствующей показателям качества, если отбракованы две пробы. Вероятность отбраковки одной пробы  $p = 0,2$ . Найти вероятность того, что партия будет признана несоответствующей показателям качества после анализа шестой пробы, если две первые пробы не были отбракованы.

**Задание 3.** (15 баллов) В канале прямоугольного сечения необходимо разместить две трубы круглого сечения, разделенные перегородкой. Найти максимально возможные радиусы этих труб, если сечение канала прямоугольник со сторонами 15 и 24 см, а перегородка равна 17 см.

**Задание 5.** (20 баллов) Решить уравнение:

$$\sqrt{5x^4 - 4 - x^8} \cdot \sin(\pi(2x + 3x^2)) = 0$$

**Задание 6.** (30 баллов) В сферическом корпусе зонда расположено оборудование в пяти капсулах сферической формы, три из которых имеют радиус 6 см, их центры расположены в одной плоскости, и они попарно касаются друг друга. Две остальные капсулы имеют меньший радиус. Найти максимально возможный радиус этих двух капсул.

**Задание 1.** (5 баллов) Вычислить:

$$\sqrt{2023} \left( \sqrt[6]{2021\sqrt{2024} + 6071} + \sqrt{\sqrt{2024} - 1} \right) \cdot \sqrt{\sqrt{2024} + 1}.$$

**Задание 2.** (10 баллов) Завод изготавливает детали для буровых установок, среди которых 6 % составляют бракованные. При проверке отдел технического контроля (ОТК) отбраковал 7 % деталей. Сколько процентов качественных деталей были признаны ОТК бракованными, если 2 % всех бракованных деталей было признано качественными?

**Задание 3.** (15 баллов) Геологическая экспедиция разбила лагерь на поляне, имеющей форму трапеции. Основания этой трапеции равны 6 и 14 метров, а боковая сторона – 10 метров. Радиус окружности, для которой меньшее основание и известная боковая сторона являются хордами, равен  $\frac{5\sqrt{13}}{2}$  метра. Найти площадь поляны.

**Задание 4.** (20 баллов) Три нефтеперерабатывающих завода региона среди прочей выпускают продукцию «А». Доли этой продукции в общем выпуске этих заводов, образуют геометрическую прогрессию.

Если бы эти доли соотносились как 2:3:1, то доля продукции «А» в совокупном выпуске этих трех заводов составляла бы 0,485, а если бы это соотношение было бы 1:2:1, то доля продукции «А» в совокупном выпуске составляла бы 0,54.

Какую долю продукции «А» выпускает каждый из заводов?

**Задание 5.** (20 баллов). Найти все решения системы уравнений:

$$\begin{cases} (x-4)(x+2z) = -4-10z; \\ z^2 + y^2 = 7,5z, \end{cases}$$

удовлетворяющие условию  $z \leq 6$ .

**Задание 6.** (30 баллов) В сферическом корпусе зонда расположено оборудование в пяти капсулах сферической формы, три из которых попарно касаются друг друга, и их центры расположены в одной плоскости. Две остальные капсулы имеют меньший радиус  $2\sqrt{3}$  см. Найти максимально возможный радиус трех одинаковых капсул.

**Задание 1.** (5 баллов) Вычислить:

$$\sqrt{2024} \left( \sqrt[6]{2022\sqrt{2025} + 6074} + \sqrt{\sqrt{2025} - 1} \right) \cdot \sqrt{\sqrt{2025} + 1}.$$

**Задание 2.** (10 баллов) Завод изготавливает детали для буровых установок, среди которых 5 % составляют бракованные. При проверке отдел технического контроля (ОТК) отбраковал 6 % деталей. Сколько процентов качественных деталей были признаны ОТК бракованными, если 2 % всех бракованных деталей было признано качественными?

**Задание 3.** (15 баллов) Геологическая экспедиция разбила лагерь на поляне, имеющей форму трапеции. Основания этой трапеции равны 4 и 12 метров, а боковая сторона – 13 метров. Радиус окружности, для которой меньшее основание и известная боковая сторона являются хордами – 8,125 метра. Найти площадь поляны.

**Задание 4.** (20 баллов). Три нефтеперерабатывающих завода региона среди прочей выпускают продукцию «А». Доли этой продукции в общем выпуске этих заводов, образуют геометрическую прогрессию.

Если бы эти доли соотносились как 1:2:1, то доля продукции «А» в совокупном выпуске этих трех заводов составляла бы 0,45, а если бы это соотношение было бы 1:3:2, то доля продукции «А» в совокупном выпуске составляла бы 0,4.

Какую долю продукции «А» выпускает каждый из заводов?

**Задание 5.** (20 баллов). Найти все решения системы уравнений:

$$\begin{cases} (x-4)(x-2z) = z-4; \\ z^2 + y^2 = 12z, \end{cases}$$

удовлетворяющие условию  $z \leq 3$ .

**Задание 6.** (30 баллов) В сферическом корпусе зонда расположено оборудование в пяти капсулах сферической формы, три из которых попарно касаются друг друга, и их центры расположены в одной плоскости. Две остальные капсулы имеют меньший радиус  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$  см. Найти максимально возможный радиус трех одинаковых капсул.