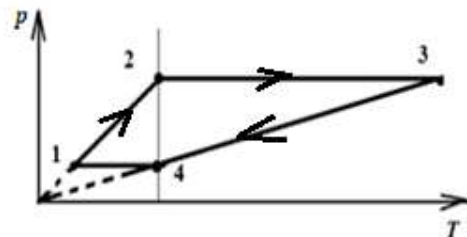


10 класс

Вариант 1

1. (4 балла) В идеальном двухатомном газе совершается цикл, изображенный на pT – диаграмме. Известно, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме, температура в точке 1 $T_1 = 200$ К, отношение объемов в точках 4 и 2 равно $n = 3$. Определите количество теплоты, подводимое к газу за цикл. Количество вещества газа $\nu = 2$ моля. Значение универсальной газовой постоянной равно $R = 8,31$ Дж/(К·моль).



Возможное решение. Подвод тепла осуществляется на участках 1 – 2 и 2 – 3 цикла. Процесс 1 – 2 является изохорным, для него справедливо

$$Q_{12} = \frac{5}{2} \nu R \Delta T_{12}.$$

Процесс 2 – 3 является изобарным, для него

$$Q_{23} = \frac{7}{2} \nu R \Delta T_{23}.$$

Рассчитаем температуру в состояниях 2, 3 и 4.

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$p_3 V_3 = \nu R T_3$$

$$p_4 V_4 = \nu R T_4.$$

Учитывая, что $p_1 = p_4$, $p_2 = p_3$, $V_1 = V_2$, $V_3 = V_4$, $T_2 = T_4$, получим

$$T_2 = T_4 = \sqrt{T_1 T_3}.$$

Так как $V_4 = n V_2$, то $p_2 = n p_4$ и

$$T_3 = n^2 T_1$$

$$T_2 = T_4 = n T_1.$$

Складывая количества теплоты на участках теплоподвода, получим:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = \frac{\nu R T_1 (n - 1)}{2} (5 + 7n) \approx 86,4 \text{ кДж}.$$

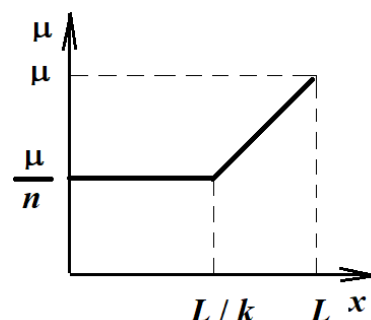
Ответ: $Q_1 = \frac{\nu R T_1 (n - 1)}{2} (5 + 7n) \approx 86,4 \text{ кДж}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0

Записаны выражения для количеств теплоты на участках теплоподвода	1 (по 0,5 бала за каждое уравнение)
Получено выражение для значений температуры в состояниях 2 и 4	0,5
Получено выражение для значений температуры в состоянии 3	0,5
Получено выражение для количества теплоты в общем виде	1
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	1
Всего баллов	4

2. (4 балла) На пути скользящего по гладкой горизонтальной поверхности бруска находится шероховатая полоса шириной L , в пределах которой коэффициент трения изменяется в зависимости от координаты так, как показано на рисунке. Определите минимальную скорость $V_{\min}$, которая позволит бруску преодолеть это препятствие. Размеры бруска существенно меньше ширины полосы, $n > 1$, $k > 1$.



Возможное решение. Сила трения пропорциональна коэффициенту трения. Чтобы брусок мог преодолеть шероховатую полосу, его кинетическая энергия должна быть не меньше работы силы трения. Модуль работы силы трения можно рассчитать с помощью графика. Он равен

$$A_{\text{тр}} = \frac{\mu mgL}{nk} + \frac{\mu mgL}{2} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{k}\right) = \frac{\mu mgL}{nk} \left[1 + \frac{(1+n)(k-1)}{2}\right].$$

Здесь m – масса бруска.

Минимально необходимая скорость определяется из условия:

$$\frac{mV_{\min}^2}{2} = \frac{\mu mgL}{nk} \left[1 + \frac{(1+n)(k-1)}{2}\right].$$

Отсюда следует

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{2\mu gL}{nk} \left[1 + \frac{(1+n)(k-1)}{2}\right]}.$$

Ответ: $V_{\min} = \sqrt{\frac{2\mu gL}{nk} \left[1 + \frac{(1+n)(k-1)}{2}\right]}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0

Записано выражение для работы силы трения	2
Сформулировано условие прохождения телом шероховатого участка	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	4

3. (4 балла) По медному проводу площадью поперечного сечения $S = 2 \text{ мм}^2$ протекает ток силой $I = 10 \text{ А}$. Рассчитайте среднюю кинетическую энергию направленного движения одного электрона. Считайте, что медь одновалентна, плотность меди $\rho = 8900 \text{ кг/м}^3$, молярная масса $\mu = 63,5 \text{ г/моль}$, масса электрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Возможное решение. По определению силы тока

$$I = \frac{q}{\tau},$$

где q – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время τ . Обозначим среднюю скорость направленного движения электронов через V . Рассмотрим объем проводника

$$v = SV\tau = \frac{m}{\rho},$$

где m – масса рассматриваемого объема. Все валентные электроны количеством N , находящиеся в этом объеме, за время τ пройдут через "дно" этого объема. Обозначим концентрацию электронов через n . Ее можно выразить следующим образом:

$$n = \frac{N}{v} = \frac{mN_A\rho}{\mu m} = \frac{N_A\rho}{\mu}.$$

Учитывая сказанное, запишем выражение для силы тока:

$$I = \frac{SV\tau N_A\rho e}{\mu\tau} = \frac{SVN_A\rho e}{\mu}.$$

Средняя скорость направленного движения электронов

$$V = \frac{I\mu}{SN_A\rho e}.$$

Кинетическая энергия, приходящаяся на один электрон, равна

$$K = \frac{m_e}{2} \left(\frac{I\mu}{SN_A\rho e} \right)^2 \approx 6,24 \cdot 10^{-38} \text{ Дж}.$$

Ответ: $K = \frac{m_e}{2} \left(\frac{I\mu}{SN_A\rho e} \right)^2 \approx 6,24 \cdot 10^{-38} \text{ Дж}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для концентрации электронов	1
Записано выражение для силы тока	1
Получено выражение для кинетической энергии в общем виде	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	4

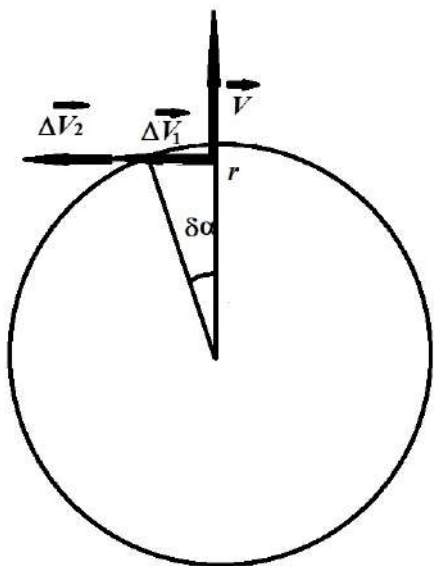
4. (6 баллов) Горизонтально расположенный плоский диск радиусом $R = 30$ см равномерно вращается в горизонтальной плоскости с частотой $\nu = 0,1 \text{ с}^{-1}$. По поверхности диска по радиусу от центра к краю диска с постоянной скоростью $V = 3 \text{ см/с}$ относительно диска бежит жук (относительно диска его движение прямолинейно). Каким должен быть минимальный коэффициент трения между диском и ножками жука, чтобы он смог бежать без проскальзывания? Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Считайте, что коэффициент трения по всей поверхности диска одинаков.

Возможное решение. Значение силы трения должна быть достаточным для того, чтобы создать ускорение жука. Диск вращается в горизонтальной плоскости, поэтому сила нормального давления равна силе тяжести, а сила трения может быть рассчитана как

$$F_{\text{тр}} = \mu mg.$$

Здесь μ - коэффициент трения, а m – масса жука. Пусть в некоторый момент времени жук находится на расстоянии r от центра диска. Выберем неподвижную систему отсчета, связанную с землей. В ней скорость жука равна векторной сумме скорости его движения по радиусу $\vec{V}$ и линейной скорости $\vec{u}$ его движения по окружности вместе с диском (вектор скорости $\vec{u}$ на рисунке не показан, он перпендикулярен вектору $\vec{V}$ и направлен влево). Суммарное ускорение жука складывается из центростремительного и обусловленного изменением скорости жука при его перемещении по радиусу. Центростремительное ускорение равно

$$a_{\text{ц}} = 4\pi^2 \nu^2 r.$$



Составляющая ускорения, обусловленная изменением скорости жука при его перемещении по радиусу, рассчитывается следующим образом. Рассмотрим очень малый промежуток времени δt . За это время радиус, по которому бежит жук, повернется относительно неподвижной системы отсчета на угол $\delta\alpha = 2\pi\nu\delta t$, на этот же угол в неподвижной системе отсчета повернется и

вектор скорости жука относительно диска. Изменение относительной скорости будет равно

$$\Delta V_1 = V\delta\alpha = 2\pi v V \delta t .$$

За это же время жук переместится по радиусу относительно диска на расстояние $\delta r = V\delta t$. Из-за изменения расстояния жука от центра диска дополнительно должно произойти и изменение его скорости u движения по окружности, равное

$$\Delta V_2 = 2\pi v(r + \delta r) - 2\pi v r = 2\pi v V \delta t .$$

Чем меньший промежуток времени δt мы рассматриваем, тем меньше угол $\delta\alpha$, а значит, вектора изменений скоростей и суммарный вектор изменения скорости можно считать с пренебрежимо малой погрешностью перпендикулярным радиусу, по которому движется жук:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = 4\pi v V \delta t .$$

Полное ускорение жука будет равно

$$a = \sqrt{a_{\text{ц}}^2 + \left(\frac{\Delta V}{\delta t}\right)^2} = \sqrt{16\pi^4 v^4 r^2 + 16\pi^2 v^2 V^2} = 4\pi v \sqrt{\pi^2 v^2 r^2 + V^2} .$$

Сила трения, необходимая для движения жука без проскальзывания, равна

$$F_{\text{тр}} = ma = 4\pi m v \sqrt{\pi^2 v^2 r^2 + V^2} .$$

Из полученного выражения видно, что чем дальше жук находится от центра, тем больше требуемый модуль силы трения, т.е. искомый коэффициент трения нужно рассчитывать при нахождении жука на краю диска:

$$F_{\text{тр}} = 4\pi m v \sqrt{\pi^2 v^2 R^2 + V^2} = \mu m g .$$

Минимально необходимый коэффициент трения

$$\mu = \frac{4\pi v \sqrt{\pi^2 v^2 R^2 + V^2}}{g} \approx 0,012$$

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{4\pi v \sqrt{\pi^2 v^2 R^2 + V^2}}{g} \approx 0,012$$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для центростремительного ускорения	1
Записано выражение для ΔV_1	1
Записано выражение для ΔV_2	1
Установлено, что сила трения должно быть наибольшей на краю диска	1

Получено выражение для коэффициента трения в общем виде	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	6

Примечание. Применение участником формулы ускорения Кориолиса без вывода ошибкой не считается, полученный результат для ΔV оценивается 2 баллами.

5. (6 баллов) Экспериментатор налил в электрический нагреватель воду и положил туда пластмассовый шарик. Он заметил, что температура содержимого нагревателя увеличилась за время $\tau_1 = 1,9$ мин на $\Delta t = 10$ °С. Когда экспериментатор положил в нагреватель с тем же количеством воды 3 таких же шарика, температура содержимого нагревателя увеличилась за время $\tau_2 = 2,1$ мин так же на $\Delta t = 10$ °С. Чему равна удельная теплоемкость материала шарика, если отношение масс воды и одного шарика равно $n = 9$? Во всех процессах кипения воды не происходит. Мощность нагревателя в процессе экспериментов не изменялась. Теплообменом с окружающей средой пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/(кг·К).

Возможное решение. Учтем, что мощность нагревателя P постоянна. Обозначим теплоемкость воды как C_v , а теплоемкость одного шарика как $C_{ш}$. Также примем $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$. Тогда для первого эксперимента

$$P\tau_1 = (C_v + C_{ш})\Delta t.$$

Для второго эксперимента

$$P\tau_2 = (C_v + 3C_{ш})\Delta t.$$

Из этих выражений получим

$$C_{ш} = C_v \frac{\tau_2 - \tau_1}{3\tau_1 - \tau_2}.$$

Тогда искомая удельная теплоемкость материала шариков равна

$$c_{ш} = cn \cdot \frac{\tau_2 - \tau_1}{3\tau_1 - \tau_2} = 2,1 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

$$\text{Ответ: } c_{ш} = cn \cdot \frac{\tau_2 - \tau_1}{3\tau_1 - \tau_2} = 2,1 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны уравнения теплового равновесия для двух случаев	2 (по одному баллу за каждое уравнение)
Представлена связь между теплоемкостями воды и шарика	2
Получен результат в общем виде	1

Задание выполнено полностью, получено числовое значение	1
Всего баллов	6

6. (6 баллов) Идеально проводящей сферической оболочке радиусом R сообщили заряд q . Определите электрическое давление (кулоновскую силу, приходящуюся на единицу площади), испытываемое стенкой сферы. Деформация сферы отсутствует. Площадь поверхности сферы равна $4\pi R^2$.

Возможное решение. На единицу площади поверхности сферы приходится заряд

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$$

Напряженность электростатического поля внутри заряженной сферы равна нулю, а снаружи вблизи поверхности составляет

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Выделим настолько малый элемент поверхности сферы площадью ΔS , что его можно считать неотличимым от плоского. Заряд выделенного элемента составляет

$$q'' = \sigma \Delta S = \frac{q \Delta S}{4\pi R^2}.$$

Пусть E' – напряженность электростатического поля, создаваемая этим элементом, а E'' – напряженность поля, создаваемая остальной частью сферы. Из принципа суперпозиции следует, что в непосредственной близости от элемента снаружи сферы $E' + E'' = E$, а внутри $E' - E'' = 0$. Значит,

$$E' = E'' = \frac{E}{2} = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Сила, действующая на выделенный элемент, равна

$$F = q'' E' = \frac{q^2 \Delta S}{32\pi^2 \epsilon_0 R^4}.$$

Давление, создаваемое на выделенный элемент

$$p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 R^4}.$$

Так как элемент поверхности сферы был выбран произвольно, то в силу симметрии сферы давление во всех ее точках будет одинаковым.

$$\text{Ответ: } p = \frac{q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 R^4}.$$

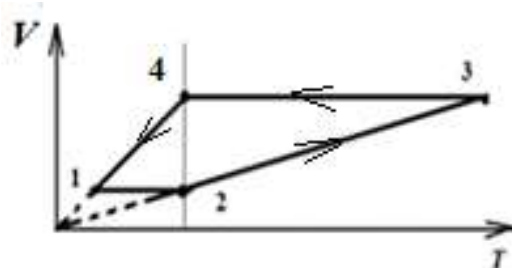
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для заряда выделенного элемента	1
Записаны уравнения по принципу суперпозиции	2 (по 1 баллу за каждое уравнение)
Получено выражение для напряженности поля, создаваемой оставшейся частью сферы	1
Получено выражение для силы, действующей на элемент	1
Получено выражение для давления	1
Всего баллов	6

10 класс

Вариант 2

1. (4 балла) В идеальном двухатомном газе совершается цикл, изображенный на VT – диаграмме. Известно, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме, температура в точке 1 $T_1 = 200$ К. Количество теплоты, подводимое к газу за цикл $Q = 86,5$ кДж. Определите отношение объемов в точках 4 и 2. Количество вещества газа $\nu = 1$ моль. Значение универсальной газовой постоянной равно $R = 8,31$ Дж/(К·моль).



Возможное решение

Подвод тепла осуществляется на участках 1 – 2 и 2 – 3 цикла. Процесс 1 – 2 является изохорным, для него справедливо

$$Q_{12} = \frac{5}{2} \nu R \Delta T_{12}.$$

Процесс 2 – 3 является изобарным, для него

$$Q_{23} = \frac{7}{2} \nu R \Delta T_{23}.$$

Рассчитаем температуру в состояниях 2, 3 и 4.

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$p_3 V_3 = \nu R T_3$$

$$p_4 V_4 = \nu R T_4.$$

Учитывая, что $p_1 = p_4$, $p_2 = p_3$, $V_1 = V_2$, $V_3 = V_4$, $T_2 = T_4$, получим

$$T_2 = T_4 = \sqrt{T_1 T_3}.$$

Обозначим искомое отношение объемов через n . Так как $V_4 = nV_2$, то $p_2 = np_4$ и

$$T_3 = n^2 T_1$$

$$T_2 = T_4 = n T_1.$$

Складывая количества теплоты на участках теплоподвода, получим:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = \frac{\nu R T_1 (n - 1)}{2} (5 + 7n).$$

Для n получим квадратное уравнение

$$7n^2 - 2n - \left(\frac{2Q_1}{\nu R T_1} + 5 \right) = 0.$$

Физический смысл имеет только один его корень $n \approx 3$.

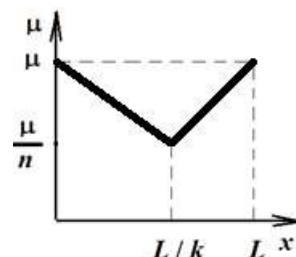
Ответ: $n \approx 3$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны выражения для количеств теплоты на участках теплоподвода	1 (по 0,5 бала за каждое уравнение)
Получено выражение для значений температуры в состояниях 2 и 4	0,5
Получено выражение для значений температуры в состоянии 3	0,5
Получено выражение для отношения объемов	1
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	1
Всего баллов	4

Примечание. Если участник указал в ответе отрицательное значение n , то это считается ошибкой и штрафуетс снятием одного балла.

2. (4 балла) На пути скользящего по гладкой горизонтальной поверхности бруска находится шероховатая полоса шириной L , в пределах которой коэффициент трения изменяется в зависимости от координаты так, как показано на рисунке. Определите минимальную скорость $V_{\min}$, которая позволит бруску преодолеть это препятствие. Размеры бруска существенно меньше ширины полосы, $n > 1$, $k > 1$.



Возможное решение. Сила трения пропорциональна коэффициенту трения. Чтобы брусок мог преодолеть шероховатую полосу, его кинетическая энергия должна быть не меньше работы силы трения. Модуль работы силы трения можно рассчитать с помощью графика:

$$A_{\text{тр}} = \frac{\mu mgL}{2k} \left(1 + \frac{1}{n}\right) + \frac{\mu mgL}{2} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{k}\right) = \frac{\mu mgL(1+n)}{2n}.$$

Здесь m – масса бруска.

Минимально необходимая скорость определяется из условия:

$$\frac{mV_{\min}^2}{2} = \frac{\mu mgL(1+n)}{2n}.$$

Отсюда следует

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{\mu gL(1+n)}{n}}.$$

Ответ: $V_{min} = \sqrt{\frac{\mu g L (1+n)}{n}}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы силы трения	2
Сформулировано условие прохождения телом шероховатого участка	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	4

3. (4 балла) По медному проводу площадью поперечного сечения $S = 4 \text{ мм}^2$ протекает ток силой $I = 20 \text{ А}$. Рассчитайте модуль среднего импульса направленного движения одного электрона. Считайте, что медь одновалентна, плотность меди $\rho = 8900 \text{ кг/м}^3$, молярная масса $\mu = 63,5 \text{ г/моль}$, масса электрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Возможное решение. По определению силы тока

$$I = \frac{q}{\tau},$$

где q – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время τ . Обозначим среднюю скорость направленного движения электронов через V . Рассмотрим объем проводника

$$v = SV\tau = \frac{m}{\rho},$$

где m – масса рассматриваемого объема. Все валентные электроны количеством N , находящиеся в этом объеме, за время τ пройдут через "дно" этого объема. Обозначим концентрацию электронов через n . Ее можно выразить следующим образом:

$$n = \frac{N}{v} = \frac{m N_A \rho}{\mu m} = \frac{N_A \rho}{\mu}.$$

Учитывая сказанное, запишем выражение для силы тока:

$$I = \frac{SV\tau N_A \rho e}{\mu \tau} = \frac{SV N_A \rho e}{\mu}.$$

Средняя скорость направленного движения электронов

$$V = \frac{I \mu}{S N_A \rho e}.$$

Модуль импульса электрона

$$p = \frac{m_e I \mu}{S N_A \rho e} \approx 3,37 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}.$$

Ответ: $p = \frac{m_e I \mu}{S N_A \rho e} \approx 3,37 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}.$

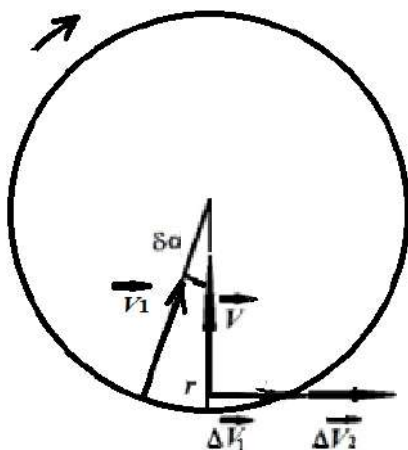
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для концентрации электронов	1
Записано выражение для силы тока	1
Получено выражение для импульса в общем виде	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) Горизонтально расположенный плоский диск радиусом $R = 40 \text{ см}$ равномерно вращается в горизонтальной плоскости с частотой $\nu = 0,2 \text{ с}^{-1}$. По поверхности диска по радиусу от края к центру диска с постоянной скоростью $V = 4 \text{ см/с}$ относительно диска бежит жук (относительно диска его движение прямолинейно). Каким должен быть минимальный коэффициент трения между диском и ножками жука, чтобы он смог бежать без проскальзывания? Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Считайте, что коэффициент трения по всей поверхности диска одинаков.

Возможное решение. Значение силы трения должна быть достаточным для того, чтобы создать ускорение жука. Диск вращается в горизонтальной плоскости, поэтому сила нормального давления равна силе тяжести, а сила трения может быть рассчитана как

$$F_{\text{тр}} = \mu m g.$$



Здесь μ - коэффициент трения, а m – масса жука. Пусть в некоторый момент времени жук находится на расстоянии r от центра диска. Выберем неподвижную систему отсчета, связанную с землей. В ней скорость жука равна векторной сумме скорости его движения по радиусу $\vec{V}$ и линейной скорости $\vec{u}$ его движения по окружности вместе с диском (вектор скорости $\vec{u}$ на рисунке не показан, он перпендикулярен вектору $\vec{V}$ и направлен влево). Суммарное ускорение жука складывается из центростремительного и обусловленного изменением скорости жука при его перемещении по радиусу. Центростремительное ускорение равно

$$a_{\text{ц}} = 4\pi^2 \nu^2 r.$$

Составляющая ускорения, обусловленная изменением скорости жука при его перемещении по радиусу, рассчитывается следующим образом. Рассмотрим

очень малый промежуток времени δt . За это время радиус, по которому бежит жук, повернется относительно неподвижной системы отсчета на угол $\delta\alpha = 2\pi v\delta t$, на этот же угол в неподвижной системе отсчета повернется и вектор скорости жука относительно диска. Изменение относительной скорости будет равно

$$\Delta V_1 = 2\pi v V \delta\alpha = 2\pi v V \delta t.$$

За это же время жук переместится по радиусу относительно диска на расстояние $\delta r = V\delta t$. Из-за изменения расстояния жука от центра диска дополнительно должно произойти и изменение его скорости u движения по окружности, равное

$$\Delta V_2 = 2\pi v(r + \delta r) - 2\pi v r = 2\pi v V \delta t.$$

Чем меньший промежуток времени δt мы рассматриваем, тем меньше угол $\delta\alpha$, а значит, вектора изменений скоростей и суммарный вектор изменения скорости можно считать с пренебрежимо малой погрешностью перпендикулярным радиусу, по которому движется жук:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = 4\pi v V \delta t.$$

Полное ускорение жука будет равно

$$a = \sqrt{a_{\text{ц}}^2 + \left(\frac{\Delta V}{\delta t}\right)^2} = \sqrt{16\pi^4 v^4 r^2 + 16\pi^2 v^2 V^2} = 4\pi v \sqrt{\pi^2 v^2 r^2 + V^2}.$$

Сила трения, необходимая для движения жука без проскальзывания, равна

$$F_{\text{тр}} = ma = 4\pi m v \sqrt{\pi^2 v^2 r^2 + V^2}.$$

Из полученного выражения видно, что чем дальше жук находится от центра, тем больше требуемый модуль силы трения, т.е. искомый коэффициент трения нужно рассчитывать при нахождении жука на краю диска:

$$F_{\text{тр}} = 4\pi m v \sqrt{\pi^2 v^2 R^2 + V^2} = \mu m g.$$

Минимально необходимый коэффициент трения

$$\mu = \frac{4\pi v \sqrt{\pi^2 v^2 R^2 + V^2}}{g} \approx 0,064$$

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{4\pi v \sqrt{\pi^2 v^2 R^2 + V^2}}{g} \approx 0,064$$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для центростремительного ускорения	1
Записано выражение для ΔV_1	1
Записано выражение для ΔV_2	1

Установлено, что сила трения должно быть наибольшей на краю диска	1
Получено выражение для коэффициента трения в общем виде	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	6

Примечание. Применение участником формулы ускорения Кориолиса без вывода ошибкой не считается, полученный результат для ΔV оценивается 2 баллами.

5. (6 баллов) Экспериментатор налил в электрический нагреватель воду и положил туда пластмассовый шарик. Он заметил, что температура содержимого нагревателя увеличилась за время $\tau_1 = 2,7$ мин на $\Delta t = 12$ °С. Когда экспериментатор положил в нагреватель с тем же количеством воды 3 таких же шарика, температура содержимого нагревателя увеличилась за время $\tau_2 = 2,9$ мин так же на $\Delta t = 12$ °С. Удельная теплоемкость материала шарика равна $c_{\text{ш}} = 1,9$ кДж/(кг·К). Определите отношение масс воды и одного шарика. Во всех процессах кипения воды не происходит. Мощность нагревателя в процессе экспериментов не изменялась. Теплообменом с окружающей средой пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/(кг·К).

Возможное решение. Учтем, что мощность нагревателя P постоянна. Обозначим теплоемкость воды как $C_{\text{в}}$, а теплоемкость одного шарика как $C_{\text{ш}}$. Также примем $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$. Тогда для первого эксперимента

$$P\tau_1 = (C_{\text{в}} + C_{\text{ш}})\Delta t.$$

Для второго эксперимента

$$P\tau_2 = (C_{\text{в}} + 3C_{\text{ш}})\Delta t.$$

Из этих выражений получим

$$C_{\text{ш}} = C_{\text{в}} \frac{\tau_2 - \tau_1}{3\tau_1 - \tau_2}.$$

Тогда отношение масс воды и одного шарика равно

$$n = \frac{c_{\text{ш}}}{c} \cdot \frac{3\tau_1 - \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \approx 11,8.$$

$$\text{Ответ: } n = \frac{c_{\text{ш}}}{c} \cdot \frac{3\tau_1 - \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \approx 11,8.$$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны уравнения теплового равновесия для двух случаев	2 (по одному баллу за каждое уравнение)

Представлена связь между теплоемкостями воды и шарика	2
Получен результат в общем виде	1
Задание выполнено полностью, получено числовое значение	1
Всего баллов	6

6. (6 баллов) Идеально проводящей сферической оболочке сообщили заряд. Электрическое давление (кулоновская сила, приходящаяся на единицу площади), испытываемое сферической оболочкой, равно p . Определите заряд, приходящийся на единицу площади сферы. Деформация сферы отсутствует. Площадь поверхности сферы равна $4\pi R^2$, где R – радиус сферы.

Возможное решение. Пусть сфера несет заряд q . На единицу площади поверхности сферы приходится заряд

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$$

Напряженность электростатического поля внутри заряженной сферы равна нулю, а снаружи вблизи поверхности составляет

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Выделим настолько малый элемент поверхности сферы площадью ΔS , что его можно считать неотличимым от плоского. Заряд выделенного элемента составляет

$$q' = \sigma \Delta S.$$

Пусть E' – напряженность электростатического поля, создаваемая этим элементом, а E'' – напряженность поля, создаваемая остальной частью сферы. Из принципа суперпозиции следует, что в непосредственной близости от элемента снаружи сферы $E' + E'' = E$, а внутри $E' - E'' = 0$. Значит,

$$E' = E'' = \frac{E}{2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Сила, действующая на выделенный элемент, равна

$$F = q'E' = \frac{\sigma^2 \Delta S}{2\epsilon_0}.$$

Давление, создаваемое на выделенный элемент

$$p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}.$$

Так как элемент поверхности сферы был выбран произвольно, то в силу симметрии сферы давление во всех ее точках будет одинаковым. На единицу площади поверхности сферы приходится заряд

$$\sigma = \sqrt{2p\varepsilon_0}.$$

Ответ: $\sigma = \sqrt{2p\varepsilon_0}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для заряда выделенного элемента	1
Записаны уравнения по принципу суперпозиции	2 (по 1 баллу за каждое уравнение)
Получено выражение для напряженности поля, создаваемой оставшейся частью сферы	1
Получено выражение для силы, действующей на элемент	1
Получено выражение для заряда, приходящегося на единицу площади сферы	1
Всего баллов	6

10 класс

Вариант 3

1. (4 балла) В цилиндр с поршнем, установленный вертикально, налито небольшое количество воды. При начальном объеме V_1 между поршнем и поверхностью воды суммарное давление воздуха и насыщенного пара равно p_1 . Двигая поршень, этот объем уменьшили до V_2 , при этом в сосуде установилось давление p_2 . Определите давление насыщенного пара. Процесс протекает изотермически

Возможное решение. В указанном в задании процессе во всех состояниях суммарное давление складывается из давления воздуха, который можно считать идеальным газом, и давления насыщенного водяного пара. Давление насыщенного пара зависит только от температуры. По закону Дальтона

$$p_1 = p_n + p_{в1}$$

$$p_2 = p_n + p_{в2}$$

По закону Бойля – Мариотта

$$p_{в1}V_1 = p_{в2}V_2.$$

Преобразуем первые два уравнения:

$$p_1V_1 = p_nV_1 + p_{в1}V_1.$$

$$p_2V_2 = p_nV_2 + p_{в2}V_2$$

Из полученных выражений следует, что

$$p_n = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{V_1 - V_2}.$$

$$\text{Ответ: } p_n = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{V_1 - V_2}.$$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны выражения по закону Дальтона	1 (по 0,5 балла за каждое уравнение)
Записано выражение по закону Бойля – Мариотта	1
Выполнены необходимые преобразования	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	4

2. (4 балла) Тело запущено под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. В момент времени, когда вертикальная проекция скорости при подъеме уменьшилась в два раза по сравнению с начальным значением, тело находилось на расстоянии r от точки запуска. Определите начальную скорость тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Возможное решение. Определим координаты тела в указанный в задании момент времени. Вертикальная координата рассчитывается как

$$y = \frac{(V \sin \alpha)^2 - \left(\frac{V \sin \alpha}{2}\right)^2}{2g} = \frac{3V^2}{16g}.$$

Для расчета горизонтальной координаты потребуется время движения. Поскольку нам требуется точка на этапе подъема тела, то

$$\frac{V \sin \alpha}{2} = V \sin \alpha - gt,$$

из чего следует, что

$$t = \frac{V \sin \alpha}{2g}.$$

Горизонтальная координата

$$x = V \cos \alpha t = \frac{V^2 \sin 2\alpha}{4g}.$$

Расстояние от точки вылета до исследуемой точки

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{5V^2}{16g}.$$

Окончательно

$$V = \sqrt{\frac{16rg}{5}}$$

Ответ: $V = \sqrt{\frac{16rg}{5}}$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для вертикальной координаты	1
Записано выражение для времени движения	1
Записано выражение для горизонтальной координаты	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	4

3. (4 балла) Незаряженный конденсатор подключают к источнику электрической энергии, имеющему э.д.с. E и ненулевое внутреннее сопротивление. Количество теплоты, выделившееся при зарядке конденсатора, равно Q . Определите емкость конденсатора.

Возможное решение. При зарядке конденсатора источник энергии совершает работу по сообщению потенциальной энергии конденсатору и, поскольку по цепи проходит заряд q , то есть протекает электрический ток, то на внутреннем сопротивлении источника выделяется энергия в форме теплоты:

$$qE = \frac{CE^2}{2} + Q.$$

Учитывая, что

$$q = CE,$$

получим, что

$$C = \frac{2Q}{E^2}.$$

Ответ: $C = \frac{2Q}{E^2}$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записан закон сохранения энергии	2
Записано выражение для заряда	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) Полый цилиндр с внутренним диаметром D с одного торца закрыт подвижным поршнем, с другого торца на него надета сужающаяся коническая насадка, имеющая на выходе площадь поперечного сечения s . Ось цилиндра и насадки горизонтальна. Цилиндр и насадка заполнены жидкостью плотностью ρ . Сила, с которой действуют на поршень, равна F . С какой скоростью вытекает жидкость из насадки?

Возможное решение. Пусть скорость поршня w . За малое время τ поршень переместится на расстояние

$$x = w\tau.$$

Работа силы при этом равна

$$A = Fw\tau.$$

Эта работа совершается для изменения скорости жидкости по мере ее течения по цилиндру и насадке. В соответствии с уравнением неразрывности потока жидкости

$$\frac{\pi D^2}{4} w = Vs.$$

Масса жидкости, перемещенной поршнем, равно массе жидкости, вытекшей из конической насадки. Эта масса равна

$$m = \rho V \tau s .$$

По теореме о кинетической энергии

$$\frac{\rho V \tau s}{2} (V^2 - w^2) = F w \tau .$$

С учетом уравнения неразрывности потока жидкости получим

$$V = \sqrt{\frac{8F}{\pi D^2 \rho \left(1 - \frac{4s^2}{\pi D^2}\right)}} .$$

Ответ: $V = \sqrt{\frac{8F}{\pi D^2 \rho \left(1 - \frac{4s^2}{\pi D^2}\right)}} .$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы силы	1
Записано уравнение неразрывности потока жидкости	1
Записано выражение для массы вытекающей жидкости	1
Записано уравнение по теореме о кинетической энергии	1
Получен окончательный результат	2
Всего баллов	6

5. (6 баллов) В одноатомном идеальном газе, взятом в количестве $\nu = 4$ моля, проводят процесс, при котором давление и объем изменяются с течением времени как

$$\frac{p}{p_0} = 1 + 2t^2 ,$$

$$\frac{V}{V_0} = 1 + 0,5t^2 .$$

Здесь время задано в секундах. Начальным значениям давления и объема p_0 и V_0 соответствует температура $T_0 = 200$ К. Определите количество теплоты, полученное газом за первую секунду процесса. Процесс считайте равновесным. Значение универсальной газовой постоянной равно $R = 8,31$ Дж/(К · моль).

Возможное решение. В соответствии с первым началом термодинамики количество полученной газом теплоты равно сумме произведенной газом работы и изменения внутренней энергии:

$$Q = A + \Delta U .$$

Исключим время из уравнений для давления и объема:

$$p = \frac{p_0}{V_0} (4V - 3V_0) .$$

Получили, что давление газа линейно зависит от его объема. В этом случае работа газа равна

$$A = \frac{\Delta p \Delta V}{2} = p_0 V_0 ,$$

$$\Delta p = p - p_0 = 3p_0 - p_0 = 2p_0 ,$$

$$\Delta V = 1,5V_0 - V_0 = 0,5V_0 .$$

В соответствии с уравнением Клапейрона – Менделеева

$$T_0 = \frac{p_0 V_0}{\nu R} ,$$

$$T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{9p_0 V_0}{2\nu R} .$$

Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа равно

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{21}{4} p_0 V_0 .$$

Количество полученной газом теплоты

$$Q = \frac{25}{4} p_0 V_0 = \frac{25}{4} \nu R T_0 \approx 41,6 \text{ кДж} .$$

Ответ: $Q = \frac{25}{4} \nu R T_0 \approx 41,2 \text{ кДж} .$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано уравнение по первому началу термодинамики	1
Получена зависимость давления газа от объема	1
Получено выражение для работы газа	1
Получено выражение для изменения внутренней энергии газа	1
Получен ответ в общем виде	1
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	1
Всего баллов	6

6. (6 баллов) Зазор толщиной d между пластинами плоского конденсатора емкостью C заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ . Конденсатор присоединили к источнику электрической энергии напряжением U . Одну из пластин отодвинули на расстояние L от ее первоначального положения. Между пластиной и диэлектриком образовался воздушный зазор.

Какой заряд прошел через источник электрической энергии? Размеры пластины во много раз больше расстояния между пластинами.

Возможное решение. В процессе перемещения пластины напряжение на конденсаторе не изменилось. По окончании перемещения пластины систему можно рассматривать как последовательно соединенные конденсатор с диэлектриком и воздушный конденсатор. Начальный заряд конденсатора равен

$$q = CU$$

Конечный заряд конденсатора равен

$$q' = C'U$$

Емкости конденсаторов

$$C' = \frac{CC_{\text{возд}}}{C + C_{\text{возд}}}.$$

$$C_{\text{возд}} = \frac{\varepsilon_0 S}{L}.$$

Учтем, что

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}.$$

Тогда

$$C_{\text{возд}} = \frac{Cd}{\varepsilon L}$$

$$C' = \frac{Cd}{\varepsilon L + d}.$$

Заряд, прошедший через источник,

$$\Delta q = q' - q = U(C' - C) = U \left(\frac{Cd}{\varepsilon L + d} - C \right) = CU \left(\frac{d}{\varepsilon L + d} - 1 \right).$$

Ответ: $\Delta q = CU \left(\frac{d}{\varepsilon L + d} - 1 \right).$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для связи заряда и напряжения	1
Показано, что после перемещения пластины образовались два последовательно включенных конденсатора	1
Записано выражение для емкости воздушного конденсатора	1
Найдена емкость образовавшегося конденсатора	1
Задание выполнено полностью	2
Всего баллов	6

10 класс

Вариант 4

1. (4 балла) В идеальном одноатомном газе, взятом в количестве ν молей, совершается политропный процесс по закону $pV^n = \text{const}$. В конечном состоянии объем газа $V_2 = kV_1$. Изменение внутренней энергии газа в процессе равно ΔU . Определите начальную температуру газа.

Возможное решение. Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа выражается как

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1).$$

При заданном политропном процессе

$$p_2 V_2^n = p_1 V_1^n.$$

Для второго состояния

$$p_2 V_2 = p_1 V_1 k^{1-n}$$

Из уравнения Клапейрона – Менделеева

$$p_1 V_1 = \nu R T_0$$

Из этого следует

$$T_0 = \frac{2\Delta U}{3\nu R(k^{1-n} - 1)}$$

Ответ: $T_0 = \frac{2\Delta U}{3\nu R(k^{1-n} - 1)}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны выражения для изменения внутренней энергии	1
Записано выражение для второго состояния	1
Записано уравнение Клапейрона – Менделеева	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	4

2. (4 балла) Тело запущено под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Начальная скорость тела $V = 10$ м/с. На каком расстоянии от точки запуска при подъеме будет находиться тело в момент времени, когда вертикальная проекция скорости уменьшится в два раза по сравнению с начальным значением? Сопротивлением воздуха пренебречь. Значение ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

Возможное решение. Решение сводится к нахождению координат тела в указанный в задании момент времени. Вертикальная координата рассчитывается как

$$y = \frac{(V \sin \alpha)^2 - \left(\frac{V \sin \alpha}{2}\right)^2}{2g} = \frac{3V^2}{16g}.$$

Для расчета горизонтальной координаты потребуется время движения. Поскольку нам требуется точка на этапе подъема тела, то

$$\frac{V \sin \alpha}{2} = V \sin \alpha - gt,$$

из чего следует, что

$$t = \frac{V \sin \alpha}{2g}.$$

Горизонтальная координата

$$x = V \cos \alpha t = \frac{V^2 \sin 2\alpha}{4g}.$$

Окончательно

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{5V^2}{16g} = 3,125 \text{ м.}$$

Ответ: $r = \frac{5V^2}{16g} = 3,125 \text{ м.}$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для вертикальной координаты	1
Записано выражение для времени движения	1
Записано выражение для горизонтальной координаты	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	4

3. (4 балла) Незаряженный конденсатор емкостью C подключают к источнику электрической энергии, имеющему э.д.с. E и внутреннее сопротивление r . Какое количество теплоты выделится при зарядке конденсатора?

Возможное решение. При зарядке конденсатора источник энергии совершает работу по сообщению потенциальной энергии конденсатору и,

поскольку по цепи проходит заряд q , то есть протекает электрический ток, то на внутреннем сопротивлении источника выделяется энергия в форме теплоты:

$$qE = \frac{CE^2}{2} + Q.$$

Учитывая, что

$$q = CE,$$

получим, что

$$Q = \frac{CE^2}{2}.$$

$$\text{Ответ: } Q = \frac{CE^2}{2}.$$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записан закон сохранения энергии	2
Записано выражение для заряда	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	4

4. (6 баллов) Полый цилиндр с внутренним диаметром D с одного торца закрыт подвижным поршнем, с другого торца на него надета сужающаяся коническая насадка, имеющая на выходе площадь поперечного сечения s . Ось цилиндра и насадки горизонтальна. Цилиндр и насадка заполнены жидкостью плотностью ρ . Струя жидкости вытекает из конической насадки со скоростью V . С какой силой надавливают на поршень?

Возможное решение. Пусть скорость поршня w . За малое время τ поршень переместится на расстояние

$$x = w\tau.$$

Работа силы при этом равна

$$A = Fw\tau.$$

Эта работа совершается для изменения скорости жидкости по мере ее течения по цилиндру и насадке. В соответствии с уравнением неразрывности потока жидкости

$$\frac{\pi D^2}{4} w = Vs.$$

Масса жидкости, перемещенной поршнем, равно массе жидкости, вытекшей из конической насадки. Эта масса равна

$$m = \rho V\tau s.$$

По теореме о кинетической энергии

$$\frac{\rho V \tau s}{2} (V^2 - w^2) = F w \tau .$$

С учетом уравнения неразрывности потока жидкости получим

$$F = \frac{\pi D^2 \rho \left(1 - \frac{4s^2}{\pi D^2}\right) V^2}{8} .$$

Ответ: $F = \frac{\pi D^2 \rho \left(1 - \frac{4s^2}{\pi D^2}\right) V^2}{8} .$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для работы силы	1
Записано уравнение неразрывности потока жидкости	1
Записано выражение для массы вытекающей жидкости	1
Записано уравнение по теореме о кинетической энергии	1
Получен окончательный результат	2
Всего баллов	6

5. (6 баллов) В одноатомном идеальном газе, взятом в количестве $\nu = 3$ моля, проводят процесс, при котором давление и объем изменяются с течением времени как

$$\frac{p}{p_0} = 1 + 2t ,$$

$$\frac{V}{V_0} = 1 + 0,5t .$$

Здесь время задано в секундах. Начальным значениям давления и объема p_0 и V_0 соответствует температура $T_0 = 240$ К. Определите количество теплоты, полученное газом за первую секунду процесса. Процесс считайте равновесным. Значение универсальной газовой постоянной равно $R = 8,31$ Дж/(К · моль).

Возможное решение. В соответствии с первым началом термодинамики количество полученной газом теплоты равно сумме произведенной газом работы и изменения внутренней энергии:

$$Q = A + \Delta U .$$

Исключим время из уравнений для давления и объема:

$$p = \frac{p_0}{V_0} (4V - 3V_0) .$$

Получили, что давление газа линейно зависит от его объема. В этом случае работа газа равна

$$A = \frac{\Delta p \Delta V}{2} = p_0 V_0 ,$$

$$\Delta p = p - p_0 = 3p_0 - p_0 = 2p_0 ,$$

$$\Delta V = 1,5V_0 - V_0 = 0,5V_0 .$$

В соответствии с уравнением Клапейрона – Менделеева

$$T_0 = \frac{p_0 V_0}{\nu R} ,$$

$$T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{9p_0 V_0}{2\nu R} .$$

Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа равно

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{21}{4} p_0 V_0 .$$

Количество полученной газом теплоты

$$Q = \frac{25}{4} p_0 V_0 = \frac{25}{4} \nu R T_0 \approx 37,4 \text{ кДж} .$$

Ответ: $Q = \frac{25}{4} \nu R T_0 \approx 37,4 \text{ кДж} .$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано уравнение по первому началу термодинамики	1
Получена зависимость давления газа от объема	1
Получено выражение для работы газа	1
Получено выражение для изменения внутренней энергии газа	1
Получен ответ в общем виде	1
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	1
Всего баллов	6

6. (6 баллов) Зазор толщиной d между пластинами плоского конденсатора емкостью C заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ . Конденсатор присоединили к источнику электрической энергии напряжением U . Одну из пластин отодвинули на расстояние L от ее первоначального положения. Между пластиной и диэлектриком образовался воздушный зазор. Какая работа была совершена при перемещении пластины? Размеры пластины во много раз больше расстояния между пластинами.

Возможное решение. В процессе перемещения пластины напряжение на конденсаторе не изменилось. По окончании перемещения пластины систему

можно рассматривать как последовательно соединенные конденсатор с диэлектриком и воздушный конденсатор. Начальный заряд конденсатора равен

$$q = CU$$

Конечный заряд конденсатора равен

$$q' = C'U$$

Работа по перемещению пластины изменяет потенциальную энергию конденсатора:

$$A = \frac{U^2}{2}(C' - C).$$

$$C' = \frac{CC_{\text{возд}}}{C + C_{\text{возд}}}.$$

$$C_{\text{возд}} = \frac{\varepsilon_0 S}{L}.$$

Учтем, что

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}.$$

Тогда

$$C_{\text{возд}} = \frac{Cd}{\varepsilon L}$$

$$C' = \frac{Cd}{\varepsilon L + d}.$$

Работа равна

$$A = \frac{U^2}{2} \left(\frac{Cd}{\varepsilon L + d} - C \right) = \frac{CU^2}{2} \left(\frac{d}{\varepsilon L + d} - 1 \right).$$

Ответ: $A = \frac{CU^2}{2} \left(\frac{d}{\varepsilon L + d} - 1 \right).$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для связи заряда и напряжения	1
Записано выражение для работы внешней силы	1
Показано, что после перемещения пластины образовались два последовательно включенных конденсатора	1
Записано выражение для емкости воздушного конденсатора	1
Найдена емкость образовавшегося конденсатора	1
Задание выполнено полностью	1
Всего баллов	6