

Задание 1. (10 баллов) На рисунке дана линейная электрическая цепь постоянного тока с параметрами $E = 120$ В (внутренним сопротивлением источника пренебречь), $R = 24$ Ом. Определить показания амперметра (считать идеальными). Ответ дать в СИ по модулю, округлить до десятых.

Решение:

Определим узлы в эл. цепи (рис.), откуда резисторы 123 подключены параллельно и последователь с 4-м.

Определим $\frac{1}{R_{1-3}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R} = \frac{3}{24}$, $R_{1-3} = 8$ Ом, $R_{\text{экв}} = R_{1-3} + R_4 = 8 + 24 = 32$ Ом

Ток источника $I = \frac{E}{R_{\text{экв}}} = \frac{120}{32} = 3,75$ А

Токи в ветвях равны между собой $I_1 = I_2 = I_3 = \frac{I}{3} = \frac{3,75}{3} = 1,25$ А

Показания амперметра $I_A = I - I_3 = 3,75 - 1,25 = 2,5$ А

Ответ: 2,5 А

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Верно рассчитано сопротивление резисторов, которые подключены параллельно	2
Верно написана формула для эквивалентного сопротивления цепи, но допущена арифметическая ошибка	4
Верно определен способ подключения резисторов и рассчитано эквивалентное сопротивление цепи	6
Верно определен ток источника	8
Верно определены показания амперметра	10

Задание 2. (10 баллов) Две одинаковые частицы движутся навстречу друг другу в однородном силовом поле, первая со скоростью v , вторая со скоростью u . Известно, что в момент столкновения модуль скорости первой частицы оказался равен начальной скорости v , а направление изменилось на 90° . Найдите модуль скорости второй частицы непосредственно перед ударом. Силой тяжести и взаимодействием частиц пренебречь.

Решение:

Для первой частицы: $F_{\Delta t} = mv\sqrt{2}$

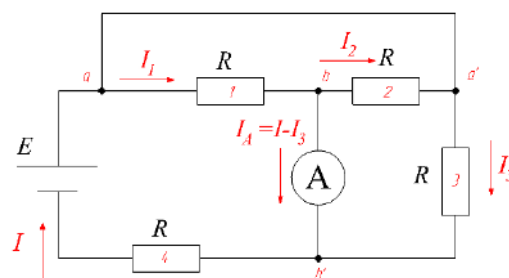
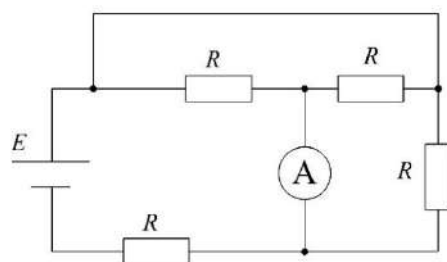
Для второй частицы: $m\vec{u}_k = m\vec{u} + \vec{F}_{\Delta t}$

С учетом направления найдем конечную скорость второй частицы:

$$u_k^2 = u^2 + (v\sqrt{2})^2 - 2uv\sqrt{2} \cos 135$$

Получим выражение:

$$u_k = \sqrt{u^2 + 2v^2 + 2vu}$$

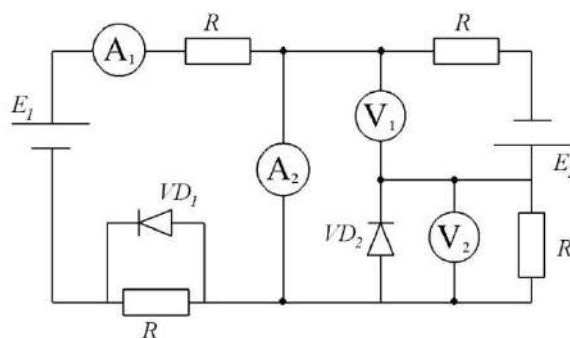


Ответ:

$$u_k = \sqrt{u^2 + 2v^2 + 2vu}$$

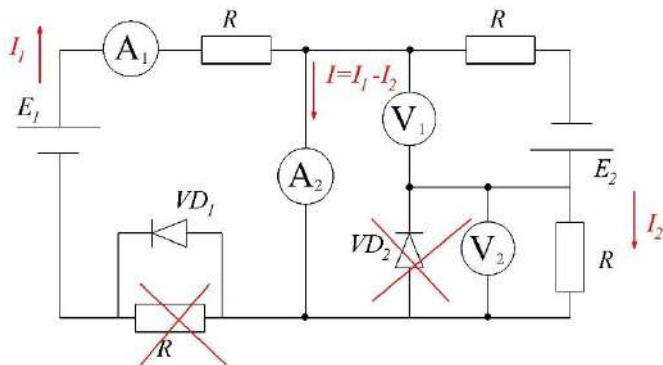
Количество баллов	Критерии оценивания
3	Верно записан ЗИИ/2-ой з-н Ньютона для 1-й частицы.
5	Верно записаны ЗИИ/2-ой з-н Ньютона для 2-х частиц.
8	Записано выражение для нахождения конечного импульса второй частицы, с учетом предыдущих пунктов, но допущены ошибки в вычислениях.
10	Представлено полное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых законов, получено верно выражение для конечного модуля скорости второй частицы.

Задание 3. (16 баллов) На рисунке дана линейная электрическая цепь постоянного тока с параметрами $E_1 = 160$ В, $E_2 = 200$ В (внутренним сопротивлением источника пренебречь), $R = 30$ Ом, VD_1, VD_2 – идеальные диоды. Определить показания измерительных приборов (считать идеальными). Ответ дать в СИ, округлить до десятых.



Решение:

Зададимся направлениями токов, определим через какие элементы в схеме пойдут токи:



Отсюда:

- 1) $I_1 = \frac{E_1}{R} = \frac{160}{30} = 5,3$ А – показания прибора A_1
 - 2) $I_2 = \frac{E_2}{R+R} = \frac{200}{60} = 3,3$ А
 - 3) $I = I_1 - I_2 = 5,3 - 3,3 = 2$ А – показания прибора A_2
 - 4) $U_1 = E_2 - RI_2 = 200 - 30 \cdot 3,3 = 101$ В показания прибора V_1
 - 5) $U_2 = RI_2 = 30 \cdot 3,3 = 99$ В показания прибора V_2
- Ответ: $A_1 = 5,3$ А, $A_2 = 2$ А, $V_1 = 101$ В, $V_2 = 99$ В.

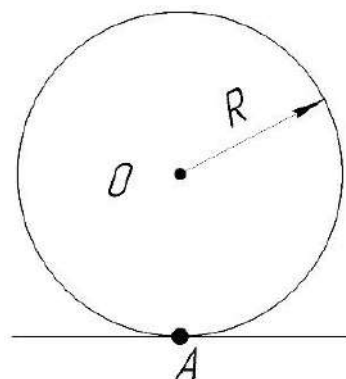
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Верно определено через какие элементы проходят токи	4

Верно определены показания приборов A_1 и V_2	8
Верно определены показания приборов A_1, A_2, V_2	12
Верно определены показания приборов A_1, A_2, V_1, V_2	16

Задание 4. (20 баллов) Колесо движется по горизонтальной плоскости без проскальзывания. Скорость центра колеса постоянна и равна v . Точка А принадлежит ободу колеса, на рисунке показано ее начальное положение.

- 1) Определите диапазон, в котором меняется радиус кривизны траектории точки А.
- 2) Найдите радиус кривизны траектории точки А в тот момент, когда ось колеса пройдет путь $2R$.



Решение:

Выражение для радиуса кривизны точки: $\rho_A = \frac{v_A^2}{a_n}$, где M – МЦС.

Скорость точки А меняется в пределах от 0 до $2v$ за один оборот колеса, следовательно диапазон радиуса кривизны лежит в пределах от 0 до $4R$.

Выражение для пути с учетом угла поворота колеса:

$$S = 2R = \varphi R$$

Следовательно, угол поворота колеса: $\varphi = 2$ рад

Из геометрии:

$$AM = R\sqrt{2 - 2\cos\varphi}$$

Скорость точки А с учетом МЦС:

$$v_A = \omega AM = \frac{v}{R} AM = v\sqrt{2 - 2\cos\varphi}$$

Центростремительное ускорение:

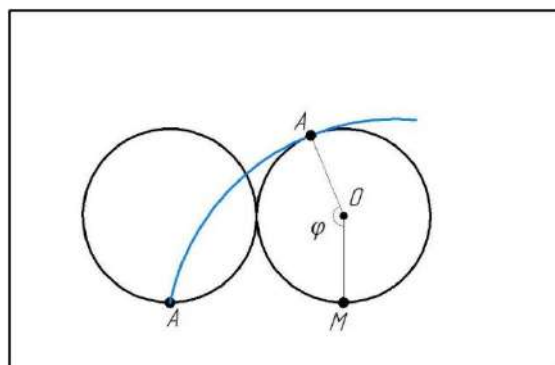
$$a_n = \frac{v^2}{R} \sin \frac{\varphi}{2}$$

Получим:

$$\rho_A = \frac{v_A^2}{a_n} = \frac{v^2(2 - 2\cos\varphi)}{\frac{v^2}{R} \sin \frac{\varphi}{2}} \sim 3,37R$$

Ответ:

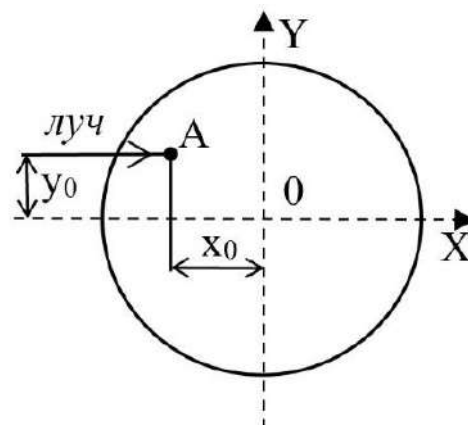
- 1) Диапазон от 0 до $4R$
- 2) $\rho_A \sim 3,37R$



Количество баллов	Критерии оценивания
5	Верно записано выражение для определения радиуса кривизны точки.
10	Верно определен и обоснован диапазон радиуса кривизны точки А, с учетом МЦС.
15	Представлено полное решение с ответами на оба вопроса, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, но есть незначительные вычислительные ошибки.

20	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получены правильные ответы на вопросы.
----	---

Задание 5. (20 баллов) На горизонтальной поверхности находится половинка прозрачного стеклянного шара радиуса R (выпуклостью вверх). Нижняя (плоская) поверхность шара - зеркальна. На сферическую поверхность падает тонкий луч света в точке A , положение которой задано величинами $x_0 = R/2$ и $y_0 = R/4$ (см. рисунок). Найдите отношение оптической длины луча внутри шара к его радиусу. Показатель преломления стекла $n = 1.5$, снаружи – вакуум. Падающий луч – горизонтален. На рисунке изображен вид сверху.



Решение:

Падающий и преломлённый лучи лежат в одной плоскости с нормалью, проходящей через точку падения. Нижнее зеркало отражает луч без изменения его длины.

Для системы координат на рисунке: направляющий вектор падающего луча. $\vec{\tau} = (1, 0, 0)$.

Радиус-вектор точки падения луча на поверхность линзы $\vec{R} = (-x_0, y_0, z_0)$, $R = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$.

Угол α - угол падения луча на поверхность: $\cos(\pi - \alpha) = \frac{(\vec{\tau}, \vec{R})}{\tau \cdot R} = -\frac{x_0}{R}$, $\cos(\alpha) = \frac{x_0}{R}$,

$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{x_0}{R}\right)^2}$. β - угол преломления $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$,

$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1 + \left(\frac{x_0}{R}\right)^2}$

Оптическая длина пути: $L = n \cdot 2R \cdot \cos \beta$, $L/R = 2 \cdot \sqrt{n^2 - 1 + \left(\frac{x_0}{R}\right)^2}$.

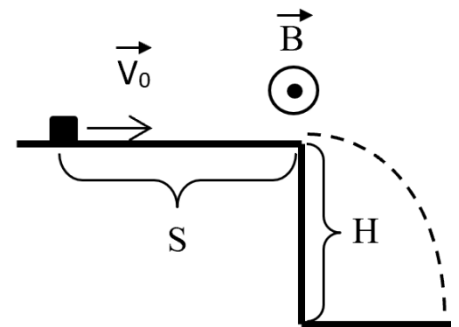
x_0/R	$\sin \alpha$	$\sin \beta$	$\cos \beta$	L/R
0.5	0.866025404	0.57735	0.816497	2.45

Ответ: 2,45

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Верно записано выражение закона преломления.
10	Записано ошибочно выражение для определения угла падения луча на полусферу с обоснованием.
15	Верно найдены углы падения и преломления, записано выражение для оптической длины луча с вычислительными ошибками, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов.

20	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получен верный ответ.
----	--

Задание 6. (24 балла) Малое тело массы m с положительным электрическим зарядом q движется по шероховатой горизонтальной непроводящей плоскости в однородном магнитном поле, направленном параллельно поверхности (на рисунке). В начальный момент времени скорость тела равна V_0 . Проехав расстояние S , тело падает со ступеньки высотой H . Найдите интервал времени, за которое оно проехало расстояние S до края ступеньки, если известно, что в момент падения на нижнюю поверхность ступеньки вектор скорости тела был направлен вертикально. Коэффициент трения равен μ , величина индукции магнитного поля B , излучением и электризацией трением пренебречь.

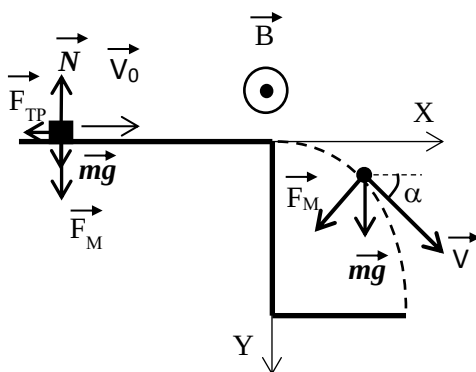


Решение:

При движении до края ступеньки

$$ma_{\tau} = -\mu(mg + qVB),$$

откуда $m(V - V_0) = -\mu(mg \cdot \Delta t + qB \cdot S)$



При падении: ускорение вдоль оси X $ma_x = -qVB \sin \alpha = -qV_y B$,

откуда $0 - V = -\frac{qB}{m} H$, $V = \frac{qB}{m} H$,

$$\Delta t = \frac{mV_0 - qB(H + \mu \cdot S)}{\mu mg}$$

поэтому искомое время равно

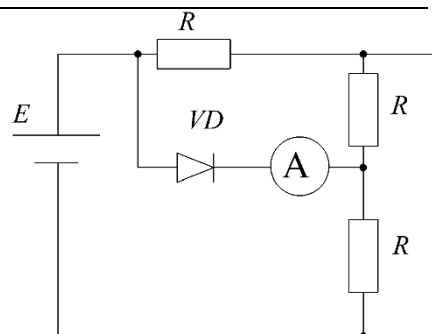
$$\Delta t = \frac{mV_0 - qB(H + \mu \cdot S)}{\mu mg}$$

Ответ:

Количество баллов	Критерии оценивания
6	Верно определено направление всех сил, получено выражение для силы трения и силы Лоренца.
12	Верно записаны выражения 2-го закона Ньютона при движении до края ступеньки и при падении.

18	Правильно найдена связь горизонтальной составляющей ускорения и вертикальной составляющей скорости, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов.
24	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получен верный ответ.

Задание 1. (10 баллов) На рисунке дана линейная электрическая цепь постоянного тока с параметрами $E = 150$ В (внутренним сопротивлением источника пренебречь), $R = 30$ Ом, VD – идеальный диод. Определить показания амперметра (считать идеальными). Ответ дать в СИ по модулю, округлить до целых.



Решение:

Диод при таком подключении находится в открытом состоянии. Заменяем диод и амперметр проводом, определим узлы (рис.), отсюда все резисторы подключены параллельно.

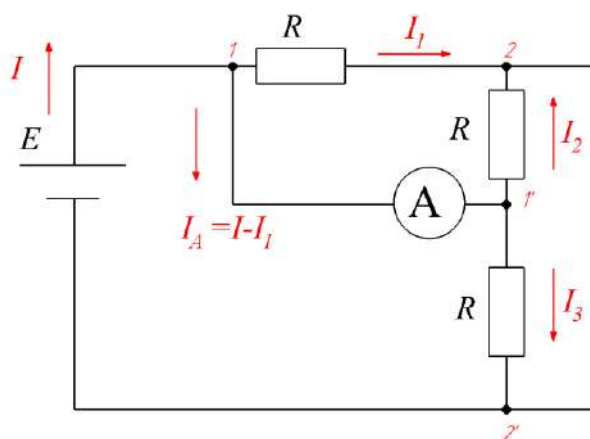
Определим $\frac{1}{R_{\text{экв}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$, $R_{\text{экв}} = 10$ Ом

Ток источника $I = \frac{E}{R_{\text{экв}}} = \frac{150}{10} = 15$ А

Токи в ветвях равны между собой $I_1 = I_2 = I_3$

Показания амперметра $I_A = I - I_1 = 15 - 5 = 10$ А

Ответ: 10 А



Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Верно определен способ включения диода в цепь	2
Верно определен способ подключения резисторов и написана формула для эквивалентного сопротивления цепи, но допущена арифметическая ошибка	4
Верно определен способ подключения резисторов и рассчитано эквивалентное сопротивление цепи	6
Верно определен ток источника	8
Верно определены показания амперметра	10

Задание 2. (10 баллов) Две одинаковые частицы движутся навстречу друг другу в однородном силовом поле, первая со скоростью v , вторая со скоростью u . Найдите угол, на который изменится направление вектора скорости второй частицы, в тот момент, когда первая повернется на 90° . Силой тяжести и взаимодействием частиц пренебречь.

Решение:

Для первой частицы $F_{\Delta} t = mv\sqrt{2}$

Для второй частицы $m\vec{u}_k = m\vec{u} + \vec{F}_{\Delta} t$

С учетом направления найдем конечную скорость второй частицы:

$$u_k = u^2 + (v\sqrt{2})^2 - 2uv\sqrt{2} \cos 135$$

$$u_k = \sqrt{u^2 + 2v^2 + 2vu}$$

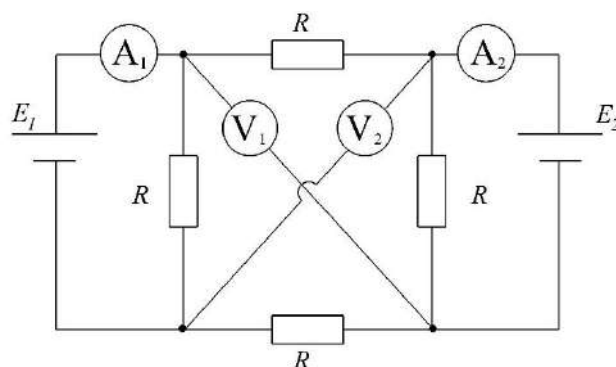
Выражение для расчета угла:

$$\frac{mu_k}{\sin 135} = \frac{mv\sqrt{2}}{\sin \alpha}$$

Ответ: $\alpha = \arcsin \frac{v}{u_k}$

Количество баллов	Критерии оценивания
3	Верно записан ЗИИ/2-ой з-н Ньютона для 1-й частицы.
5	Верно записаны ЗИИ/2-ой з-н Ньютона для 2-х частиц.
8	Записаны выражения для нахождения конечного импульса второй частицы и угла α , с учетом предыдущих пунктов, но допущены ошибки в вычислениях.
10	Представлено полное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых законов, получен верный ответ.

Задание 3. (16 баллов) На рисунке дана линейная электрическая цепь постоянного тока с параметрами $E_1 = 300$ В, $E_2 = 420$ В (внутренним сопротивлением источника пренебречь), $R = 5$ Ом. Определить показания измерительных приборов (считать идеальными). Ответ дать в СИ по модулю, округлить до целых.



Решение:

1) Зададимся направлениями токов в ветвях.

2) Решим эту задачу с помощью метода контурных токов (участник может использовать любой другой метод), введем контурные токи I_{K1}, I_{K2}, I_{K3}

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} I_{K1}R - I_{K2}R = E_1 \\ I_{K2}(4R) - I_{K1}R + I_{K3}R = 0 \\ I_{K3}R + I_{K2}R = E_2 \end{cases}$$

Подставим известные значения:

$$\begin{cases} 5I_{K1} - 5I_{K2} = 300 \\ 20I_{K2} - 5I_{K1} + 5I_{K3} = 0 \\ 5I_{K3} + 5I_{K2} = 420 \end{cases}$$

Решив систему, получим: $I_{K1} = 48, I_{K2} = -12, I_{K3} = 96$

Выразим токи в ветвях через контурные:

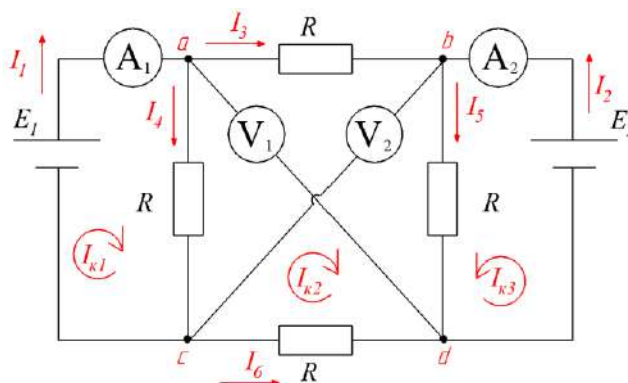
$$I_1 = I_{K1} = 48 \text{ А} - \text{показания } A_1$$

$$I_2 = I_{K3} = 96 \text{ А} - \text{показания } A_2$$

$$I_3 = I_{K2} = -12 \text{ А}$$

$$I_4 = I_{K1} - I_{K2} = 48 - (-12) = 60 \text{ А}$$

$$I_5 = I_{K2} + I_{K3} = -12 + 96 = 84 \text{ А}$$



$$I_6 = -I_{K2} = -(-12) = 12 \text{ A}$$

Для определения показаний V_1 составим уравнение по 2-му закону Кирхгофа:

$$(I_4 + I_6)R = U_{v1}$$

$$(60 + 12) \cdot 5 = 360 \text{ В} - \text{показания } V_1$$

$$(I_3 + I_5)R = U_{v2}$$

$$(-12 + 84) \cdot 5 = 360 \text{ В} - \text{показания } V_2$$

Ответ: $A_1 = 48 \text{ A}, A_2 = 96 \text{ A}, V_1 = 360 \text{ В}, V_2 = 360 \text{ В}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Верно определено количество искомых токов	2
Верно записаны уравнения для определения токов, но при расчете допущены арифметические ошибки	4
Верно определены показания приборов A_1 или A_2	8
Верно определены показания приборов A_1 и A_2	10
Верно определены показания приборов V_1 или V_2	12
Верно определены показания приборов A_1, A_2, V_1, V_2	16

Задание 4. (20 баллов) Колесо движется по горизонтальной плоскости без проскальзывания. Скорость центра колеса постоянна и равна v . Точка А принадлежит ободу колеса, на рисунке показано ее начальное положение.

1) Определите диапазон, в котором меняется радиус кривизны траектории точки А.

2) Найдите путь, пройденный центром колеса к тому моменту, как радиус кривизны станет равен $2R$.

Решение:

Выражение для радиуса кривизны точки: $\rho_A = \frac{v_A^2}{a_n}$, где M – МЦС.

Скорость точки А меняется в пределах от 0 до $2v$ за один оборот колеса, следовательно диапазон радиуса кривизны лежит в пределах от 0 до $4R$.

Выражение для пути с учетом угла поворота колеса:

$$S = \varphi R$$

Из геометрии:

$$AM = R\sqrt{2 - 2 \cos \varphi}$$

Скорость точки А с учетом МЦС:

$$v_A = \omega AM = \frac{v}{R} AM = v\sqrt{2 - 2 \cos \varphi}$$

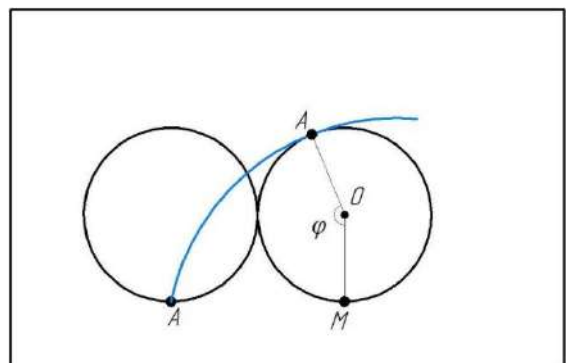
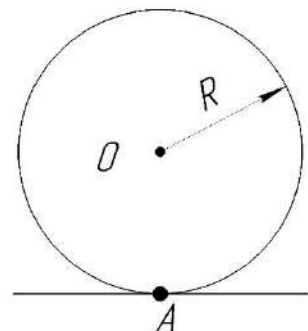
Центростремительное ускорение:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \sin \frac{\varphi}{2}$$

Следовательно:

$$\rho_A = \frac{v_A^2}{a_n} = \frac{v^2(2 - 2 \cos \varphi)}{\frac{v^2}{R} \sin \frac{\varphi}{2}} = 2R$$

Получим, что $\varphi = \frac{\pi}{3}$



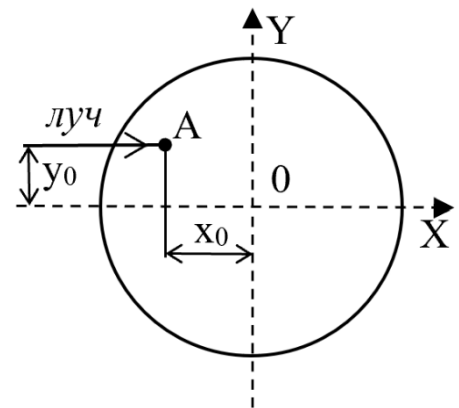
Тогда $S = R \frac{\pi}{2}$

Ответ:

- 1) Диапазон от 0 до 4R
- 2) $S = R \frac{\pi}{3}$

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Верно записано выражение для определения радиуса кривизны точки.
10	Верно определен и обоснован диапазон радиуса кривизны точки A, с учетом МЦС.
15	Представлено полное решение с ответами на оба вопроса, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, но есть незначительные вычислительные ошибки.
20	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получены правильные ответы на вопросы.

Задание 5. (20 баллов) На горизонтальной поверхности находится половинка прозрачного стеклянного шара радиуса R (выпуклостью вверх). Нижняя (плоская) поверхность шара - зеркальна. На сферическую поверхность падает тонкий горизонтальный луч света в точке A, положение которой задано величинами $x_0 = R/4$ и $y_0 = R/2$ (см. рисунок). Найдите отношение оптической длины луча внутри шара к его радиусу. Показатель преломления стекла $n = 1.5$, снаружи – вакуум. Числовой ответ округлить до сотых. На рисунке представлен вид сверху.



Решение:

Падающий и преломлённый лучи лежат в одной плоскости с нормалью, проходящей через точку падения. Нижнее зеркало отражает луч без изменения его длины.

Для системы координат на рисунке: направляющий вектор падающего луча.

$\vec{\tau} = (1, 0, 0)$. Радиус-вектор точки падения луча на поверхность линзы

$$\vec{R} = (-x_0, y_0, z_0), \quad R = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}.$$

Угол α - угол падения луча на поверхность:

$$\cos(\pi - \alpha) = \frac{(\vec{\tau}, \vec{R})}{\tau \cdot R} = -\frac{x_0}{R}, \quad \cos(\alpha) = \frac{x_0}{R},$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{x_0}{R}\right)^2}.$$

$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n},$

β - угол преломления

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1 + \left(\frac{x_0}{R}\right)^2}$$

Оптическая длина пути: $L = n \cdot 2R \cdot \cos \beta,$

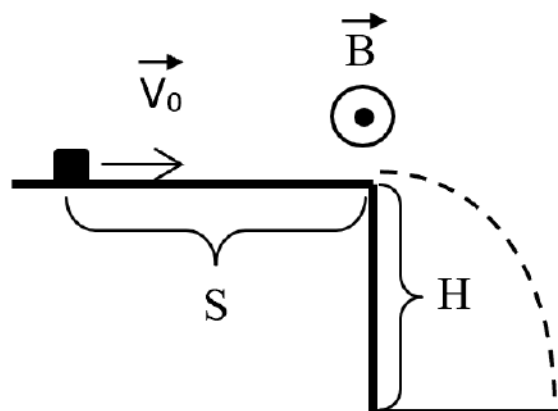
$$L/R = 2 \cdot \sqrt{n^2 - 1 + \left(\frac{x_0}{R}\right)^2}.$$

Ответ: 2,29

x_0/R	$\sin a$	$\sin b$	$\cos b$	L/R
0.25	0.968245837	0.645497	0.763763	2.29

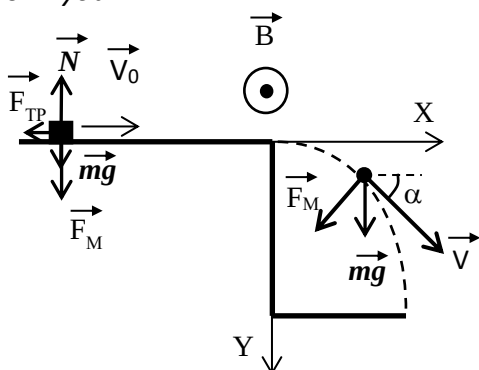
Количество баллов	Критерии оценивания
5	Верно записано выражение закона преломления.
10	Записано ошибочно выражение для определения угла падения луча на полусферу с обоснованием.
15	Верно найдены углы падения и преломления, записано выражение для оптической длины луча с вычислительными ошибками, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов.
20	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получен верный ответ.

Задание 6. (24 балла) Малое тело массы m с положительным электрическим зарядом q движется по шероховатой горизонтальной непроводящей плоскости в однородном магнитном поле, направленном параллельно поверхности (на рисунке). В начальный момент времени скорость тела равна V_0 . Проехав расстояние S , тело падает со ступеньки высотой H . Найдите S , если известно время Δt время, за которое оно проехало это расстояние. Учесть, что в момент падения на нижнюю поверхность ступеньки вектор скорости тела был направлен вертикально. Коэффициент трения равен μ , величина индукции магнитного поля B , излучением и электризацией трением пренебречь.



Решение:

При движении до края ступеньки $ma_\tau = -\mu(mg + qVB)$,
откуда $m(V - V_0) = -\mu(mg \cdot \Delta t + qB \cdot S)$



При падении: ускорение вдоль оси X $ma_x = -qVB \sin \alpha = -qV_Y B$,

откуда $0 - V = -\frac{qB}{m}H$, $V = \frac{qB}{m}H$,
 поэтому искомое расстояние равно

$$S = \frac{mV_0 - \mu mg\Delta t - qBH}{\mu \cdot qB}$$

$$S = \frac{mV_0 - \mu mg\Delta t - qBH}{\mu \cdot qB}$$

Ответ:

Количество баллов	Критерии оценивания
6	Верно определено направление всех сил, получено выражение для силы трения и силы Лоренца.
12	Верно записаны выражения 2-го закона Ньютона при движении до края ступеньки и при падении.
18	Правильно найдена связь горизонтальной составляющей ускорения и вертикальной составляющей скорости, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов.
24	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получен верный ответ.

Вариант 3

Задание 1. (10 баллов) На рисунке дана линейная электрическая цепь постоянного тока с параметрами $E = 180$ В (внутренним сопротивлением источника пренебречь), $R_1 = R_3 = 120$ Ом, $R_2 = R_4 = 40$ Ом, VD – идеальный диод. Определить показания амперметра (считать идеальными). Ответ дать в СИ по модулю, округлить до сотых.

Решение:

Диод при таком подключении находится в открытом состоянии. Заменим диод и амперметр проводом, определим узлы (рис.), отсюда все резисторы подключены параллельно.

$$\text{Определим } R_{1-2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{120 \cdot 40}{120 + 40} = 30 \text{ Ом},$$

$$R_{3-4} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{120 \cdot 40}{120 + 40} = 30 \text{ Ом},$$

$$R_{\text{экв}} = R_{1-2} + R_{3-4} = 30 + 30 = 60 \text{ Ом}$$

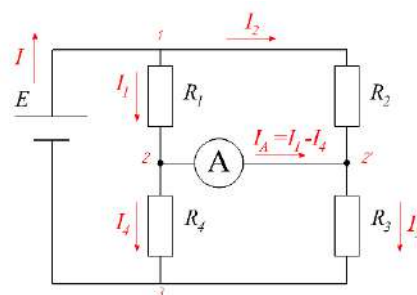
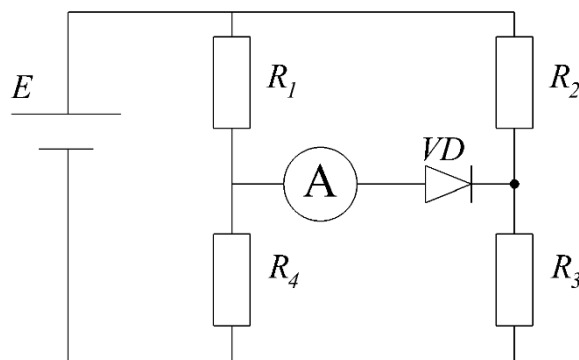
$$U_{1-2} = U_{2-3} = \frac{E}{2} = \frac{180}{2} = 90 \text{ В}$$

$$I_1 = I_3 = \frac{U_{1-2}}{R_1} = \frac{90}{120} = 0,75 \text{ А}$$

$$I_2 = I_4 = \frac{U_{1-2}}{R_2} = \frac{90}{40} = 2,25 \text{ А}$$

Показания амперметра $I_A = I_1 - I_4 = 0,75 - 2,25 = -1,5$ А

Ответ: 1,5 А



Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Верно определен способ включения диода в цепь	2
Верно определен способ подключения резисторов и написана формула для эквивалентного сопротивления цепи, но допущена арифметическая ошибка	4
Верно определен способ подключения резисторов и рассчитано эквивалентное сопротивление цепи	6
Верно определены токи в ветвях	8
Верно определены показания амперметра	10

Задание 2. (10 баллов) Однородный диск вращают в вертикальной плоскости. Ось вращения проходит через одну из точек, принадлежащих краю диска. В некоторый момент времени,

когда ось вращения и центр диска находятся на одной горизонтали, диск срывается с оси. Сколько понадобится времени, чтобы ось вращения переместилась на противоположный край диска. Скорость центра диска в момент «срыва» равна v . Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Ось вращения неподвижна, исходя из этого через промежуток времени t скорость точки, в которую переходит ось обнуляется.

Диск движется в однородном поле сил тяжести, следовательно можно использовать кинематическое уравнение для скорости:

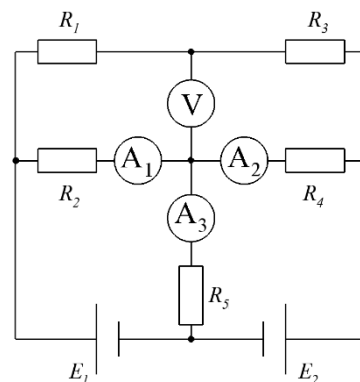
$$0 = v_0 - gt$$

v_0 – скорость оси в начальный момент времени.

Учитывая МЦС, скорость края диска в момент отрыва $v_0 = 2v$.

Получим $t = \frac{2v}{g}$

Ответ: $t = \frac{2v}{g}$



Количество баллов	Критерии оценивания
3	Верно записано кинематическое уравнение для скорости.
5	Найдено распределение скоростей точек на диске.
8	Получено выражение для времени с обоснованием перемещения оси вращения, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов.
10	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получен верный ответ.

Задание 3. (16 баллов) На рисунке дана линейная электрическая цепь постоянного тока с параметрами $E_1 = 200$ В, $E_2 = 400$ В (внутренним сопротивлением источника пренебречь), $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 25$ Ом, $R_5 = 50$ Ом. Определить показания измерительных приборов (считать идеальными). Ответ дать в СИ по модулю, округлить до десятых.

Решение:

1) Зададимся направлениями токов в ветвях, определим количество узлов (рис.)

2) Определим токи методом узловых потенциалов (участник может использовать любой другой подходящий метод), для этого узел d заземлим, тогда

$$\varphi_d = 0, \varphi_a = E_1 = 200 \text{ В}, \varphi_b = E_2 = 400 \text{ В},$$

запишем уравнения для узла c :

$$\varphi_c \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_a \frac{1}{R_2} - \varphi_b \frac{1}{R_4} = 0,$$

Подставим известные значения и выразим φ_c :

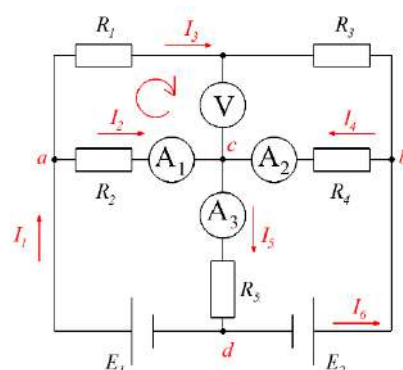
$$\varphi_c \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50} \right) - 200 \frac{1}{10} - 400 \frac{1}{25} = 0,$$

$$\varphi_c = 225 \text{ В},$$

Выразим токи в ветвях через потенциалы:

$$I_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_2} = \frac{200 - 225}{10} = -2,5 \text{ А} \text{ — показания прибора } A_1,$$

$$I_4 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_4} = \frac{400 - 225}{25} = 7 \text{ А} \text{ — показания прибора } A_2,$$



$$I_5 = \frac{\varphi_c - \varphi_d}{R_5} = \frac{225}{50} = 4,5 \text{ А} - \text{показания прибора } A_3,$$

$$I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R_1 + R_3} = \frac{200 - 400}{30 + 20} = -4 \text{ А},$$

Для определения показаний вольтметра составим уравнение о 2-му закону Кирхгофа:

$$R_1 I_3 - R_2 I_2 + U_v = 0,$$

$$30 \cdot (-4) - 10 \cdot (-2,5) + U_v = 0,$$

$$U_v = 95 \text{ В} - \text{показания } V,$$

Ответ: $A_1 = 2,5 \text{ А}$, $A_2 = 7 \text{ А}$, $A_3 = 4,5 \text{ А}$, $V = 95 \text{ В}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Верно определено количество искомых токов	2
Верно записаны уравнения для определения токов, но при расчете допущены арифметические ошибки	4
Верно определены показания приборов A_1 или A_2 или A_3	8
Верно определены показания приборов A_1, A_2, A_3	10
Верно определены показания прибора V	12
Верно определены показания приборов A_1, A_2, A_3, V	16

Задание 4. (20 баллов) Два кубика из одного и того же материала, имеющие разную температуру, ставят один на другой, так что образуется «пирамидка». Потерями теплоты пренебречь. Во сколько раз изменится общий объем брусков по достижении теплового равновесия? На сколько процентов изменится высота пирамидки? Считать, что нижний кубик имеет в два раза большее ребро и его начальная температура $t_2 = 200^\circ \text{С}$, а начальная температура верхнего кубика $t_1 = 20^\circ \text{С}$. Коэффициент объемного расширения материалов кубиков $\beta = 10^{-4} \text{ К}^{-1}$.

Решение:

1) Объем не изменится

2)

1. Из уравнения теплового баланса ($a=2b$), получим температуру теплового равновесия: $\theta = \frac{a^3 t_2 + b^3 t_1}{a^3 + b^3} = \frac{8t_2 + t_1}{t_2 + t_1} = 180^\circ$

2. Изменение объема верхнего (маленького кубика): $V_1 + \Delta V_1 = \beta \Delta t_1 V_1 + V_1 = b^3 + \beta b^3 \cdot 160 = (b')^3$

Получаем новое ребро верхнего: $b' \cong b \cdot 1,00531$

3. Изменение объема нижнего кубика: $V_2' = V_2 - \Delta V_2 = a^3 - a^3 \beta \Delta t_2 = a^3 (1 - \beta \cdot 20)$

Получаем новое ребро нижнего: $a' \cong a \cdot 0,9993$

4. Высота пирамидки изменилась на $\Delta h = (a + b) - (a' + b') = 3b - (2b \cdot 0,9993 + b \cdot 1,0053) = -3,9 \cdot 10^{-3} = -0,39\%$

Ответ:

1) объем не изменится

2) $-0,39\%$

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Дан верный ответ на первый вопрос с использованием формул теплового расширения.

10	Записано уравнение теплового баланса для кубиков, найдена температура теплового равновесия.
15	Записано выражение для высоты пирамидки, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, но допущена вычислительная неточность.
20	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получены правильные ответы на вопросы.

Задание 5. (20 баллов) Малое тело массы m с положительным электрическим зарядом q движется по шероховатой горизонтальной непроводящей плоскости в однородном магнитном поле, направленном вертикально вверх. В начальный момент времени скорость тела равна V_0 . На какой угол (относительно начального направления) повернётся вектор скорости тела к моменту времени, когда тело пройдёт путь, равный три четверти от расстояния до полной остановки? Коэффициент трения равен μ , величина индукции магнитного поля B , излучением и электризацией трением пренебречь.

Решение:

Величина скорости тела уменьшается $ma_\tau = -\mu mg$, $V = V_0 - \mu g \cdot t$.

Пусть S – длина пройденного пути, тогда $\frac{m}{2}V^2 - \frac{m}{2}V_0^2 = -\mu mgS$.

Полный путь до остановки $S_0 = \frac{1}{2\mu g}V_0^2$.

При $S = 3S_0/4$

$$V^2 = \frac{1}{4}V_0^2, \quad V = \frac{1}{2}V_0, \quad t = \frac{V_0}{2\mu g}.$$

Вектор скорости поворачивается под действием магнитной силы Лоренца $\frac{mV^2}{R} = qVB$.

Откуда угловая скорость вращения вектора скорости $\omega = \frac{V}{R} = \frac{qB}{m}$. Поэтому угол поворота

$$\varphi = \omega \cdot t = \frac{qBV_0}{2\mu mg}.$$

$$\varphi = \frac{qBV_0}{2\mu mg}.$$

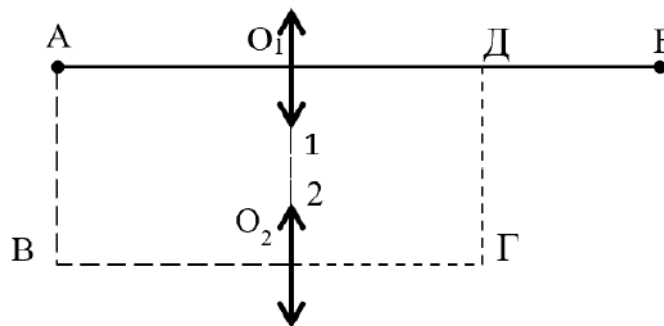
Ответ:

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Верно записаны выражения для силы трения, силы Лоренца.
10	Верно записаны выражения второго закона Ньютона, с учетом вышеупомянутых пунктов.
15	Получено выражения для угла поворота с учетом всех законов, но допущена вычислительная ошибка.
20	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получен верный ответ.

Задание 6. (24 балла) В точке А находится предмет, в точке Б – экран. Между точками расположена тонкая линза 1 так, что на экране получается чёткое изображение предмета с увеличением $\gamma_1 = 3$.

В одной плоскости с линзой 1 размещают тонкую линзу 2 и с помощью зеркал, установленных в точках В, Г и Д получают чёткое изображение этого же предмета на том же экране с помощью линзы 2.

Найдите отношение оптических сил второй линзы к первой. Принять, что фигура АВГД – прямоугольник, а длины отрезков AO_1 и АВ – одинаковые. Числовой ответ округлить до сотых.



Решение:

Для 1 й линзы: увеличение $\gamma_1 = \frac{f_1}{d_1}$ и оптическая сила $D_1 = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} \left(1 + \frac{1}{\gamma_1} \right)$

Для 2 й линзы: увеличение $\gamma_2 = \frac{f_2}{d_2} = \frac{d_1 + f_1}{2d_1} = \frac{1}{2}(1 + \gamma_1)$

и оптическая сила $D_2 = \frac{1}{2d_1} + \frac{1}{f_1 + d_1} = \frac{1}{2d_1} \left(1 + \frac{1}{\gamma_2} \right)$

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \frac{1}{\gamma_2}}{1 + \frac{1}{\gamma_1}} \right) = \frac{\gamma_1}{2} \cdot \frac{3 + \gamma_1}{(1 + \gamma_1)^2}$$

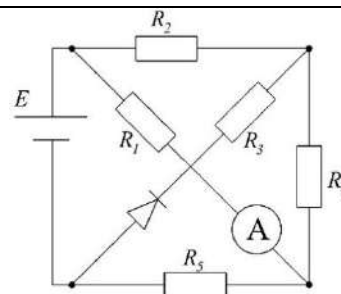
Поэтому

Ответ:

g_1	g_2	D_2/D_1
3	2	0.56

Количество баллов	Критерии оценивания
6	Верно записана формула тонкой линзы для каждой из линз.
12	Верно применены формулы увеличения линз в 2-х случаях, с учетом предыдущего пункта.
18	Найдено отношение оптических сил линз, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, но допущена вычислительная ошибка.
24	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получен верный ответ.

Задание 1. (10 баллов) На рисунке дана линейная электрическая цепь постоянного тока с параметрами $E = 225$ В (внутренним сопротивлением источника пренебречь), $R_1 = 25$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 15$ Ом, $R_5 = 10$ Ом, VD – идеальный диод. Определить показания амперметра (считать идеальными). Ответ дать в СИ по модулю, округлить до сотых.



Решение:

Диод при таком подключении находится в закрытом состоянии, поэтому диод заменяется разрывом, через резистор R_3 ток не пойдет. Отсюда R_2 и R_4 подключены последовательно:

$$R_{2-4} = R_2 + R_4 = 10 + 15 = 25 \text{ Ом}$$

R_{2-4} и R_1 – параллельно:

$$R_{1-2-4} = \frac{R_1 R_{2-4}}{R_1 + R_{2-4}} = \frac{25 \cdot 25}{25 + 25} = 12,5 \text{ Ом},$$

R_{1-2-4} и R_5 – последовательно:

$$R_{\text{ЭКВ}} = R_{1-2-4} + R_5 = 12,5 + 10 = 22,5 \text{ Ом}$$

Отсюда ток источника: $I = \frac{E}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{225}{22,5} = 10 \text{ А}$

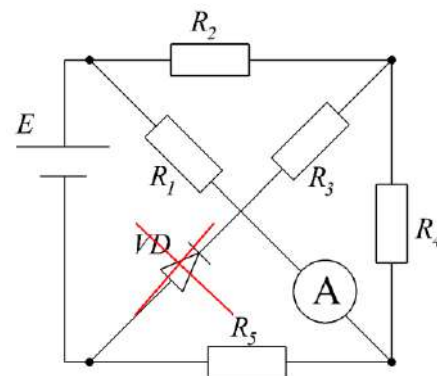
Напряжение на резисторе R_1 :

$$U_1 = E - R_5 I = 225 - 10 \cdot 10 = 125$$

Амперметр покажет ток, проходящий через R_1 :

$$I_A = \frac{U_1}{R_1} = \frac{125}{25} = 5 \text{ А}$$

Ответ: 5 А.



Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Верно определен способ включения диода в цепь	2
Верно определен способ подключения резисторов и написана формула для эквивалентного сопротивления цепи, но допущена арифметическая ошибка	4
Верно определен способ подключения резисторов и рассчитано эквивалентное сопротивление цепи	6
Верно определены токи в ветвях	8
Верно определены показания амперметра	10

Задание 2. (10 баллов) Однородный диск вращают в вертикальной плоскости относительно горизонтальной оси. Ось вращения проходит через одну из точек, принадлежащих краю диска. В некоторый момент времени, когда ось вращения и центр диска находятся на одной горизонтали, диск срывается с оси. Сколько понадобится времени, чтобы ось вращения переместилась в центр диска. Скорость точки А, находящейся на противоположном краю диска от оси вращения в момент «срыва» равна v . Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Ось вращения неподвижна, исходя из этого через промежуток времени t скорость точки, в которую переходит ось обнуляется. Диск движется в однородном поле сил тяжести, следовательно можно использовать кинематическое уравнение для скорости:

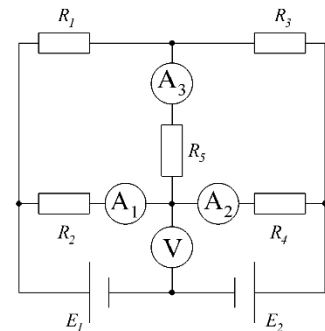
$$0 = v_0 - gt$$

v_0 – скорость центра диска.

Учитывая МЦС, скорость центра диска в момент отрыва $v_0 = v/2$.

Получим $t = \frac{v}{2g}$

Ответ: $t = \frac{v}{2g}$



Количество баллов	Критерии оценивания
3	Верно записано кинематическое уравнение для скорости.
5	Найдено распределение скоростей точек на диске.
8	Получено выражение для времени с обоснованием перемещения оси вращения, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов.
10	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получен верный ответ.

Задание 3. (16 баллов) На рисунке дана линейная электрическая цепь постоянного тока с параметрами $E_1 = 200$ В, $E_2 = 600$ В (внутренним сопротивлением источника пренебречь), $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 5$ Ом, $R_5 = 10$ Ом. Определить показания измерительных приборов (считать идеальными). Ответ дать в СИ по модулю, округлить до десятых.

Решение:

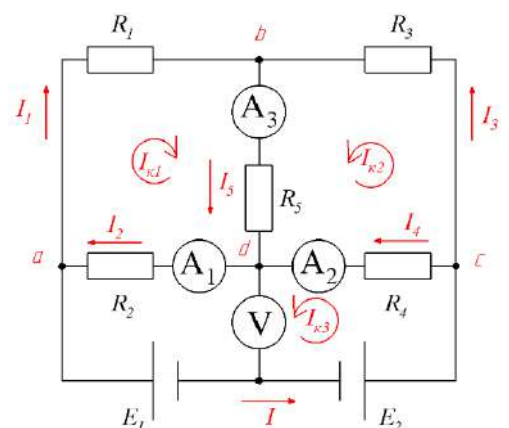
1) Зададимся направлениями токов в ветвях, определим количество узлов (рис.)

2) Определим токи методом контурных токов (участник может использовать любой другой подходящий метод) введем контурные токи $I_{к1}, I_{к2}, I_{к3}$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_5)I_{к1} + R_5I_{к2} + R_2I_{к3} = 0 \\ (R_3 + R_4 + R_5)I_{к2} + R_5I_{к1} - R_4I_{к3} = 0 \\ (R_2 + R_4)I_{к3} + R_2I_{к1} - R_4I_{к2} = -E_1 + E_2 \end{cases}$$

Подставим известные значения:



$$\begin{cases} 50I_{K1} + 10I_{K2} + 20I_{K3} = 0 \\ 35I_{K2} + 10I_{K1} - 5I_{K3} = 0 \\ 25I_{K3} + 20I_{K1} - 5I_{K2} = 400 \end{cases}$$

Решив систему, получим: $I_{K1} = -12,5$, $I_{K2} = 7,5$, $I_{K3} = 27,5$

Выразим токи в ветвях через контурные:

$$I_1 = I_{K1} = -12,5 \text{ A},$$

$$I_2 = I_{K1} + I_{K3} = -12,5 + 27,5 = 15 \text{ A} - \text{показания } A_1$$

$$I_3 = I_{K2} = 7,5 \text{ A}$$

$$I_4 = I_{K2} - I_{K3} = 7,5 - 27,5 = 20 \text{ A} - \text{показания } A_2$$

$$I_5 = I_{K1} + I_{K2} = -12,5 + 7,5 = -5 \text{ A} - \text{показания } A_3$$

$$I = I_{K3} = 27,5 \text{ A}$$

Для определения показаний вольтметра составим уравнение о 2-му закону Кирхгофа:

$$R_2 I_2 + U_v = -E_1,$$

$$20 \cdot 15 + U_v = -200,$$

$$U_v = 500 \text{ В} - \text{показания } V,$$

Ответ: $A_1 = 15 \text{ A}$, $A_2 = 20 \text{ A}$, $A_3 = 5 \text{ A}$, $V = 500 \text{ В}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Верно определено количество искомых токов	2
Верно записаны уравнения для определения токов, но при расчете допущены арифметические ошибки	4
Верно определены показания приборов A_1 или A_2 или A_3	8
Верно определены показания приборов A_1, A_2, A_3	10
Верно определены показания прибора V	12
Верно определены показания приборов A_1, A_2, A_3, V	16

Задание 4. (20 баллов) Два кубика из одного и того же материала, имеющие разную температуру, ставят один на другой, так что образуется «пирамидка». Потерями теплоты пренебречь. Во сколько раз изменится общий объем брусков по достижении теплового равновесия? На сколько процентов изменится высота пирамидки? Считать, что нижний кубик имеет в два раза большее ребро и его начальная температура $t_2 = 20^\circ \text{C}$, а начальная температура верхнего кубика $t_1 = 200^\circ \text{C}$. Коэффициент объемного расширения материалов кубиков $\beta = 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

Решение:

1) Объем не изменится

2)

1. Из уравнения теплового баланса ($a=2b$), получим температуру теплового равновесия: $\theta = \frac{a^3 t_2 + b^3 t_1}{a^3 + b^3} = \frac{8t_2 + t_1}{t_2 + t_1} = 40^\circ$

2. Изменение объема верхнего (маленького кубика): $V_1 - \Delta V_1 = \beta \Delta t_1 V_1 - V_1 = b^3 - \beta b^3 \cdot 160 = (b')^3$

Получаем новое ребро верхнего: $b' \cong b \cdot 0,9946$

3. Изменение объема нижнего кубика: $V_2' = V_2 + \Delta V_2 = a^3 + a^3 \beta \Delta t_2 = a^3 (1 + \beta \cdot 20)$

Получаем новое ребро нижнего: $a' \cong a \cdot 1,0013$

4. Высота пирамидки изменилась на $\Delta h = (a + b) - (a' + b') = 3b - (2b \cdot 1,0013 + b \cdot 0,9946) = 2,8 \cdot 10^{-3} = 0,28\%$

Ответ:

1) объем не изменится

2) 0,28%

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Дан верный ответ на первый вопрос с использованием формул теплового расширения.
10	Записано уравнение теплового баланса для кубиков, найдена температура теплового равновесия.
15	Записано выражение для высоты пирамидки, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, но допущена вычислительная неточность.
20	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получены правильные ответы на вопросы.

Задание 5. (20 баллов) Малое тело массы m с положительным электрическим зарядом q движется по шероховатой горизонтальной непроводящей плоскости в однородном магнитном поле, направленном вертикально вверх. В начальный момент времени скорость тела равна V_0 . На какой угол (относительно начального направления) повернётся вектор скорости тела к моменту времени, когда тело пройдёт путь, равный 0,64 от расстояния до полной остановки? Коэффициент трения равен μ , величина индукции магнитного поля B , излучением и электризацией трением пренебречь.

Решение:

Величина скорости тела уменьшается $ma_{\tau} = -\mu mg$, $V = V_0 - \mu g \cdot t$.

Пусть S – длина пройденного пути, тогда $\frac{m}{2}V^2 - \frac{m}{2}V_0^2 = -\mu mgS$.

Полный путь до остановки $S_0 = \frac{1}{2\mu g}V_0^2$. При $S = 0.64 \cdot S_0$

$V^2 = 0.36 \cdot V_0^2$, $V = 0.6 \cdot V_0$, $t = \frac{2V_0}{5\mu g}$.

Вектор скорости поворачивается под действием магнитной силы Лоренца $\frac{mV^2}{R} = qVB$.

Откуда угловая скорость вращения вектора скорости $\omega = \frac{V}{R} = \frac{qB}{m}$.

Поэтому угол поворота $\varphi = \omega \cdot t = \frac{2qBV_0}{5\mu mg}$

Ответ: $\varphi = \frac{2qBV_0}{5\mu mg}$.

18	Найдено отношение оптических сил линз, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, но допущена вычислительная ошибка.
24	Представлено полное верное решение, с учетом применения всех вышеупомянутых уравнений и законов, получен верный ответ.