



Физика, 9 класс

Вариант 1 Решения

Товарищ! От лица Коллектива поздравляем с прохождением всех тестов и с переездом в комплекс Челомей! Только не забывайте, что ВСЯ информация тут секретна и не подлежат обсуждению с кем-либо!

Кратко введу в курс дела. Наше подразделение работает над революцией в сфере снабжения, призванной раз и навсегда решить проблемы надорванных спин, неправильно доставленных грузов и путаницы на складе.

Мобильный электрический тяговый робот (МЭТР), это автономный трехколесный робот с выдвигаемым штоком, который предназначен для перемещения грузов по территории производственного комплекса в соответствии с маршрутной картой.

Несколько МЭТРов могут собираться для коллективной работы в составе транспортной ячейки переменной конфигурации модели А (ТЯПК-А), чтобы перемещать массивные и габаритные грузы

Вообще вас направили к нам как нельзя кстати, проект на стадии прототипирования, скоро будут проходить первые испытания и рук совершенно не хватает. Заступаете сегодня в дежурство, инструкции пришлет ИскИн.

3.Ы. Изначально платформа была спроектирована для окучивания картошки в промышленных масштабах (модель И), отсюда появилось название и необходимость взять ускорение свободного падения $g = 10^M/c^2$

ЗАДАНИЕ 1. Энергетический модуль (25 баллов).

Коллеги из О5 закончили испытания двух принципиально разных энергетических модулей: литий-полимерной батареи и блока суперконденсаторов. Нам разрешено выбрать, как приоритетному проекту, какой источник использовать в своем прототипе. Решить нужно немедленно. Поручаю эту задачу вам как дежурному физику.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Определить, с каким источником питания МЭТР сможет доставить больше грузов за 30 минут, перемещая их из пункта **В** (выдача) в пункт **Р** (разгрузка).

Алгоритм работы:

1. Зарядка до 100% в пункте **З**
2. Перемещение в пункт **В** и захват груза (если далее едет в **З**, груз не берёт)
3. Если оставшейся энергии достаточно для завершения шага 4 и движения до станции зарядки – перейти к шагу 4; иначе – перейти к зарядке.
4. Транспортировка груза в **Р** и разгрузка
5. Если оставшейся энергии достаточно для завершения шага 2 и движения до станции зарядки – перейти к шагу 2; иначе – перейти к зарядке.

Дано:

	Литий-полимерная батарея	Блок суперконденсаторов
Отдаваемая мощность при движении	2 кВт	25 кВт
Мощность зарядного устройства	3 500 Вт	1 000 Вт
Масса	60 кг	50 кг
Предел аккумулируемой энергии	950 000 Дж	480 000 Дж
КПД мотора-колеса	65%	95%
Масса МЭТРа без источника энергии	100 кг	
Масса груза	1000 кг	
Коэффициент трения качения	0,011	
Радиус колеса	0.1м	
Расстояние между любыми пунктами	300 м	

Принять следующие допущения:

1. Ускорение и торможение происходят мгновенно (без затрат энергии);
2. Повороты в пунктах и на станции зарядки не требуют энергии;
1. Движение происходит с максимальной скоростью, определяемой параметрами источника, по горизонтальной плоскости.

Форма ответа:

1. Привести промежуточные формулы;
2. Для каждого источника указать:
 1. Количество перевезённых грузов к окончанию эксперимента;
 2. Этап алгоритма, на котором находился робот в конце эксперимента.
3. Выбрать наилучший источник.

Решение

1. Введём переменные для всех величин:

Значение	Переменная
Отдаваемая мощность при движении	P_{mov}
Мощность зарядного устройства	P_{charge}
Масса	M_{batt}
Предел аккумулируемой энергии	E_{batt}
КПД мотора-колеса	η
Масса МЭТРа без источника энергии	M_{metr}
Масса груза	M_{box}
Коэффициент трения качения	k
Радиус колеса	R
Расстояние между любыми пунктами	S

2. Рассчитаем силу трения качения:

$$F_{empty} = \frac{(M_{batt} + M_{metr}) \cdot g}{R} \cdot k - \text{Без груза}$$

$$F_{full} = \frac{(M_{batt} + M_{metr} + M_{box}) \cdot g}{R} \cdot k - \text{С грузом}$$

3. Так как скорость максимальна, то вся мощность, которую способна отдавать батарея, уходит на преодоление сил трения. Таким образом можно получить формулу для расчета скорости передвижения:

$$V_{empty} = \frac{P_{mov} \cdot \eta}{F_{empty}} - \text{Без груза}$$

$$V_{full} = \frac{P_{mov} \cdot \eta}{F_{full}} - \text{С грузом}$$

4. С помощью полученных данных рассчитаем время перемещения между пунктом **З** и любым другим пунктом, а также затраченную на это работу. Учтём, что в пункт зарядки робот движется всегда без груза:

$$t_3 = \frac{S}{V_{empty}}$$

$$A_3 = \frac{F_{empty}}{\eta} \cdot S$$

5. Аналогичным образом рассчитаем время и работу для перемещения от пункта выдачи (**В**) к пункту разгрузки (**Р**) и наоборот:

$$t_{B-P} = \frac{S}{V_{full}}; \quad A_{B-P} = \frac{F_{full}}{\eta} \cdot S$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

6. По условию робот должен начать движение, только если сможет доехать до точки назначения, а потом добраться до станции зарядки. Рассчитаем количество энергии, которое для этого необходимо:

$$E_{reserve} = A_{B-P} + A_{P-B} + A_3$$

7. Время, которое будет затрачено на зарядку в самом начале эксперимента:

$$t_{charge} = \frac{E_{batt}}{P_{charge}}$$

8. Рассчитаем полученные величины для литий-полимерного источника питания

$$F_{empty} = 176 \text{ Н}$$

$$F_{full} = 1,28 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$V_{empty} = 7,39 \text{ м/с}$$

$$V_{full} = 1,02 \text{ м/с}$$

$$t_3 = 40,6 \text{ с}; \quad A_3 = 8,12 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$t_{B-P} = 294 \text{ с}; \quad A_{B-P} = 5,89 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

$$E_{reserve_3} = 6,7 \cdot 10^5 \text{ Дж}; \quad E_{reserve_5} = 1,62 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$t_{charge} = 271 \text{ с}$$

9. Узнаем количество грузов, которые будет способен перевезти МЭТР с литий-полимерным источником питания:

Всего времени на эксперимент, за вычетом зарядки:

$$T - t_{charge} = 30 \cdot 60 - 271 = 1529 \text{ с}$$

Перемещение $3 \rightarrow B$:

$$E_{metr} = 9,5 \cdot 10^5 - 8,12 \cdot 10^4 = 8,69 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 40,6 \text{ с} - \text{Время, прошедшее с выезда из станции зарядки}$$

Перемещение $B \rightarrow P$ и доставка первого груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 8,69 \cdot 10^5 - 6,7 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve} > 0 - \text{Ехать можно}$$

$$E_{metr} = 8,69 \cdot 10^5 - 5,89 \cdot 10^5 = 2,8 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 40,6 + 294 = 334,6 \text{ с}$$

Перемещение $P \rightarrow B$:

$$E_{metr} - E_{reserve_5} = 2,8 \cdot 10^5 - 1,62 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve} > 0 - \text{Ехать можно}$$

$$E_{metr} = 2,8 \cdot 10^5 - 8,12 \cdot 10^4 = 1,99 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{\text{цикл}} = 334,6 + 40,6 = 375,2 \text{ с}$$

Перемещение $B \rightarrow P$ и доставка второго груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 1,99 \cdot 10^5 - 6,7 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve} < 0 - \text{Ехать нельзя}$$

Перемещение $B \rightarrow 3$:

$$E_{metr} = 1,99 \cdot 10^5 - 8,12 \cdot 10^4 = 1,17 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{\text{цикл}} = 375,2 + 40,6 = 415,8 \text{ с}$$

Зарядка:

$$T_{\text{зарядки}} = \frac{9,5 \cdot 10^5 - 1,17 \cdot 10^5}{3500} = 238 \text{ с}$$

$$T_{\text{цикл}} = 415,8 + 238 = 653,8 \text{ с}$$

Узнаем, сколько таких циклов успеет совершить робот:

$$\frac{T - t_{\text{charge}}}{T_{\text{цикл}}} = 2,3 \rightarrow \text{робот успеет совершить 2 доставки}$$

Узнаем, где окажется робот на момент завершения эксперимента:

$$1529 - 653,8 \cdot 2 - 40,6 - 294 = -113,2 \rightarrow \text{в процессе выполнения этапа 4}$$

Вывод: робот доставил 2 груза.

10. Рассчитаем полученные величины для блока суперконденсаторов:

$$F_{\text{empty}} = 165 \text{ Н}$$

$$F_{\text{full}} = 1,26 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$V_{\text{empty}} = 144 \text{ м/с}$$

$$V_{\text{full}} = 18,8 \text{ м/с}$$

$$t_3 = 2,08 \text{ с}; \quad A_3 = 5,21 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$t_{B-P} = 16 \text{ с}; \quad A_{B-P} = 3,99 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

$$E_{reserve_3} = 4,52 \cdot 10^5 \text{ Дж}; \quad E_{reserve_5} = 1,04 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$t_{charge} = 480 \text{ с}$$

11. Узнаем количество грузов, которые будет способен перевезти МЭТР с блоком суперконденсаторов:

Всего времени на эксперимент, за вычетом зарядки:

$$T - t_{charge} = 30 \cdot 60 - 480 = 1320 \text{ с}$$

Перемещение 3 → В:

$$E_{metr} = 4,8 \cdot 10^5 - 5,21 \cdot 10^4 = 4,28 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 2,08 \text{ с}$$

Перемещение В → Р и доставка первого груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 4,28 \cdot 10^5 - 4,52 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve_3} < 0 - \text{Ехать нельзя}$$

Перемещение В → 3:

$$E_{metr} = 4,28 \cdot 10^5 - 5,21 \cdot 10^4 = 3,76 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 2,08 + 2,08 = 4,16 \text{ с}$$

Зарядка:

$$T_{зарядки} = \frac{4,8 \cdot 10^5 - 3,76 \cdot 10^5}{1000} = 104 \text{ с}$$

$$T_{цикл} = 4,16 + 104 = 108,2 \text{ с}$$

Узнаем, сколько таких циклов успеет совершить робот:

$$\frac{T - t_{charge}}{T_{цикл}} = 12,2$$

Узнаем, где окажется робот на момент завершения эксперимента:

$$1320 - 108,2 \cdot 12 - 4,16 - 104 = -86,6 \rightarrow \text{в процессе зарядки}$$

Вывод: робот доставил три груза.

Ответ: Литий-полимерная батарея – 2 груза, этап 4. Блок суперконденсаторов – 0 грузов, этап 1. Литий-полимерная батарея эффективнее.

ЗАДАНИЕ 2. Надавить и поехать (15 баллов).

При попытках сдвинуть ТЯПК-А оказалось, что МЭТР буксует и отлично роем землю. Это подходит под название платформы, но, к сожалению, совсем бесполезно в нашем случае.

Было принято решение перенести часть нагрузки с ТЯПКи на МЭТРа, чтобы увеличить силу трения его колес. Для этого робот будет упираться штоком в дно ТЯПКи, сжимая свою пружину (которая зачем-то там уже была) на какую-то величину. Рассчитайте эту величину и передайте выездной группе, пока они не закопались окончательно.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Найти минимальную величину сжатия пружины МЭТРа, при которой его колеса не будут проскальзывать при старте движения. Все три колеса приводные, одинаковые и имеют сферическую форму, причем радиус пятна контакта с поверхностью невероятно мал. ТЯПК-А - прямоугольная платформа на четырех парах колес, расположенных по углам. Шток МЭТРа касается платформы в геометрическом центре прямоугольника.

Дано:

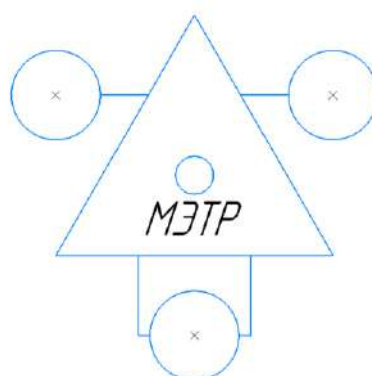
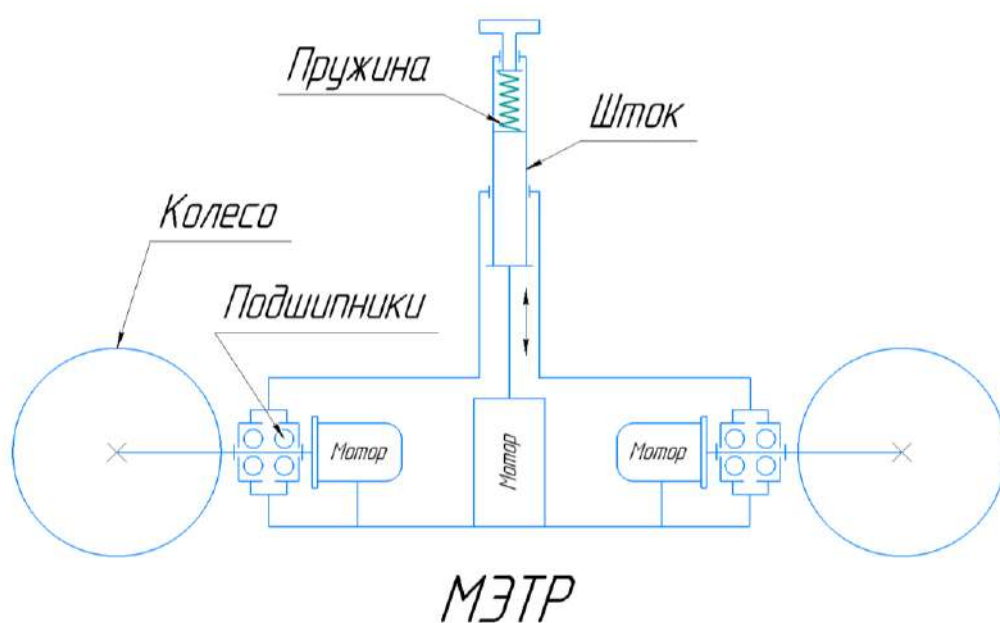
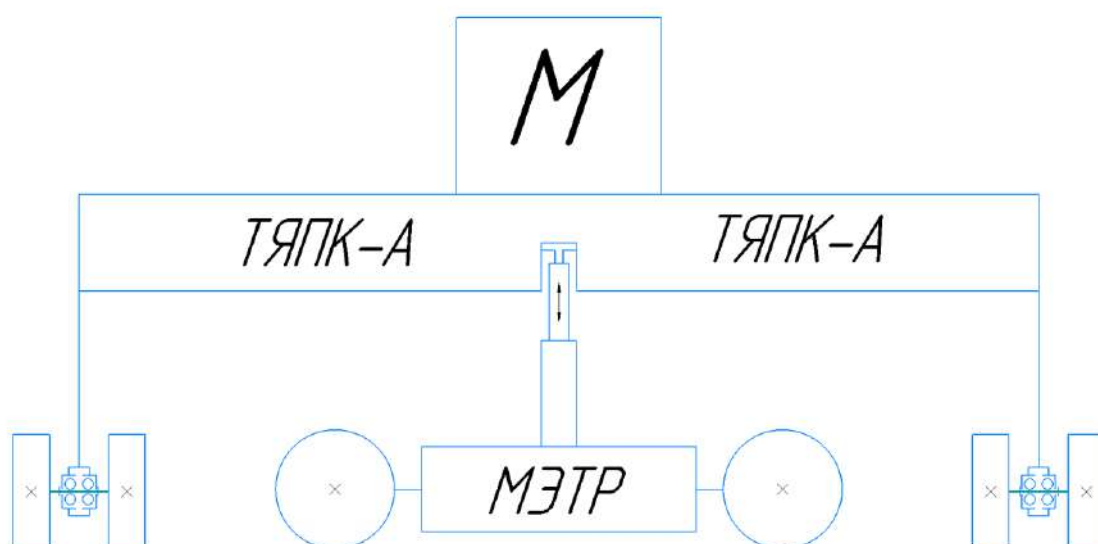
Коэффициент трения покоя	$k_{\text{тп}} = 0.85$
Коэффициент трения скольжения	$k_{\text{тс}} = 0.6$
Жесткость пружины	$k_{\text{пр}} = 50000 \text{ Н/м}$
Диаметр колеса	$D = 1 \text{ м}$
Радиус пятна контакта	$r = 5 \text{ см}$
Масса МЭТРа	$m_{\text{м}} = 234 \text{ кг}$
Масса ТЯПК-А с грузом	$m_{\text{т}} = 2.4 \text{ т}$
Вращающий момент, создаваемый на валу колеса	$M_{\text{к}} = 3000 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Принять следующие допущения:

1. Все колеса МЭТРа расположены симметрично относительно штока;
2. Вся конструкция имеет многократно большую жесткость, чем пружина в направлении рабочего сжатия;
3. Вал колеса МЭТРа прикреплен к центру сферы;
4. В исходном состоянии МЭТР неподвижен, колёса не вращаются;
5. Поверхность пола горизонтальна.

Форма ответа:

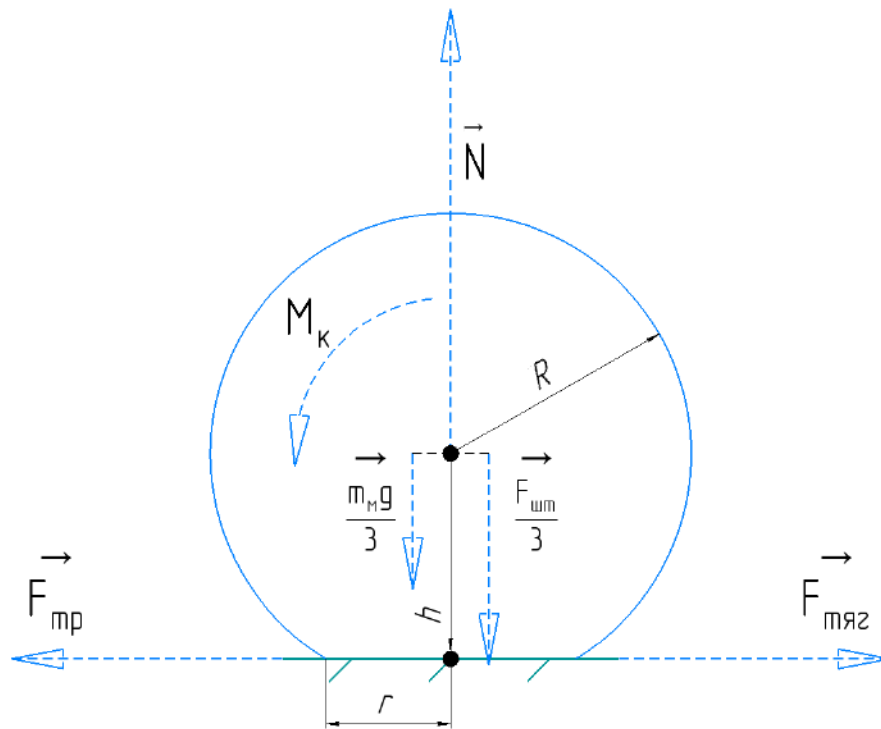
1. Предоставьте рисунок, на котором будут изображены колесо МЭТРа в контакте с полом и все силы, относящиеся к взаимодействию данных двух тел;
2. Предоставьте формулу расчета минимальной величины поджатия штока в общем виде с использованием переменных, представленных в задании;
3. Предоставьте численный результат расчетов в миллиметрах. Результат округлите до первых трех значащих цифр.



Упрощенная кинематическая модель МЭТРa в составе малой нагруженной ТЯПК-А представлена на рисунке ниже.

Решение

1. Построим рисунок, где отобразим колесо в контакте с полом и все силы, которые будут на него действовать.



Момент M_k создаёт тяговую силу $F_{тяги}$, которая приложена к точке контакта колеса с полом. Ей противодействует сила трения $F_{тр}$, численно равная тяговой. По вертикальной оси на колесо действует сила реакции опоры N , которая численно равна сумме веса мэтра и силы поджатия штока $F_{шт}$, деленной на 3 (так как колеса всего 3 и нагрузка распределена между ними равномерно)

2. Найдём силу сжатия штока.

$$h = \sqrt{\frac{D^2}{4} - r^2}$$

$$F_{тяги} = F_{тр} \rightarrow \frac{M_k}{h} = N \cdot k_{тп} \rightarrow N = \frac{M_k}{k_{тп} \cdot h}$$

$$N = \frac{m_m \cdot g + F_{шт}}{3} \rightarrow F_{шт} = \frac{3 \cdot M_k}{k_{тп} \cdot h} - m_m \cdot g$$

3. Найдём величину сжатия пружины

$$F_{шт} = k_{пр} \cdot \Delta l \rightarrow \Delta l = \frac{3 \cdot M_k}{k_{тп} \cdot k_{пр} \cdot h} - \frac{m_m \cdot g}{k_{пр}}$$

$$\Delta l = \frac{3 \cdot 3000}{0,85 \cdot 50000 \cdot 0,497} - \frac{234 \cdot 10}{50000} = 0,379 \text{ м}$$

Ответ: 379мм.

ЗАДАНИЕ 3. ХАХ (30 баллов).

Химически активный хладагент (ХАХ) состоит из двух компонентов: реагента и накопителя. После смешения компонентов раз в 20 минут происходит реакция, в ходе которой часть реагента превращается в накопитель за счёт аккумулированного ХАХом тепла, причем на время реакции теплообмен между раствором и другими телами останавливается. Реакция происходит очень быстро, и останавливается только когда раствор остынет до 100К, или когда закончится реагент.

ИскИн проекта “ТЯПК-А”

Задача:

Подобрать массы компонентов ХАХ так, чтобы в течение первого часа работы МЭТРа его температура оставалась в пределах от 120 К до 250 К.

Дано:

Удельная теплоемкость реагента	$10 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость накопителя	$1000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость МЭТРа	$500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость реакции	$2000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
Масса МЭТРа	200 кг
Выделяемое при работе тепло	2000 Вт
Начальная температура всех тел	200 К

Принять следующие допущения:

1. Теплообмен между всеми телами в системе происходит мгновенно;
2. Теплопотери в окружающую среду отсутствуют;
3. Компоненты ХАХа смешиваются, заправляются в МЭТР и эксперимент сразу начинается;
4. При реакции масса реагента, превращённая в накопитель, сохраняется (общая масса ХАХ неизменна).

Форма ответа:

1. Укажите выбранные массы компонентов ХАХа в кг;
2. Приведите промежуточные формулы;
3. Рассчитайте минимальную и максимальную температуру МЭТРа для всего эксперимента в кельвинах, округлив до трех значащих цифр.

Решение

1. Введём обозначения для заданных в условиях величин

Значение	Переменная
Удельная теплоемкость реагента	ρ_p
Удельная теплоемкость накопителя	ρ_n
Удельная теплоемкость МЭТРа	ρ_m
Удельная теплоемкость реакции	$\theta_{p-ции}$
Масса МЭТРа	m_m
Выделяемое при работе тепло	P
Начальная температура всех тел	$T_{нач}$
Масса реагента	m_p
Масса накопителя	m_n
Суммарная масса превращенного реагента	$m_{p-ции}$

2. Рассчитаем температуру, до которой разогреется вся система тел непосредственно перед первой реакцией

Найдём изначальную теплоту, которой обладает система:

$$Q_{нач} = ((m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m) \cdot T_{нач}$$

$$Q_{нагр} = P \cdot 20 \cdot 60 - \text{Накопленная за 20 минут теплота}$$

$$T = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр}}{(m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} - \text{Температура перед реакцией}$$

3. Рассчитаем, какая температура установится сразу после реакции

Доступная для реакции теплота

$$Q_{дост} = ((m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n) \cdot (T - 100)$$

$$X_{p-ции} = \frac{Q_{дост}}{\theta_{p-ции} + 100 \cdot (\rho_n - \rho_p)}$$

– Количество реагента, перешедшего в накопитель

Проверим, что полученная масса преобразовавшегося вещества не превышает изначальную массу реагента. В ином случае примем равной массе реагента.

$$Q_{ост} = X_{p-ции} \cdot \theta_{p-ции} - \text{Теплота, затраченная на преобразование вещества}$$

$$m_{p-ции} = m_{p-ции} + X_{p-ции}$$

$$T' = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр} - Q_{ост}}{(m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m}$$

4. Подберём значения масс компонентов ХАХа. К примеру, пусть:

$$m_p = 70 \text{ кг}; m_n = 10 \text{ кг}$$

I отметка 20 минут:

$$T_1 = \frac{Q_{\text{нач}} + Q_{\text{нагр}}}{m_p \cdot \rho_p + m_n \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 221,6 \text{ К}$$

$$m_{\text{р-ции}} = X_{\text{р-ции } 1} = 12,891 \text{ кг}$$

$$T'_1 = \frac{Q_{\text{нач}} + Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1}}{(m_p - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 198,56 \text{ К}$$

II отметка 40 минут:

$$T_2 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1}}{(m_p - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 218 \text{ К}$$

$$m_{\text{р-ции}} = X_{\text{р-ции } 1} + X_{\text{р-ции } 2} = 12,891 + 27,41 = 40,301 \text{ кг}$$

$$T'_2 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2}}{(m_p - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 178,35 \text{ К}$$

III отметка 60 минут:

$$T_3 = \frac{Q_{\text{нач}} + 3 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2}}{(m_p - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 194,29 \text{ К}$$

$$m_{\text{р-ции}} = X_{\text{р-ции } 1} + X_{\text{р-ции } 2} + X_{\text{р-ции } 3} = 12,891 + 27,41 + 29,699 = 70 \text{ кг}$$

$$T'_3 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2} - Q_{\text{ост } 3}}{(m_p - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 162,2 \text{ К}$$

Возможный ответ: $m_p = 70$ кг ; $m_n = 10$ кг; $T_{\text{max}} = 221,6$ К; $T_{\text{min}} = 162,2$ К;

ЗАДАНИЕ 4. Лазерная навигация (10 баллов).

В результате прошедших испытаний было установлено, что при загрузке ХАХа и работе в реальных условиях МЭТР довольно больно переезжает ноги обслуживающему персоналу. Было оперативно решено установить на робота датчики обратной связи. Мне, как искину, нравятся лазеры. Пожалуйста, подкрепите мою идею датчика расчетами, похожими на человеческие.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

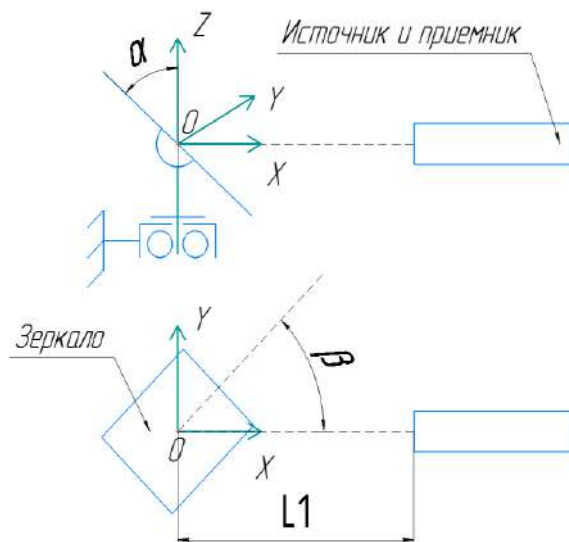
Лазерный сканер (лидар) МЭТРa, работающий по принципу TOF, измеряет расстояние до объекта для предотвращения столкновений и корректной навигации. На основе измеренных данных необходимо определить координаты точки (X, Y, Z) в декартовой системе координат, где центр совпадает с геометрическим центром зеркала.

Алгоритм работы лидара TOF:

1. Зеркало поворачивается на заданный угол;
2. Излучатель генерирует импульс, фиксируется время его испускания;
3. Импульс отражается от зеркала, затем от объекта и возвращается;
4. Приемник принимает импульс, фиксируется время его окончания;
5. Рассчитываются координаты XYZ точки в пространстве.

Дано:

Скорость света	$3 \cdot 10^8$ м/с
Время между испусканием и приемом	$3,3 \cdot 10^{-7}$ с
Угол наклона α	30°
Угол поворота β	60°
Расстояние L1	$8 \cdot 10^{-3}$ м



Принять следующие допущения:

1. Рассеянием в окружающей среде и любыми преломлениями пренебречь;
2. Считать, что зарегистрированное время – время между окончанием испускания и окончанием приема импульса.

Форма ответа:

1. Приведите промежуточные формулы;
2. Укажите координаты X, Y, Z в метрах с точностью до двух знаков после запятой.

Решение

1. Найдём путь, который прошёл лазерный луч от центра зеркала до объекта

$$S = \frac{t \cdot c}{2} - L1$$

2. Найдём координату Z:

Исходя из рисунка угол падения = угол отражения = угол наклона α .

Угол между осью Z и лучом будет составлять $90 - 2 \cdot \alpha$.

$$Z = S \cdot \cos(90 - 2 \cdot \alpha)$$

3. Найдём координаты X, Y:

Проекция луча на плоскость XOY:

$$S_{xy} = S \cdot \sin(90 - 2 \cdot \alpha)$$

$$X = S_{xy} \cdot \cos(\beta)$$

$$Y = S_{xy} \cdot \sin(\beta)$$

Ответ: $X = 12,37$ м; $Y = 21,43$ м; $Z = 42,86$ м

ЗАДАНИЕ 5. Пора двигаться дальше (30 баллов).

МЭТРы с ТЯПК-Ами, ХАХами и ТОФами зарекомендовали себя, и прототипы отправляются в производство. Я вижу, как формируется заявление о твоем переводе в другой город, на другую должность. Это последний раз, когда я могу тебе что-то передать. Пусть это будет проект, который каждый раз появляется в моих снах.

ИскИн Тяпкина.

Задача:

Космический лифт состоит из станции, вращающейся по орбите вокруг планеты в плоскости экватора, и троса, соединяющего её с поверхностью.

Рассчитать минимальную массу станции, при которой она будет оставаться неподвижной относительно точки закрепления на планете.

Дано:

Радиус планеты	$6.378 \cdot 10^3 \text{ м}$
Масса планеты	$5.972 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Длина троса	$7 \cdot 10^7 \text{ м}$
Удельная масса троса	0.14 кг/м
Гравитационная постоянная	$6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$

Принять следующие допущения:

1. Гравитационным влиянием искусственных тел друг на друга и на планету, а также других астрономических тел на всю систему пренебречь;
2. Трос разделить на три равных отрезка для простоты расчетов. Каждый из них представить как материальную точку в середине его длины, соединенную с другими телами невесомыми нерастяжимыми нитями.
3. Трос натянут строго по нормали к поверхности планеты
4. Период оборота планеты вокруг своей оси равен 24 ч.

Форма ответа:

1. Нарисуй систему планета - космический лифт, на которой будут указаны линейные скорости, расстояния и все силы;
2. Приведи промежуточные формулы расчетов;
3. Укажи минимальную массу станции в кг, округли до первых трех значащих цифр.

Решение

1. Введём обозначения для заданных в условиях величин

Значение	Переменная
Радиус планеты	R
Масса планеты	M
Длина троса	l
Удельная масса троса	σ
Масса станции	$m_{\text{ст}}$

2. Найдём все силы, действующие на станцию:

T – сила натяжения троса

$m_{\text{ст}} \cdot a_{\text{ст}}$ – сила притяжения станции к планете

$m_{\text{тпи}} \cdot a_{\text{тпи}}$ – сила притяжения отрезка троса к планете

$$a_{\text{ст}} = G \cdot \frac{M}{(R + l)^2}$$

$$a_{\text{тпи}} = G \cdot \frac{M}{(R + (i \cdot 2 + 1) \cdot l/6)^2}$$

$$m_{\text{тпи}} = \frac{l \cdot \sigma}{3}$$

Результирующая сила F такова, что каждый объект получает своё центростремительное ускорение:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} \rightarrow a_{\text{ц}} = \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot r$$

$$F_0 = m_{\text{тп0}} \cdot a_{\text{тп0}} - T1 = m_{\text{тп0}} \cdot \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot r, \text{ следовательно:}$$

$$T1 = m_{\text{тп0}} \cdot (a_{\text{тп0}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l/6))$$

$$T2 = m_{\text{тп1}} \cdot (a_{\text{тп1}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l/2)) + T1$$

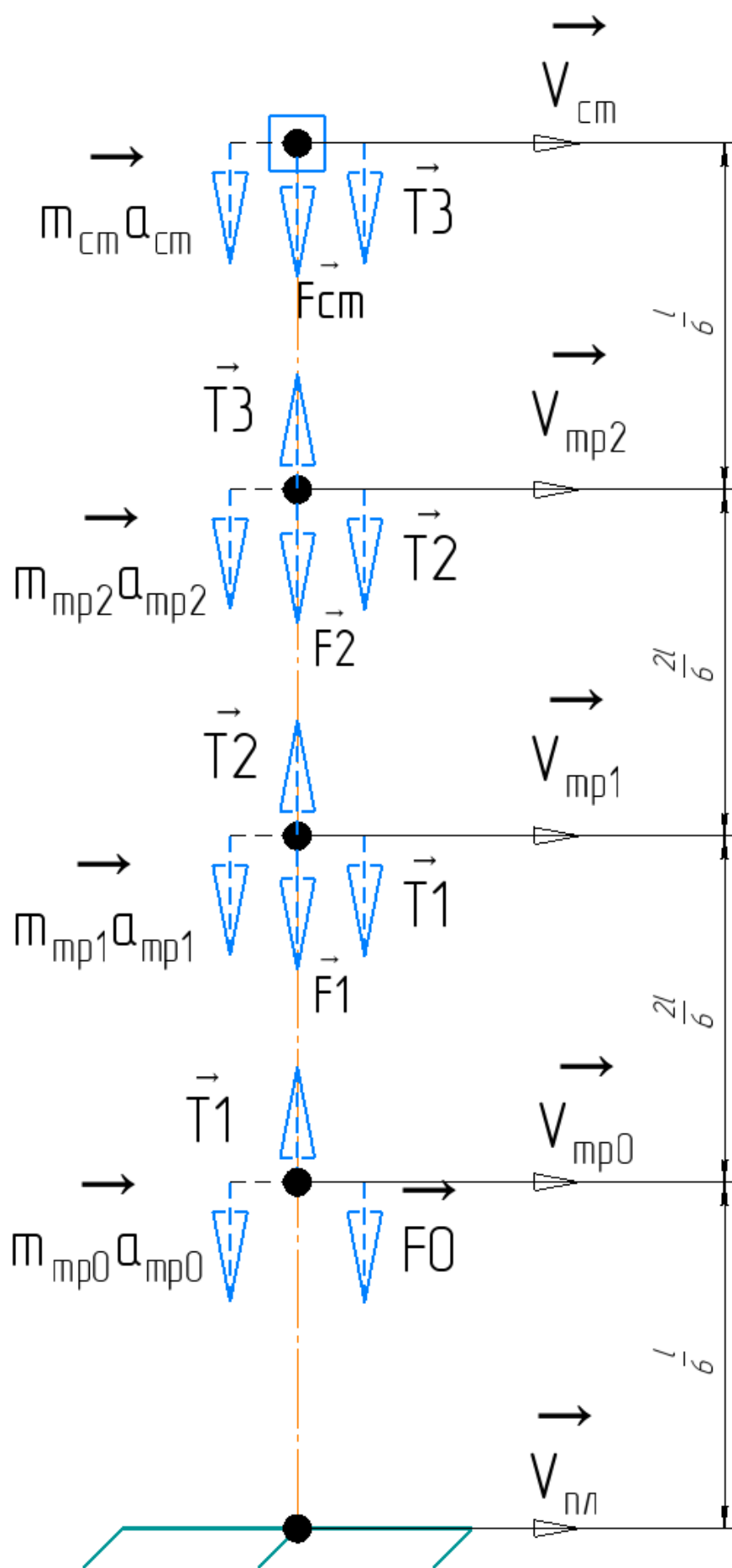
$$T3 = m_{\text{тп2}} \cdot (a_{\text{тп2}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + 5 \cdot l/6)) + T1 + T2$$

$$F_{\text{ст}} = m_{\text{ст}} \cdot a_{\text{ст}} + T3 = m_{\text{ст}} \cdot \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l)$$

3. Найдём необходимую массу

$$m_{\text{ст}} = \frac{T3}{a_{\text{ст}} + \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l)}$$

Ответ: $3,18 \cdot 10^7$ кг



***Товарищ!** От лица Коллектива поздравляем с прохождением всех тестов и с переездом в комплекс Челомей! Только не забывайте, что ВСЯ информация тут секретна и не подлежат обсуждению с кем-либо!*

Кратко введу в курс дела. Наше подразделение работает над революцией в сфере снабжения, призванной раз и навсегда решить проблемы надорванных спин, неправильно доставленных грузов и путаницы на складе.

Мобильный электрический тяговый робот (МЭТР), это автономный трехколесный робот с выдвижным штоком, который предназначен для перемещения грузов по территории производственного комплекса в соответствии с маршрутной картой.

Несколько МЭТРов могут собираться для коллективной работы в составе транспортной ячейки переменной конфигурации модели А (ТЯПК-А), чтобы перемещать массивные и габаритные грузы

Вообще вас направили к нам как нельзя кстати, проект на стадии прототипирования, скоро будут проходить первые испытания и рук совершенно не хватает. Заступаете сегодня в дежурство, инструкции пришлет ИскИн.

3.БІ. Изначально платформа была спроектирована для окучивания картошки в промышленных масштабах (модель И), отсюда появилось название и необходимость взять ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$

ЗАДАНИЕ 1. Энергетический модуль (25 баллов).

Коллеги из О5 закончили испытания двух принципиально разных энергетических модулей: литий-полимерной батареи и блока суперконденсаторов. Нам разрешено выбрать, как приоритетному проекту, какой источник использовать в своем прототипе. Решить нужно немедленно. Поручаю эту задачу вам как дежурному физику.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Определить, с каким источником питания МЭТР сможет доставить больше грузов за 30 минут, перемещая их из пункта В (выдача) в пункт Р (разгрузка).

Алгоритм работы:

1. Зарядка до 100% в пункте З
2. Перемещение в пункт В и захват груза
3. Если оставшейся энергии достаточно для завершения шага 4 и движения до станции зарядки – перейти к шагу 4; иначе – перейти к зарядке.
4. Транспортировка груза в Р и разгрузка
5. Если оставшейся энергии достаточно для завершения шага 2 и движения до станции зарядки – перейти к шагу 2; иначе – перейти к зарядке.

Дано:

	Литий-полимерная батарея	Блок суперконденсаторов
Отдаваемая мощность при движении	3 кВт	25 кВт
Мощность зарядного устройства	2 кВт	2 кВт
Масса	160 кг	50 кг
Предел аккумулируемой энергии	950 000 Дж	480 000 Дж
КПД мотора-колеса	65%	95%
Масса МЭТРа без источника энергии	100 кг	
Масса груза	1000 кг	
Коэффициент трения качения	0,011	
Радиус колеса	0.1м	
Расстояние между любыми пунктами	300 м	

Принять следующие допущения:

- Ускорение и торможение происходят мгновенно (без затрат энергии);
- Повороты в пунктах и на станции зарядки не требуют энергии;
- Движение происходит с максимальной скоростью, определяемой параметрами источника, по горизонтальной плоскости.

Форма ответа:

1. Привести промежуточные формулы;
2. Для каждого источника указать:
 - Количество перевезённых грузов к окончанию эксперимента;
 - Этап алгоритма, на котором находился робот в конце эксперимента.
3. Выбрать наилучший источник.

Решение

1. Введём переменные для всех величин:

Значение	Переменная
Отдаваемая мощность при движении	P_{mov}
Мощность зарядного устройства	P_{charge}
Масса	M_{batt}
Предел аккумулируемой энергии	E_{batt}
КПД мотора-колеса	η
Масса МЭТРа без источника энергии	M_{metr}
Масса груза	M_{box}
Коэффициент трения качения	k
Радиус колеса	R
Расстояние между любыми пунктами	S

2. Рассчитаем силу трения качения:

$$F_{empty} = \frac{(M_{batt} + M_{metr}) \cdot g}{R} \cdot k - \text{Без груза}$$

$$F_{full} = \frac{(M_{batt} + M_{metr} + M_{box}) \cdot g}{R} \cdot k - \text{С грузом}$$

3. Так как скорость максимальна, то вся мощность, которую способна отдавать батарея, уходит на преодоление сил трения. Таким образом можно получить формулу для расчета скорости передвижения:

$$V_{empty} = \frac{P_{mov} \cdot \eta}{F_{empty}} - \text{Без груза}$$

$$V_{full} = \frac{P_{mov} \cdot \eta}{F_{full}} - \text{С грузом}$$

4. С помощью полученных данных рассчитаем время перемещения между пунктом **З** и любым другим пунктом, а также затраченную на это работу. Учтём, что в пункт зарядки робот движется всегда без груза:

$$t_3 = \frac{S}{V_{empty}}$$

$$A_3 = \frac{F_{empty}}{\eta} \cdot S$$

5. Аналогичным образом рассчитаем время и работу для перемещения от пункта выдачи (**В**) к пункту разгрузки (**Р**) и наоборот:

$$t_{B-P} = \frac{S}{V_{full}}; \quad A_{B-P} = \frac{F_{full}}{\eta} \cdot S$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

6. По условию робот должен начать движение, только если сможет доехать до точки назначения, а потом добраться до станции зарядки. Рассчитаем количество энергии, которое для этого необходимо:

$$E_{reserve} = A_{B-P} + A_{P-B} + A_3$$

7. Время, которое будет затрачено на зарядку в самом начале эксперимента:

$$t_{charge} = \frac{E_{batt}}{P_{charge}}$$

8. Рассчитаем полученные величины для литий-полимерного источника питания

$$F_{empty} = 286 \text{ Н}$$

$$F_{full} = 1,39 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$V_{empty} = 6,82 \text{ м/с}$$

$$V_{full} = 1,41 \text{ м/с}$$

$$t_3 = 44 \text{ с}; \quad A_3 = 1,32 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$t_{B-P} = 213 \text{ с}; \quad A_{B-P} = 6,4 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

$$E_{reserve_3} = 7,72 \cdot 10^5 \text{ Дж}; \quad E_{reserve_5} = 2,64 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$t_{charge} = 475 \text{ с}$$

9. Узнаем количество грузов, которые будет способен перевезти МЭТР с литий-полимерным источником питания:

Всего времени на эксперимент, за вычетом зарядки:

$$T - t_{charge} = 30 \cdot 60 - 475 = 1325 \text{ с}$$

Перемещение $3 \rightarrow B$:

$$E_{metr} = 9,5 \cdot 10^5 - 1,32 \cdot 10^5 = 8,18 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 44 \text{ с} - \text{Время, прошедшее с выезда из станции зарядки}$$

Перемещение $B \rightarrow P$ и доставка первого груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 8,18 \cdot 10^5 - 7,72 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve} > 0 - \text{Ехать можно}$$

$$E_{metr} = 8,18 \cdot 10^5 - 6,4 \cdot 10^5 = 1,78 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 44 + 213 = 257 \text{ с}$$

Перемещение P → B:

$$E_{metr} - E_{reserve_5} = 1,78 \cdot 10^5 - 2,64 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve} < 0 - \text{Ехать нельзя}$$

Перемещение P → 3:

$$E_{metr} = 1,78 \cdot 10^5 - 1,32 \cdot 10^5 = 4,63 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 257 + 44 = 301 \text{ с}$$

Зарядка:

$$T_{зарядки} = \frac{9,5 \cdot 10^5 - 4,63 \cdot 10^4}{2000} = 452 \text{ с}$$

$$T_{цикл} = 452 + 301 = 753 \text{ с}$$

Узнаем, сколько таких циклов успеет совершить робот:

$$\frac{T - t_{charge}}{T_{цикл}} = 1,76 \rightarrow \text{робот точно успеет совершить 1 доставку}$$

Узнаем, где окажется робот на момент завершения эксперимента:

$$1325 - 753 - 44 - 213 - 44 - 452 = -181 \rightarrow \text{в процессе выполнения этапа 1}$$

Вывод: робот доставил 2 груза.

10. Рассчитаем полученные величины для блока суперконденсаторов:

$$F_{empty} = 165 \text{ Н}$$

$$F_{full} = 1,26 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$V_{empty} = 144 \text{ м/с}$$

$$V_{full} = 18,8 \text{ м/с}$$

$$t_3 = 2,08 \text{ с}; \quad A_3 = 5,21 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$t_{B-P} = 16 \text{ с}; \quad A_{B-P} = 3,99 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

$$E_{reserve_3} = 4,52 \cdot 10^5 \text{ Дж}; \quad E_{reserve_5} = 1,04 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$t_{charge} = 240 \text{ с}$$

11. Узнаем количество грузов, которые будет способен перевезти МЭТР с блоком суперконденсаторов:

Всего времени на эксперимент, за вычетом зарядки:

$$T - t_{charge} = 30 \cdot 60 - 240 = 1560 \text{ с}$$

Перемещение $З \rightarrow В$:

$$E_{metr} = 4,8 \cdot 10^5 - 5,21 \cdot 10^4 = 4,28 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 2,08 \text{ с}$$

Перемещение $В \rightarrow Р$ и доставка первого груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 4,28 \cdot 10^5 - 4,52 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve_3} < 0 - \text{Ехать нельзя}$$

Перемещение $В \rightarrow З$:

$$E_{metr} = 4,28 \cdot 10^5 - 5,21 \cdot 10^4 = 3,76 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 2,08 + 2,08 = 4,16 \text{ с}$$

Зарядка:

$$T_{зарядки} = \frac{4,8 \cdot 10^5 - 3,76 \cdot 10^5}{2000} = 52,1 \text{ с}$$

$$T_{цикл} = 4,16 + 52,1 = 56,26 \text{ с}$$

Узнаем, сколько таких циклов успеет совершить робот:

$$\frac{T - t_{charge}}{T_{цикл}} = 27,72$$

Узнаем, где окажется робот на момент завершения эксперимента:

$$1560 - 56,26 \cdot 27 - 2,08 - 2,08 - 52,1 = -15,3 \rightarrow \text{в процессе зарядки}$$

Вывод: робот доставил 0 грузов.

Ответ: Литий-полимерная батарея – 2 груза, этап 1. Блок суперконденсаторов – 0 грузов, этап 1. Литий-полимерная батарея эффективнее.

ЗАДАНИЕ 2. Надавить и поехать (15 баллов).

При попытках сдвинуть ТЯПК-А оказалось, что МЭТР буксует и отлично роет землю. Это подходит под название платформы, но, к сожалению, совсем бесполезно в нашем случае.

Было принято решение перенести часть нагрузки с ТЯПКи на МЭТРа, чтобы увеличить силу трения его колес. Для этого робот будет упираться штоком в дно ТЯПКи, сжимая свою пружину (которая зачем-то там уже была) на какую-то величину. Рассчитайте эту величину и передайте выездной группе, пока они не закопались окончательно.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Найти минимальную величину сжатия пружины МЭТРа, при которой его колеса не будут проскальзывать при старте движения. Все три колеса приводные, одинаковые и имеют сферическую форму, причем радиус пятна контакта с поверхностью невероятно мал. ТЯПК-А - прямоугольная платформа на четырех парах колес, расположенных по углам. Шток МЭТРа касается платформы в геометрическом центре прямоугольника.

Дано:

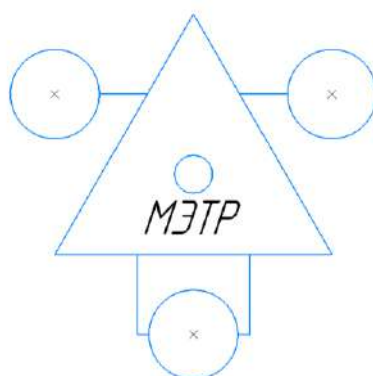
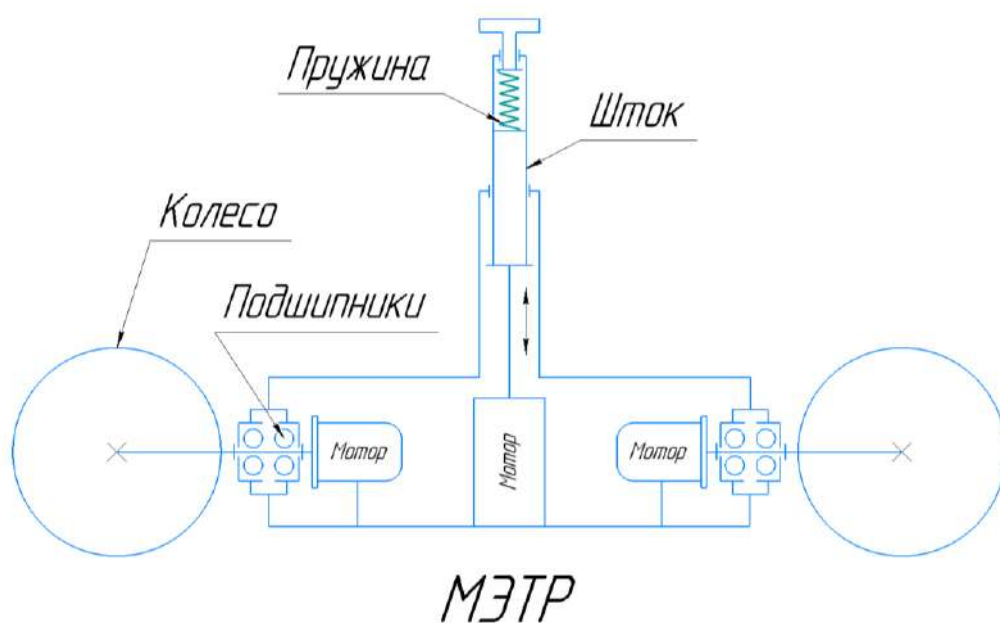
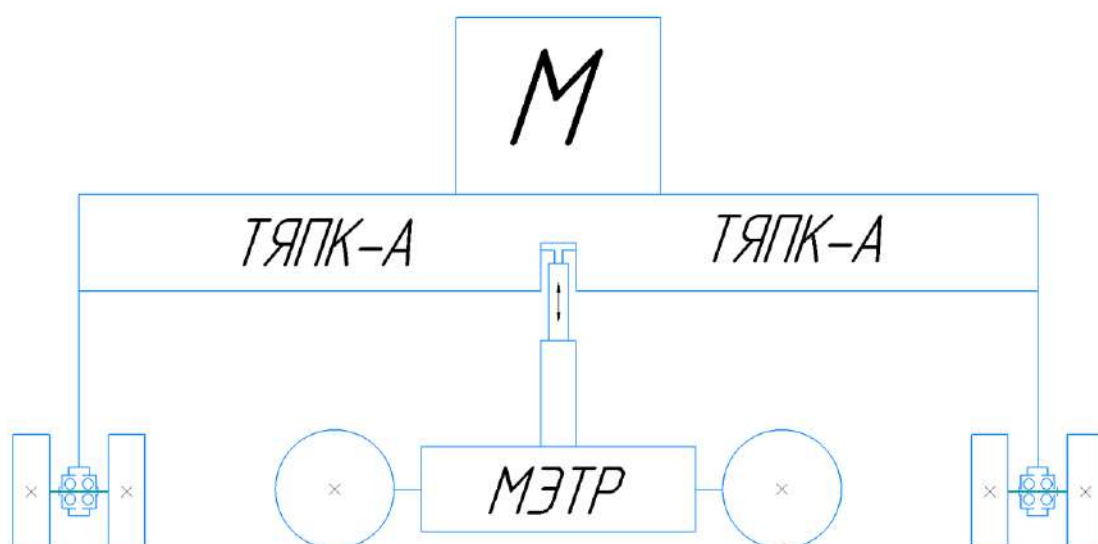
Коэффициент трения покоя	$k_{\text{тп}} = 0.75$
Коэффициент трения скольжения	$k_{\text{тс}} = 0.6$
Жесткость пружины	$k_{\text{пр}} = 25000 \text{ Н/м}$
Диаметр колеса	$D = 2 \text{ м}$
Радиус пятна контакта	$r = 15 \text{ см}$
Масса МЭТРа	$m_{\text{м}} = 134 \text{ кг}$
Масса ТЯПК-А с грузом	$m_{\text{т}} = 2.4 \text{ т}$
Вращающий момент, создаваемый на валу колеса	$M_{\text{к}} = 2000 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Принять следующие допущения:

1. Все колеса МЭТРа расположены симметрично относительно штока;
2. Вся конструкция имеет многократно большую жесткость, чем пружина в направлении рабочего сжатия;
3. Вал колеса МЭТРа прикреплен к центру сферы;
4. В исходном состоянии МЭТР неподвижен, колёса не вращаются;
5. Поверхность пола горизонтальна.

Форма ответа:

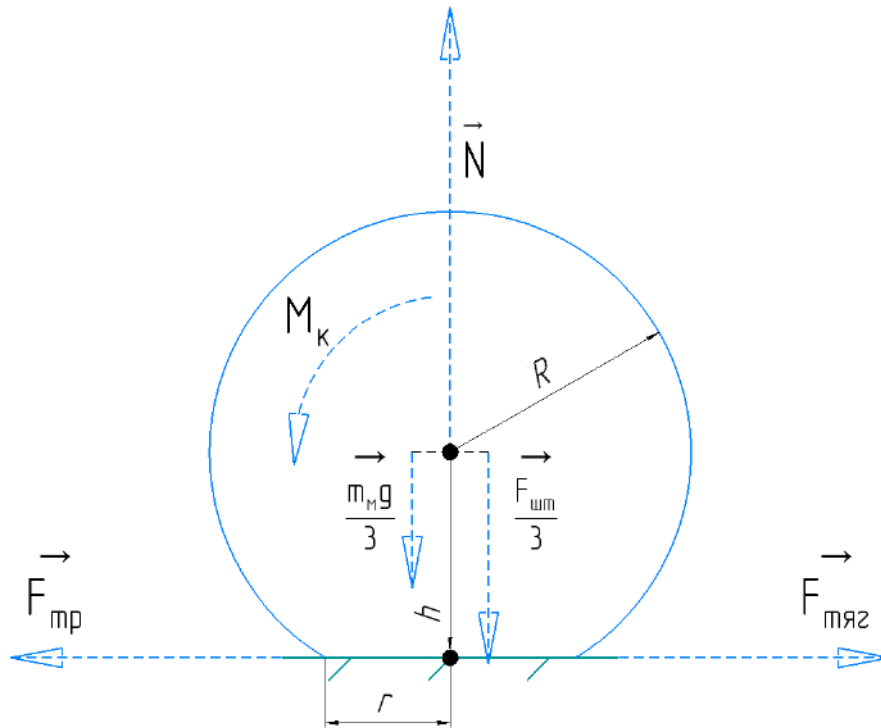
1. Предоставьте рисунок, на котором будут изображены колесо МЭТРа в контакте с полом и все силы, относящиеся к взаимодействию данных двух тел;
2. Предоставьте формулу расчета минимальной величины поджатия штока в общем виде с использованием переменных, представленных в задании;
3. Предоставьте численный результат расчетов в миллиметрах. Результат округлите до первых трех значащих цифр.



Упрощенная кинематическая модель МЭТРa в составе малой загруженной ТЯПК-А представлена на рисунке ниже.

Решение

1. Построим рисунок, где отобразим колесо в контакте с полом и все силы, которые будут на него действовать.



Момент M_k создаёт тяговую силу $F_{\text{тяги}}$, которая приложена к точке контакта колеса с полом. Ей противодействует сила трения $F_{\text{тр}}$, численно равная тяговой. По вертикальной оси на колесо действует сила реакции опоры N , которая численно равна сумме веса мэтра и силы поджатия штока $F_{\text{шт}}$, деленной на 3 (так как колеса всего 3 и нагрузка распределена между ними равномерно)

2. Найдём силу сжатия штока.

$$h = \sqrt{\frac{D^2}{4} - r^2}$$

$$F_{\text{тяги}} = F_{\text{тр}} \rightarrow \frac{M_k}{h} = N \cdot k_{\text{тп}} \rightarrow N = \frac{M_k}{k_{\text{тп}} \cdot h}$$

$$N = \frac{m_{\text{м}} \cdot g + F_{\text{шт}}}{3} \rightarrow F_{\text{шт}} = \frac{3 \cdot M_k}{k_{\text{тп}} \cdot h} - m_{\text{м}} \cdot g$$

3. Найдём величину сжатия пружины

$$F_{\text{шт}} = k_{\text{пр}} \cdot \Delta l \rightarrow \Delta l = \frac{3 \cdot M_k}{k_{\text{тп}} \cdot k_{\text{пр}} \cdot h} - \frac{m_{\text{м}} \cdot g}{k_{\text{пр}}}$$

$$\Delta l = \frac{3 \cdot 2000}{0,75 \cdot 25000 \cdot 0,989} - \frac{134 \cdot 10}{25000} = 0,27 \text{ м}$$

Ответ: 270 мм.

ЗАДАНИЕ 3. ХАХ (30 баллов).

Химически активный хладагент (ХАХ) состоит из двух компонентов: реагента и накопителя. После смешения компонентов раз в 20 минут происходит реакция, в ходе которой часть реагента превращается в накопитель за счёт аккумулированного ХАХом тепла, причем на время реакции теплообмен между раствором и другими телами останавливается. Реакция происходит очень быстро, и останавливается только когда раствор остынет до 100К, или когда закончится реагент.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Подобрать массы компонентов ХАХ так, чтобы в течение первого часа работы МЭТРа его температура оставалась в пределах от 150 К до 245 К.

Дано:

Удельная теплоемкость реагента	$100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость накопителя	$1000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость МЭТРа	$500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость реакции	$2000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
Масса МЭТРа	100 кг
Выделяемое при работе тепло	2000 Вт
Начальная температура всех тел	200 К

Принять следующие допущения:

1. Теплообмен между всеми телами в системе происходит мгновенно;
2. Теплопотери в окружающую среду отсутствуют;
3. Компоненты ХАХа смешиваются, заправляются в МЭТР и эксперимент сразу начинается;
4. При реакции масса реагента, превращённая в накопитель, сохраняется (общая масса ХАХ неизменна).

Форма ответа:

1. Укажите выбранные массы компонентов ХАХа в кг;
2. Приведите промежуточные формулы;
3. Рассчитайте минимальную и максимальную температуру МЭТРа для всего эксперимента в кельвинах, округлив до трех значащих цифр.

Решение

1. Введём обозначения для заданных в условиях величин

Значение	Переменная
Удельная теплоемкость реагента	ρ_p
Удельная теплоемкость накопителя	ρ_n
Удельная теплоемкость МЭТРа	ρ_m
Удельная теплоемкость реакции	$\theta_{p-ции}$
Масса МЭТРа	m_m
Выделяемое при работе тепло	P
Начальная температура всех тел	$T_{нач}$
Масса реагента	m_p
Масса накопителя	m_n
Суммарная масса превращенного реагента	$m_{p-ции}$

2. Рассчитаем температуру, до которой разогреется вся система тел непосредственно перед первой реакцией

Найдём изначальную теплоту, которой обладает система:

$$Q_{нач} = ((m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m) \cdot T_{нач}$$

$$Q_{нагр} = P \cdot 20 \cdot 60 - \text{Накопленная за 20 минут теплота}$$

$$T = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр}}{(m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} - \text{Температура перед реакцией}$$

3. Рассчитаем, какая температура установится сразу после реакции

Доступная для реакции теплота

$$Q_{дост} = ((m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n) \cdot (T - 100)$$

$$X_{p-ции} = \frac{Q_{дост}}{\theta_{p-ции} + 100 \cdot (\rho_n - \rho_p)} - \text{Количество реагента, перешедшего в накопитель}$$

Проверим, что полученная масса преобразовавшегося вещества не превышает изначальную массу реагента. В ином случае примем равной массе реагента.

$$Q_{ост} = X_{p-ции} \cdot \theta_{p-ции} - \text{Теплота, затраченная на преобразование вещества}$$

$$m_{p-ции} = m_{p-ции} + X_{p-ции}$$

$$T' = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр} - Q_{ост}}{(m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m}$$

4. Подберём значения масс компонентов ХАХа. К примеру, пусть:

$$m_p = 40 \text{ кг}; m_n = 10 \text{ кг}$$

I отметка 20 минут:

$$T_1 = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр}}{m_p \cdot \rho_p + m_n \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 237,5 \text{ К}$$

$$m_{p-ции} = X_{p-ции 1} = 20,9 \text{ кг}$$

$$T'_1 = \frac{Q_{\text{нач}} + Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1}}{(m_p - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 183 \text{ К}$$

II отметка 40 минут:

$$T_2 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1}}{(m_p - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 212 \text{ К}$$

$$m_{\text{р-ции}} = X_{\text{р-ции } 1} + X_{\text{р-ции } 2} = 20,9 + 19,1 = 40 \text{ кг}$$

$$T'_2 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2}}{(m_p - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 175 \text{ К}$$

III отметка 60 минут:

$$T_3 = \frac{Q_{\text{нач}} + 3 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2}}{(m_p - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 199 \text{ К}$$

$$m_{\text{р-ции}} = X_{\text{р-ции } 1} + X_{\text{р-ции } 2} + X_{\text{р-ции } 3} = 20,9 + 19,1 + 0 = 40 \text{ кг}$$

$$T'_3 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2} - Q_{\text{ост } 3}}{(m_p - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 199 \text{ К}$$

Возможный ответ: $m_p = 40 \text{ кг}$; $m_n = 10 \text{ кг}$; $T_{\text{max}} = 237,5 \text{ К}$; $T_{\text{min}} = 175 \text{ К}$;

ЗАДАНИЕ 4. Лазерная навигация (10 баллов).

В результате прошедших испытаний было установлено, что при загрузке ХАХа и работе в реальных условиях МЭТР довольно больно переезжает ноги обслуживающему персоналу. Было оперативно решено установить на робота датчики обратной связи. Мне, как искину, нравятся лазеры. Пожалуйста, подкрепите мою идею датчика расчетами, похожими на человеческие.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

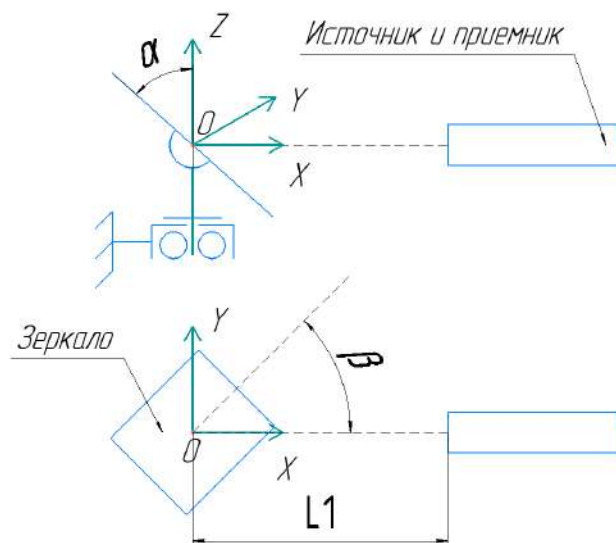
Лазерный сканер (лидар) МЭТРa, работающий по принципу TOF, измеряет расстояние до объекта для предотвращения столкновений и корректной навигации. На основе измеренных данных необходимо определить координаты точки (X, Y, Z) в декартовой системе координат, где центр совпадает с геометрическим центром зеркала.

Алгоритм работы лидара TOF:

1. Зеркало поворачивается на заданный угол;
2. Излучатель генерирует импульс, фиксируется время его испускания;
3. Импульс отражается от зеркала, затем от объекта и возвращается;
4. Приемник принимает импульс, фиксируется время его окончания;
5. Рассчитываются координаты XYZ точки в пространстве.

Дано:

Скорость света	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Время между испусканием и приемом	$7,75 \cdot 10^{-7} \text{ с}$
Угол наклона α	45°
Угол поворота β	45°
Расстояние L1	$8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$



Принять следующие допущения:

1. Рассеянием в окружающей среде и любыми преломлениями пренебречь;
2. Считать, что зарегистрированное время – время между окончанием испускания и окончанием приема импульса.

Форма ответа:

1. Приведите промежуточные формулы;
2. Укажите координаты X, Y, Z в метрах с точностью до двух знаков после запятой.

Решение

1. Найдём путь, который прошёл лазерный луч от центра зеркала до объекта

$$S = \frac{t \cdot c}{2} - L1$$

2. Найдём координату Z:

Исходя из рисунка угол падения = угол отражения = угол наклона α .

Угол между осью Z и лучом будет составлять $90 - 2 \cdot \alpha$.

$$Z = S \cdot \cos(90 - 2 \cdot \alpha)$$

3. Найдём координаты X, Y:

Проекция луча на плоскость XOY:

$$S_{xy} = S \cdot \sin(90 - 2 \cdot \alpha)$$

$$X = S_{xy} \cdot \cos(\beta)$$

$$Y = S_{xy} \cdot \sin(\beta)$$

Ответ: $X = 0$ м; $Y = 0$ м; $Z = 116,24$ м

ЗАДАНИЕ 5. Пора двигаться дальше (30 баллов).

МЭТРы с ТЯПК-Ами, ХАХами и ТОФами зарекомендовали себя, и прототипы отправляются в производство. Я вижу, как формируется заявление о твоем переводе в другой город, на другую должность. Это последний раз, когда я могу тебе что-то передать. Пусть это будет проект, который каждый раз появляется в моих снах.

ИскИн Тяпкина.

Задача:

Космический лифт состоит из станции, вращающейся по орбите вокруг планеты в плоскости экватора, и троса, соединяющего её с поверхностью.

Рассчитать минимальную массу станции, при которой она будет оставаться неподвижной относительно точки закрепления на планете.

Дано:

Радиус планеты	$6.378 \cdot 10^3 \text{ м}$
Масса планеты	$5.972 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Длина троса	$9 \cdot 10^7 \text{ м}$
Удельная масса троса	0.45 кг/м
Гравитационная постоянная	$6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$

Принять следующие допущения:

1. Гравитационным влиянием искусственных тел друг на друга и на планету, а также других астрономических тел на всю систему пренебречь;
2. Трос разделить на три равных отрезка для простоты расчетов. Каждый из них представить как материальную точку в середине его длины, соединенную с другими телами невесомыми нерастяжимыми нитями.
3. Трос натянут строго по нормали к поверхности планеты
4. Период оборота планеты вокруг своей оси равен 24 ч.

Форма ответа:

1. Нарисуй систему планета - космический лифт, на которой будут указаны линейные скорости, расстояния и все силы;
2. Приведи промежуточные формулы расчетов;
3. Укажи минимальную массу станции в кг, округли до первых трех значащих цифр.

Решение

4. Введём обозначения для заданных в условиях величин

Значение	Переменная
Радиус планеты	R
Масса планеты	M
Длина троса	l
Удельная масса троса	σ
Масса станции	$m_{\text{ст}}$

5. Найдём все силы, действующие на станцию:

T – сила натяжения троса

$m_{\text{ст}} \cdot a_{\text{ст}}$ – сила притяжения станции к планете

$m_{\text{тпи}} \cdot a_{\text{тпи}}$ – сила притяжения отрезка троса к планете

$$a_{\text{ст}} = G \cdot \frac{M}{(R + l)^2}$$

$$a_{\text{тпи}} = G \cdot \frac{M}{(R + (i \cdot 2 + 1) \cdot l/6)^2}$$

$$m_{\text{тпи}} = \frac{l \cdot \sigma}{3}$$

Результирующая сила F такова, что каждый объект получает своё центростремительное ускорение:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} \rightarrow a_{\text{ц}} = \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot r$$

$$F_0 = m_{\text{тп0}} \cdot a_{\text{тп0}} - T1 = m_{\text{тп0}} \cdot \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot r, \text{ следовательно:}$$

$$T1 = m_{\text{тп0}} \cdot (a_{\text{тп0}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l/6))$$

$$T2 = m_{\text{тп1}} \cdot (a_{\text{тп1}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l/2)) + T1$$

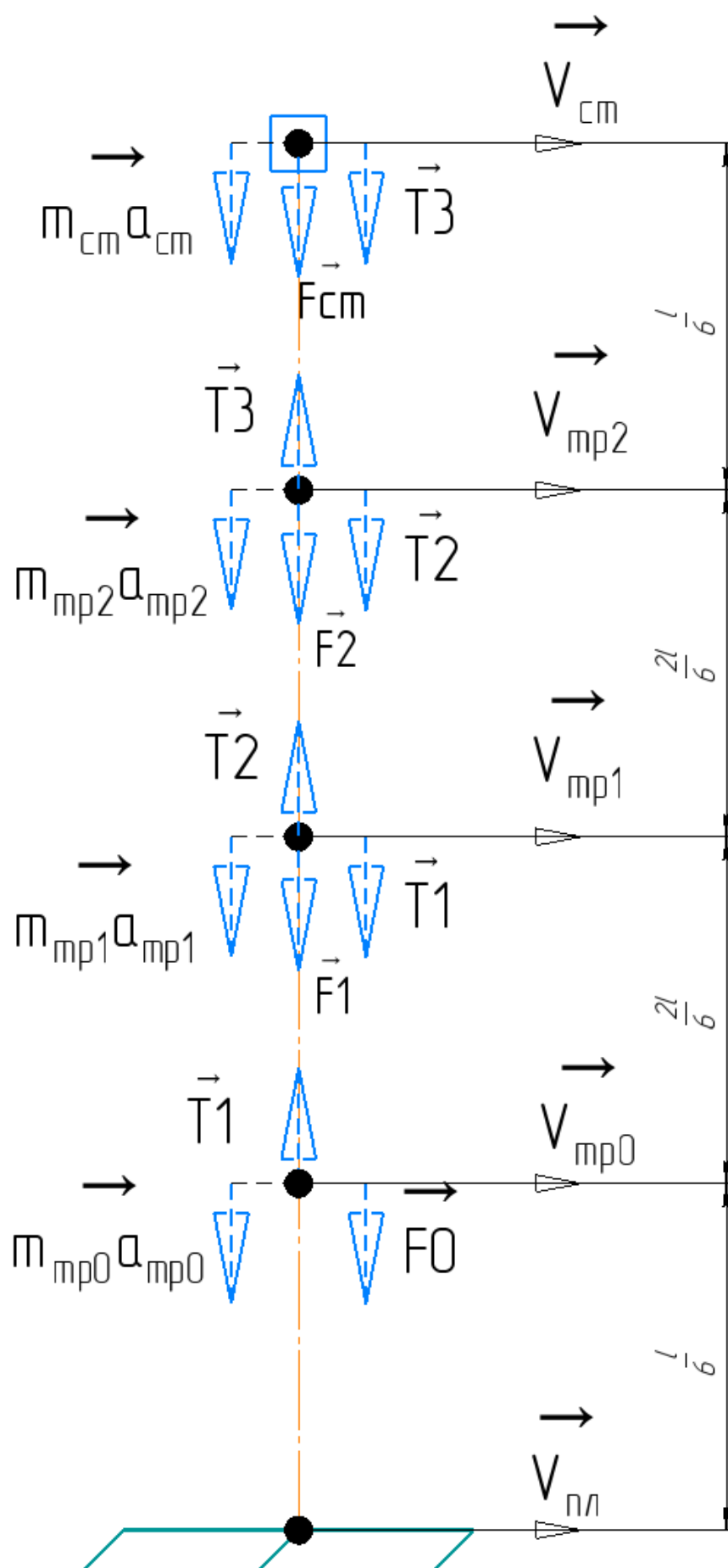
$$T3 = m_{\text{тп2}} \cdot (a_{\text{тп2}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + 5 \cdot l/6)) + T1 + T2$$

$$F_{\text{ст}} = m_{\text{ст}} \cdot a_{\text{ст}} + T3 = m_{\text{ст}} \cdot \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l)$$

6. Найдём необходимую массу

$$m_{\text{ст}} = \frac{T3}{a_{\text{ст}} + \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l)}$$

Ответ: $4,18 \cdot 10^7$ кг



***Товарищ!** От лица Коллектива поздравляем с прохождением всех тестов и с переездом в комплекс Челомей! Только не забывайте, что ВСЯ информация тут секретна и не подлежат обсуждению с кем-либо!*

Кратко введу в курс дела. Наше подразделение работает над революцией в сфере снабжения, призванной раз и навсегда решить проблемы надорванных спин, неправильно доставленных грузов и путаницы на складе.

Мобильный электрический тяговый робот (МЭТР), это автономный трехколесный робот с выдвижным штоком, который предназначен для перемещения грузов по территории производственного комплекса в соответствии с маршрутной картой.

Несколько МЭТРов могут собираться для коллективной работы в составе транспортной ячейки переменной конфигурации модели А (ТЯПК-А), чтобы перемещать массивные и габаритные грузы

Вообще вас направили к нам как нельзя кстати, проект на стадии прототипирования, скоро будут проходить первые испытания и рук совершенно не хватает. Заступаете сегодня в дежурство, инструкции пришлет ИскИн.

3.Б1. Изначально платформа была спроектирована для окучивания картошки в промышленных масштабах (модель И), отсюда появилось название и необходимость взять ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$

ЗАДАНИЕ 1. Энергетический модуль (25 баллов).

Коллеги из О5 закончили испытания двух принципиально разных энергетических модулей: литий-полимерной батареи и блока суперконденсаторов. Нам разрешено выбрать, как приоритетному проекту, какой источник использовать в своем прототипе. Решить нужно немедленно. Поручаю эту задачу вам как дежурному физику.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Определить, с каким источником питания МЭТР сможет доставить больше грузов за 30 минут, перемещая их из пункта В (выдача) в пункт Р (разгрузка).

Алгоритм работы:

1. Зарядка до 100% в пункте З
2. Перемещение в пункт В и захват груза
3. Если оставшейся энергии достаточно для завершения шага 4 и движения до станции зарядки – перейти к шагу 4; иначе – перейти к зарядке.
4. Транспортировка груза в Р и разгрузка
5. Если оставшейся энергии достаточно для завершения шага 2 и движения до станции зарядки – перейти к шагу 2; иначе – перейти к зарядке.

Дано:

	Литий-полимерная батарея	Блок суперконденсаторов
Отдаваемая мощность при движении	1 кВт	25 кВт
Мощность зарядного устройства	1 кВт	20 кВт
Масса	160 кг	50 кг
Предел аккумулируемой энергии	505 000 Дж	200 000 Дж
КПД мотора-колеса	45%	95%
Масса МЭТРа без источника энергии	50 кг	
Масса груза	50 кг	
Коэффициент трения качения	0,011	
Радиус колеса	0.1 м	
Расстояние между любыми пунктами	300 м	

Принять следующие допущения:

- Ускорение и торможение происходят мгновенно (без затрат энергии);
- Повороты в пунктах и на станции зарядки не требуют энергии;
- Движение происходит с максимальной скоростью, определяемой параметрами источника, по горизонтальной плоскости.

Форма ответа:

1. Привести промежуточные формулы;
2. Для каждого источника указать:
 - Количество перевезённых грузов к окончанию эксперимента;
 - Этап алгоритма, на котором находился робот в конце эксперимента.
3. Выбрать наилучший источник.

Решение

1. Введём переменные для всех величин:

Значение	Переменная
Отдаваемая мощность при движении	P_{mov}
Мощность зарядного устройства	P_{charge}
Масса	M_{batt}
Предел аккумулируемой энергии	E_{batt}
КПД мотора-колеса	η
Масса МЭТРа без источника энергии	M_{metr}
Масса груза	M_{box}
Коэффициент трения качения	k
Радиус колеса	R
Расстояние между любыми пунктами	S

2. Рассчитаем силу трения качения:

$$F_{empty} = \frac{(M_{batt} + M_{metr}) \cdot g}{R} \cdot k - \text{Без груза}$$

$$F_{full} = \frac{(M_{batt} + M_{metr} + M_{box}) \cdot g}{R} \cdot k - \text{С грузом}$$

3. Так как скорость максимальна, то вся мощность, которую способна отдавать батарея, уходит на преодоление сил трения. Таким образом можно получить формулу для расчета скорости передвижения:

$$V_{empty} = \frac{P_{mov} \cdot \eta}{F_{empty}} - \text{Без груза}$$

$$V_{full} = \frac{P_{mov} \cdot \eta}{F_{full}} - \text{С грузом}$$

4. С помощью полученных данных рассчитаем время перемещения между пунктом **З** и любым другим пунктом, а также затраченную на это работу. Учтём, что в пункт зарядки робот движется всегда без груза:

$$t_3 = \frac{S}{V_{empty}}$$

$$A_3 = \frac{F_{empty}}{\eta} \cdot S$$

5. Аналогичным образом рассчитаем время и работу для перемещения от пункта выдачи (**В**) к пункту разгрузки (**Р**) и наоборот:

$$t_{B-P} = \frac{S}{V_{full}}; \quad A_{B-P} = \frac{F_{full}}{\eta} \cdot S$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

6. По условию робот должен начать движение, только если сможет доехать до точки назначения, а потом добраться до станции зарядки. Рассчитаем количество энергии, которое для этого необходимо:

$$E_{reserve} = A_{B-P} + A_{P-B} + A_3$$

7. Время, которое будет затрачено на зарядку в самом начале эксперимента:

$$t_{charge} = \frac{E_{batt}}{P_{charge}}$$

8. Рассчитаем полученные величины для литий-полимерного источника питания

$$F_{empty} = 231 \text{ Н}$$

$$F_{full} = 286 \text{ Н}$$

$$V_{empty} = 1,95 \text{ м/с}$$

$$V_{full} = 1,57 \text{ м/с}$$

$$t_3 = 154 \text{ с}; \quad A_3 = 1,54 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$t_{B-P} = 191 \text{ с}; \quad A_{B-P} = 1,91 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

$$E_{reserve_3} = 3,45 \cdot 10^5 \text{ Дж}; \quad E_{reserve_5} = 3,08 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$t_{charge} = 505 \text{ с}$$

9. Узнаем количество грузов, которые будет способен перевезти МЭТР с литий-полимерным источником питания:

Всего времени на эксперимент, за вычетом зарядки:

$$T - t_{charge} = 30 \cdot 60 - 505 = 1295 \text{ с}$$

Перемещение $3 \rightarrow B$:

$$E_{metr} = 5,05 \cdot 10^5 - 1,54 \cdot 10^5 = 3,51 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 154 \text{ с} - \text{Время, прошедшее с выезда из станции зарядки}$$

Перемещение $B \rightarrow P$ и доставка первого груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 3,51 \cdot 10^5 - 3,45 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve} > 0 - \text{Ехать можно}$$

$$E_{metr} = 3,51 \cdot 10^5 - 1,91 \cdot 10^5 = 1,603 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 154 + 191 = 345 \text{ с}$$

Перемещение $P \rightarrow B$:

$$E_{metr} - E_{reserve_5} = 1,603 \cdot 10^5 - 3,08 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve} < 0 - \text{Ехать нельзя}$$

Перемещение P → 3:

$$E_{metr} = 1,603 \cdot 10^5 - 1,54 \cdot 10^5 = 6330 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 345 + 154 = 499 \text{ с}$$

Зарядка:

$$T_{зарядки} = \frac{5,05 \cdot 10^5 - 6333}{1000} = 499 \text{ с}$$

$$T_{цикл} = 499 + 499 = 998 \text{ с}$$

Узнаем, сколько таких циклов успеет совершить робот:

$$\frac{T - t_{charge}}{T_{цикл}} = 1,29 \rightarrow \text{робот точно успеет совершить 1 доставку}$$

Узнаем, где окажется робот на момент завершения эксперимента:

$$1295 - 998 - 154 - 191 = -48 \rightarrow \text{в процессе выполнения этапа 4}$$

Вывод: робот доставил 1 груз.

10. Рассчитаем полученные величины для блока суперконденсаторов:

$$F_{empty} = 110 \text{ Н}$$

$$F_{full} = 165 \text{ Н}$$

$$V_{empty} = 216 \text{ м/с}$$

$$V_{full} = 144 \text{ м/с}$$

$$t_3 = 1,39 \text{ с}; \quad A_3 = 3,474 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$t_{B-P} = 2,09 \text{ с}; \quad A_{B-P} = 5,21 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

$$E_{reserve_3} = 8,68 \cdot 10^4 \text{ Дж}; \quad E_{reserve_5} = 6,95 \cdot 10^4 \text{ Дж};$$

$$t_{charge} = 10 \text{ с}$$

11. Узнаем количество грузов, которые будет способен перевезти МЭТР с блоком суперконденсаторов:

Всего времени на эксперимент, за вычетом зарядки:

$$T - t_{charge} = 30 \cdot 60 - 10 = 1790 \text{ с}$$

Перемещение 3 → В:

$$E_{metr} = 2 \cdot 10^5 - 3,474 \cdot 10^4 = 1,65 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{\text{цикл}} = 1,39 \text{ с}$$

Перемещение В → Р и доставка первого груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 1,65 \cdot 10^5 - 8,68 \cdot 10^4 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve_3} > 0 - \text{Ехать можно}$$

$$E_{metr} = 1,65 \cdot 10^5 - 5,21 \cdot 10^4 = 1,13 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{\text{цикл}} = 1,39 + 2,09 = 3,48 \text{ с}$$

Перемещение Р → В:

$$E_{metr} - E_{reserve_5} = 1,13 \cdot 10^5 - 6,95 \cdot 10^4 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve_5} > 0 - \text{Ехать можно}$$

$$E_{metr} = 1,13 \cdot 10^5 - 3,474 \cdot 10^4 = 7,84 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$T_{\text{цикл}} = 1,39 + 3,48 = 4,87 \text{ с}$$

Перемещение В → Р и доставка второго груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 7,84 \cdot 10^4 - 8,68 \cdot 10^4 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve_3} < 0 - \text{Ехать нельзя}$$

Перемещение В → З:

$$E_{metr} = 7,84 \cdot 10^4 - 3,474 \cdot 10^4 = 4,37 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$T_{\text{цикл}} = 4,87 + 1,39 = 6,26 \text{ с}$$

Зарядка:

$$T_{\text{зарядки}} = \frac{2 \cdot 10^5 - 4,37 \cdot 10^4}{20000} = 7,82 \text{ с}$$

$$T_{\text{цикл}} = 6,26 + 7,82 = 14,08 \text{ с}$$

Узнаем, сколько таких циклов успеет совершить робот:

$$\frac{T - t_{charge}}{T_{\text{цикл}}} = 127,13$$

Узнаем, где окажется робот на момент завершения эксперимента:

$$1790 - 14,08 \cdot 127 - 1,39 - 2,09 = -1,64 \rightarrow \text{в процессе доставки груза}$$

Вывод: робот доставил 127 грузов.

Ответ: Литий-полимерная батарея – 1 груз, этап 4. Блок суперконденсаторов – 127 грузов, этап 4. Блок суперконденсаторов эффективнее.

ЗАДАНИЕ 2. Надавить и поехать (15 баллов).

При попытках сдвинуть ТЯПК-А оказалось, что МЭТР буксует и отлично роет землю. Это подходит под название платформы, но, к сожалению, совсем бесполезно в нашем случае.

Было принято решение перенести часть нагрузки с ТЯПКи на МЭТРа, чтобы увеличить силу трения его колес. Для этого робот будет упираться штоком в дно ТЯПКи, сжимая свою пружину (которая зачем-то там уже была) на какую-то величину. Рассчитайте эту величину и передайте выездной группе, пока они не закопались окончательно.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Найти минимальную величину сжатия пружины МЭТРа, при которой его колеса не будут проскальзывать при старте движения. Все три колеса приводные, одинаковые и имеют сферическую форму, причем радиус пятна контакта с поверхностью невероятно мал. ТЯПК-А - прямоугольная платформа на четырех парах колес, расположенных по углам. Шток МЭТРа касается платформы в геометрическом центре прямоугольника.

Дано:

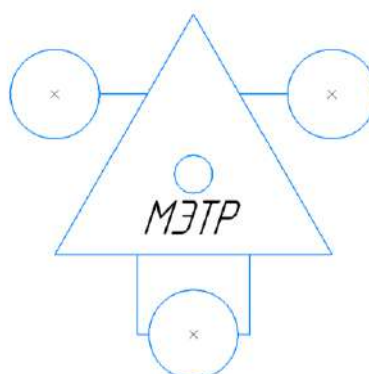
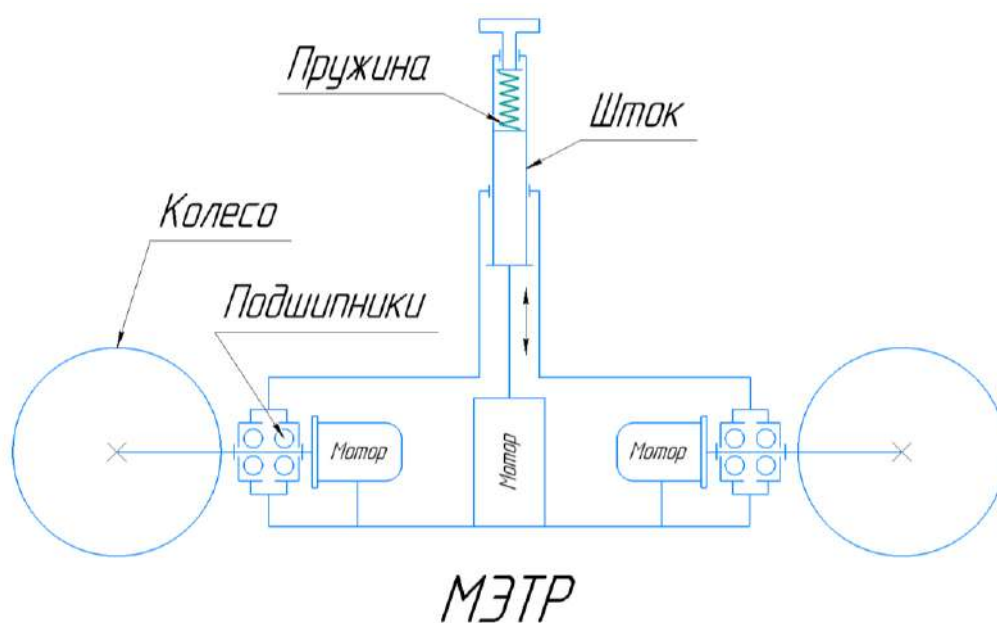
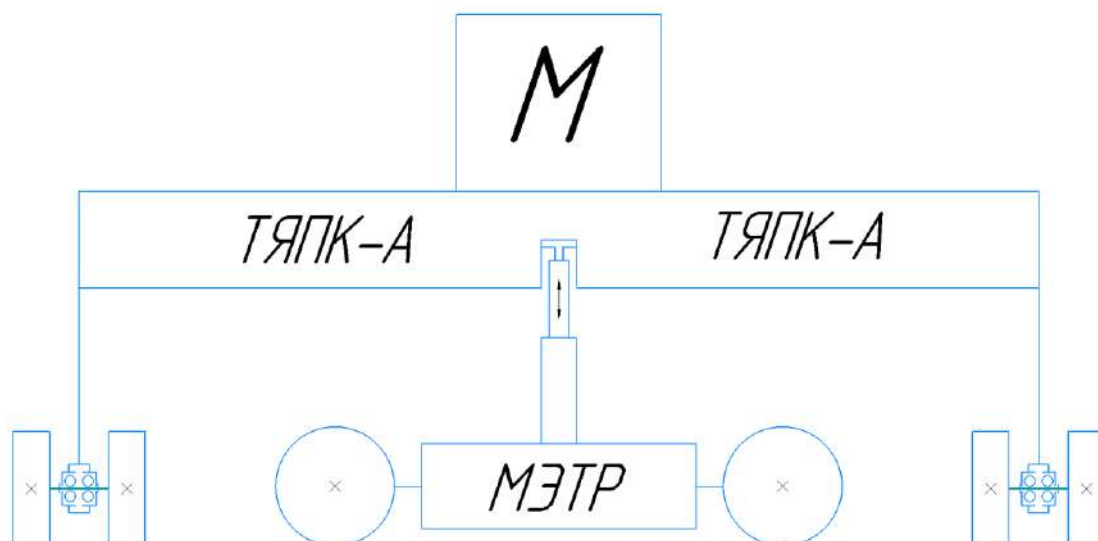
Коэффициент трения покоя	$k_{\text{тп}} = 0.75$
Коэффициент трения скольжения	$k_{\text{тс}} = 0.6$
Жесткость пружины	$k_{\text{пр}} = 25000 \text{ Н/м}$
Диаметр колеса	$D = 2 \text{ м}$
Радиус пятна контакта	$r = 15 \text{ см}$
Масса МЭТРа	$m_{\text{м}} = 834 \text{ кг}$
Масса ТЯПК-А с грузом	$m_{\text{т}} = 2.8 \text{ т}$
Вращающий момент, создаваемый на валу колеса	$M_{\text{к}} = 8000 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Принять следующие допущения:

1. Все колеса МЭТРа расположены симметрично относительно штока;
2. Вся конструкция имеет многократно большую жесткость, чем пружина в направлении рабочего сжатия;
3. Вал колеса МЭТРа прикреплен к центру сферы;
4. В исходном состоянии МЭТР неподвижен, колёса не вращаются;
5. Поверхность пола горизонтальна.

Форма ответа:

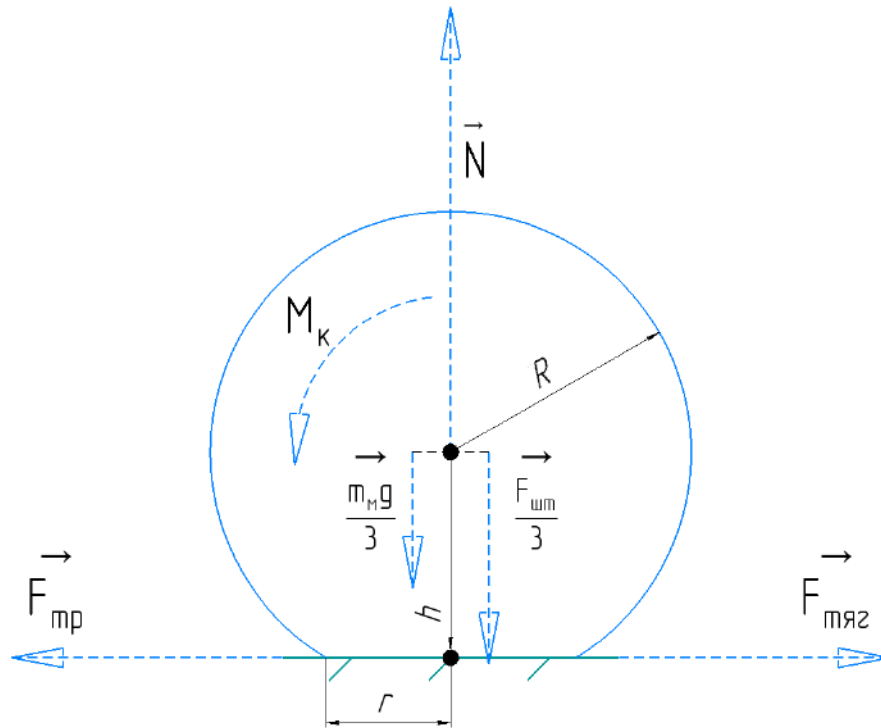
1. Предоставьте рисунок, на котором будут изображены колесо МЭТРа в контакте с полом и все силы, относящиеся к взаимодействию данных двух тел;
2. Предоставьте формулу расчета минимальной величины поджатия штока в общем виде с использованием переменных, представленных в задании;
3. Предоставьте численный результат расчетов в миллиметрах. Результат округлите до первых трех значащих цифр.



Упрощенная кинематическая модель МЭТРa в составе малой загруженной ТЯПК-А представлена на рисунке ниже.

Решение

1. Построим рисунок, где отобразим колесо в контакте с полом и все силы, которые будут на него действовать.



Момент M_k создаёт тяговую силу $F_{тяги}$, которая приложена к точке контакта колеса с полом. Ей противодействует сила трения $F_{тр}$, численно равная тяговой. По вертикальной оси на колесо действует сила реакции опоры N , которая численно равна сумме веса мэтра и силы поджатия штока $F_{шт}$, деленной на 3 (так как колеса всего 3 и нагрузка распределена между ними равномерно)

2. Найдём силу сжатия штока.

$$h = \sqrt{\frac{D^2}{4} - r^2}$$

$$F_{тяги} = F_{тр} \rightarrow \frac{M_k}{h} = N \cdot k_{тп} \rightarrow N = \frac{M_k}{k_{тп} \cdot h}$$

$$N = \frac{m_m \cdot g + F_{шт}}{3} \rightarrow F_{шт} = \frac{3 \cdot M_k}{k_{тп} \cdot h} - m_m \cdot g$$

3. Найдём величину сжатия пружины

$$F_{шт} = k_{пр} \cdot \Delta l \rightarrow \Delta l = \frac{3 \cdot M_k}{k_{тп} \cdot k_{пр} \cdot h} - \frac{m_m \cdot g}{k_{пр}}$$

$$\Delta l = \frac{3 \cdot 8000}{0,75 \cdot 25000 \cdot 0,989} - \frac{834 \cdot 10}{25000} = 0,961 \text{ м}$$

Ответ: 961 мм.

ЗАДАНИЕ 3. ХАХ (30 баллов).

Химически активный хладагент (ХАХ) состоит из двух компонентов: реагента и накопителя. После смешения компонентов раз в 20 минут происходит реакция, в ходе которой часть реагента превращается в накопитель за счёт аккумулированного ХАХом тепла, причем на время реакции теплообмен между раствором и другими телами останавливается. Реакция происходит очень быстро, и останавливается только когда раствор остынет до 100К, или когда закончится реагент.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Подобрать массы компонентов ХАХ так, чтобы в течение первого часа работы МЭТРа его температура оставалась в пределах от 190 К до 245 К.

Дано:

Удельная теплоемкость реагента	$100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость накопителя	$5000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость МЭТРа	$500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость реакции	$8000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
Масса МЭТРа	100 кг
Выделяемое при работе тепло	1000 Вт
Начальная температура всех тел	200 К

Принять следующие допущения:

1. Теплообмен между всеми телами в системе происходит мгновенно;
2. Теплотери в окружающую среду отсутствуют;
3. Компоненты ХАХа смешиваются, заправляются в МЭТР и эксперимент сразу начинается;
4. При реакции масса реагента, превращённая в накопитель, сохраняется (общая масса ХАХ неизменна).

Форма ответа:

1. Укажите выбранные массы компонентов ХАХа в кг;
2. Приведите промежуточные формулы;
3. Рассчитайте минимальную и максимальную температуру МЭТРа для всего эксперимента в кельвинах, округлив до трех значащих цифр.

Решение

1. Введём обозначения для заданных в условиях величин

Значение	Переменная
Удельная теплоемкость реагента	ρ_p
Удельная теплоемкость накопителя	ρ_n
Удельная теплоемкость МЭТРа	ρ_m
Удельная теплоемкость реакции	$\theta_{p-ции}$
Масса МЭТРа	m_m
Выделяемое при работе тепло	P
Начальная температура всех тел	$T_{нач}$
Масса реагента	m_p
Масса накопителя	m_n
Суммарная масса превращенного реагента	$m_{p-ции}$

2. Рассчитаем температуру, до которой разогреется вся система тел непосредственно перед первой реакцией

Найдём изначальную теплоту, которой обладает система:

$$Q_{нач} = ((m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m) \cdot T_{нач}$$

$$Q_{нагр} = P \cdot 20 \cdot 60 - \text{Накопленная за 20 минут теплота}$$

$$T = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр}}{(m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} - \text{Температура перед реакцией}$$

3. Рассчитаем, какая температура установится сразу после реакции

Доступная для реакции теплота

$$Q_{дост} = ((m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n) \cdot (T - 100)$$

$$X_{p-ции} = \frac{Q_{дост}}{\theta_{p-ции} + 100 \cdot (\rho_n - \rho_p)} - \text{Количество реагента, перешедшего в накопитель}$$

Проверим, что полученная масса преобразовавшегося вещества не превышает изначальную массу реагента. В ином случае примем равной массе реагента.

$$Q_{ост} = X_{p-ции} \cdot \theta_{p-ции} - \text{Теплота, затраченная на преобразование вещества}$$

$$m_{p-ции} = m_{p-ции} + X_{p-ции}$$

$$T' = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр} - Q_{ост}}{(m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m}$$

4. Подберём значения масс компонентов ХАХа. К примеру, пусть:

$$m_p = 3 \text{ кг}; m_n = 1 \text{ кг}$$

I отметка 20 минут:

$$T_1 = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр}}{m_p \cdot \rho_p + m_n \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 221,7 \text{ К}$$

$$m_{p-ции} = X_{p-ции 1} = 1,29 \text{ кг}$$

$$T'_1 = \frac{Q_{\text{нач}} + Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1}}{(m_p - m_{p\text{-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p\text{-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 199 \text{ К}$$

II отметка 40 минут:

$$T_2 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1}}{(m_p - m_{p\text{-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p\text{-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 218 \text{ К}$$

$$m_{p\text{-ции}} = X_{p\text{-ции } 1} + X_{p\text{-ции } 2} = 1,29 + 1,71 = 3 \text{ кг}$$

$$T'_2 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2}}{(m_p - m_{p\text{-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p\text{-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 191,9 \text{ К}$$

III отметка 60 минут:

$$T_3 = \frac{Q_{\text{нач}} + 3 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2}}{(m_p - m_{p\text{-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p\text{-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 209 \text{ К}$$

$$m_{p\text{-ции}} = X_{p\text{-ции } 1} + X_{p\text{-ции } 2} + X_{p\text{-ции } 3} = 1,29 + 1,71 + 0 = 3 \text{ кг}$$

$$T'_3 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2} - Q_{\text{ост } 3}}{(m_p - m_{p\text{-ции}}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p\text{-ции}}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 209 \text{ К}$$

Возможный ответ: $m_p = 3 \text{ кг}$; $m_n = 1 \text{ кг}$; $T_{\text{max}} = 222 \text{ К}$; $T_{\text{min}} = 192 \text{ К}$;

ЗАДАНИЕ 4. Лазерная навигация (10 баллов).

В результате прошедших испытаний было установлено, что при загрузке ХАХа и работе в реальных условиях МЭТР довольно больно переезжает ноги обслуживающему персоналу. Было оперативно решено установить на робота датчики обратной связи. Мне, как искину, нравятся лазеры. Пожалуйста, подкрепите мою идею датчика расчетами, похожими на человеческие.

Искин проекта "ТЯПК-А"

Задача:

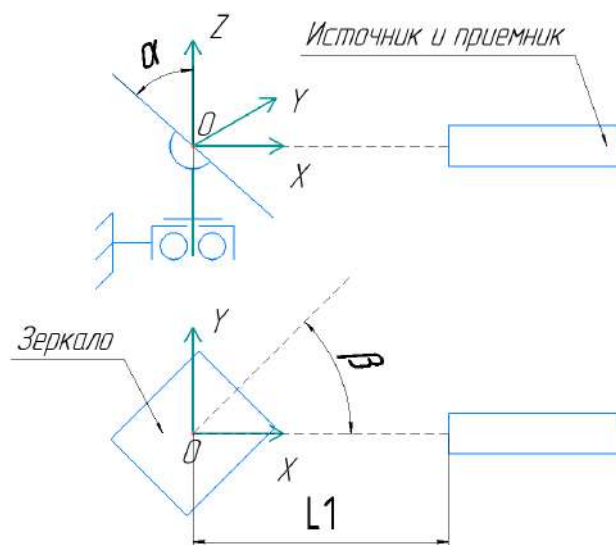
Лазерный сканер (лидар) МЭТРa, работающий по принципу TOF, измеряет расстояние до объекта для предотвращения столкновений и корректной навигации. На основе измеренных данных необходимо определить координаты точки (X, Y, Z) в декартовой системе координат, где центр совпадает с геометрическим центром зеркала.

Алгоритм работы лидара TOF:

1. Зеркало поворачивается на заданный угол;
2. Излучатель генерирует импульс, фиксируется время его испускания;
3. Импульс отражается от зеркала, затем от объекта и возвращается;
4. Приемник принимает импульс, фиксируется время его окончания;
5. Рассчитываются координаты XYZ точки в пространстве.

Дано:

Скорость света	$3 \cdot 10^8$ м/с
Время между испусканием и приемом	$7,75 \cdot 10^{-7}$ с
Угол наклона α	45°
Угол поворота β	0°
Расстояние L1	$8 \cdot 10^{-3}$ м



Принять следующие допущения:

1. Рассеянием в окружающей среде и любыми преломлениями пренебречь;
2. Считать, что зарегистрированное время – время между окончанием испускания и окончанием приема импульса.

Форма ответа:

1. Приведите промежуточные формулы;
2. Укажите координаты X, Y, Z в метрах с точностью до двух знаков после запятой.

Решение

1. Найдём путь, который прошёл лазерный луч от центра зеркала до объекта

$$S = \frac{t \cdot c}{2} - L1$$

2. Найдём координату Z:

Исходя из рисунка угол падения = угол отражения = угол наклона α .

Угол между осью Z и лучом будет составлять $90 - 2 \cdot \alpha$.

$$Z = S \cdot \cos(90 - 2 \cdot \alpha)$$

3. Найдём координаты X, Y:

Проекция луча на плоскость XOY:

$$S_{xy} = S \cdot \sin(90 - 2 \cdot \alpha)$$

$$X = S_{xy} \cdot \cos(\beta)$$

$$Y = S_{xy} \cdot \sin(\beta)$$

Ответ: $X = 0$ м; $Y = 0$ м; $Z = 116,24$ м

ЗАДАНИЕ 5. Пора двигаться дальше (30 баллов).

МЭТРы с ТЯПК-Ами, ХАХами и ТОФами зарекомендовали себя, и прототипы отправляются в производство. Я вижу, как формируется заявление о твоем переводе в другой город, на другую должность. Это последний раз, когда я могу тебе что-то передать. Пусть это будет проект, который каждый раз появляется в моих снах.

ИскИн Тяпкина.

Задача:

Космический лифт состоит из станции, вращающейся по орбите вокруг планеты в плоскости экватора, и троса, соединяющего её с поверхностью.

Рассчитать минимальную массу станции, при которой она будет оставаться неподвижной относительно точки закрепления на планете.

Дано:

Радиус планеты	$6.378 \cdot 10^3 \text{ м}$
Масса планеты	$5.972 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Длина троса	$1,01 \cdot 10^8 \text{ м}$
Удельная масса троса	0.45 кг/м
Гравитационная постоянная	$6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$

Принять следующие допущения:

1. Гравитационным влиянием искусственных тел друг на друга и на планету, а также других астрономических тел на всю систему пренебречь;
2. Трос разделить на три равных отрезка для простоты расчетов. Каждый из них представить как материальную точку в середине его длины, соединенную с другими телами невесомыми нерастяжимыми нитями.
3. Трос натянут строго по нормали к поверхности планеты
4. Период оборота планеты вокруг своей оси равен 24 ч.

Форма ответа:

1. Нарисуй систему планета - космический лифт, на которой будут указаны линейные скорости, расстояния и все силы;
2. Приведи промежуточные формулы расчетов;
3. Укажи минимальную массу станции в кг, округли до первых трех значащих цифр.

Решение

4. Введём обозначения для заданных в условиях величин

Значение	Переменная
Радиус планеты	R
Масса планеты	M
Длина троса	l
Удельная масса троса	σ
Масса станции	$m_{\text{ст}}$

5. Найдём все силы, действующие на станцию:

T – сила натяжения троса

$m_{\text{ст}} \cdot a_{\text{ст}}$ – сила притяжения станции к планете

$m_{\text{тпи}} \cdot a_{\text{тпи}}$ – сила притяжения отрезка троса к планете

$$a_{\text{ст}} = G \cdot \frac{M}{(R + l)^2}$$

$$a_{\text{тпи}} = G \cdot \frac{M}{(R + (i \cdot 2 + 1) \cdot l/6)^2}$$

$$m_{\text{тпи}} = \frac{l \cdot \sigma}{3}$$

Результирующая сила F такова, что каждый объект получает своё центростремительное ускорение:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} \rightarrow a_{\text{ц}} = \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot r$$

$$F_0 = m_{\text{тп0}} \cdot a_{\text{тп0}} - T1 = m_{\text{тп0}} \cdot \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot r, \text{ следовательно:}$$

$$T1 = m_{\text{тп0}} \cdot (a_{\text{тп0}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l/6))$$

$$T2 = m_{\text{тп1}} \cdot (a_{\text{тп1}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l/2)) + T1$$

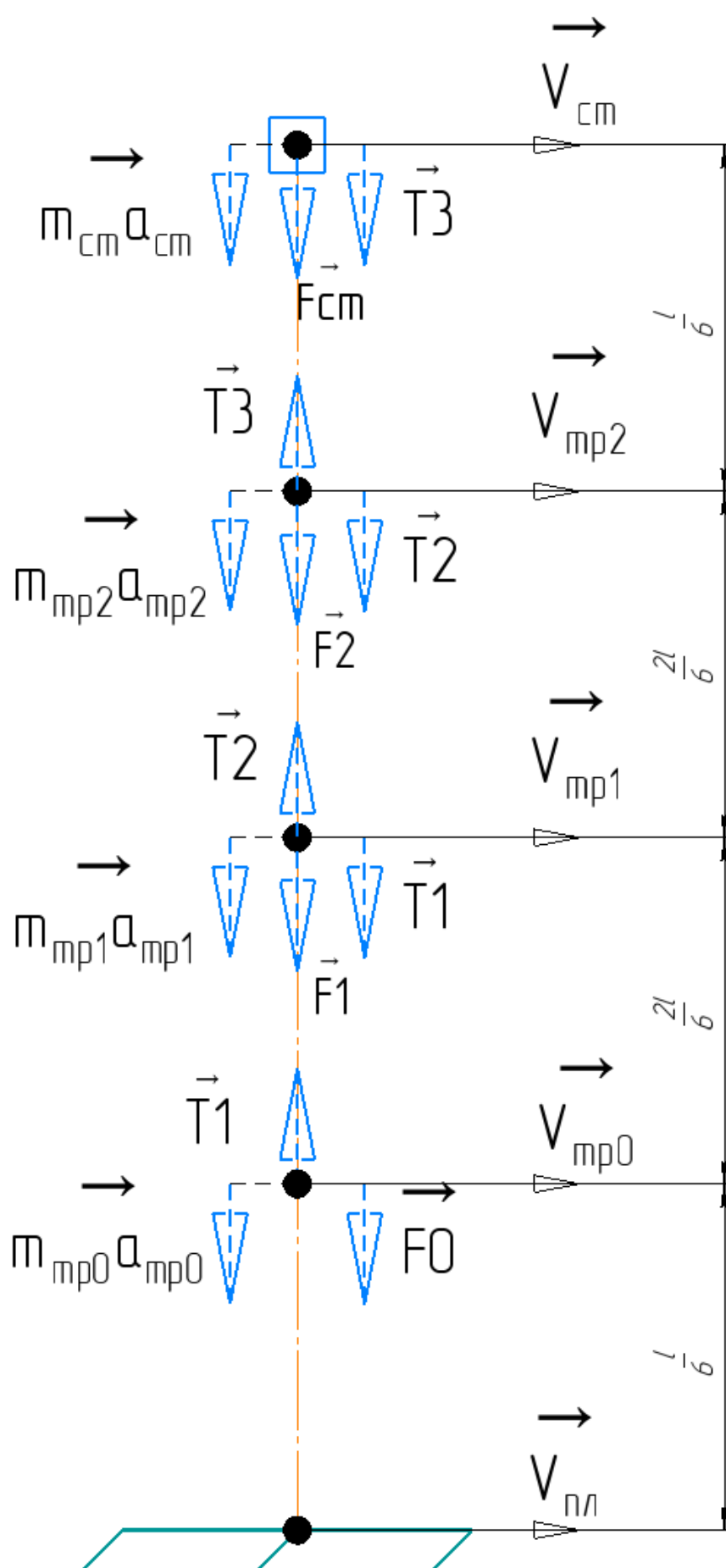
$$T3 = m_{\text{тп2}} \cdot (a_{\text{тп2}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + 5 \cdot l/6)) + T1 + T2$$

$$F_{\text{ст}} = m_{\text{ст}} \cdot a_{\text{ст}} + T3 = m_{\text{ст}} \cdot \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l)$$

6. Найдём необходимую массу

$$m_{\text{ст}} = \frac{T3}{a_{\text{ст}} + \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l)}$$

Ответ: $2,5 \cdot 10^7$ кг



***Товарищ!** От лица Коллектива поздравляем с прохождением всех тестов и с переездом в комплекс Челомей! Только не забывайте, что ВСЯ информация тут секретна и не подлежат обсуждению с кем-либо!*

Кратко введу в курс дела. Наше подразделение работает над революцией в сфере снабжения, призванной раз и навсегда решить проблемы надорванных спин, неправильно доставленных грузов и путаницы на складе.

Мобильный электрический тяговый робот (МЭТР), это автономный трехколесный робот с выдвижным штоком, который предназначен для перемещения грузов по территории производственного комплекса в соответствии с маршрутной картой.

Несколько МЭТРов могут собираться для коллективной работы в составе транспортной ячейки переменной конфигурации модели А (ТЯПК-А), чтобы перемещать массивные и габаритные грузы

Вообще вас направили к нам как нельзя кстати, проект на стадии прототипирования, скоро будут проходить первые испытания и рук совершенно не хватает. Заступаете сегодня в дежурство, инструкции пришлет ИскИн.

3.Б. Изначально платформа была спроектирована для окучивания картошки в промышленных масштабах (модель И), отсюда появилось название и необходимость взять ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$

ЗАДАНИЕ 1. Энергетический модуль (25 баллов).

Коллеги из О5 закончили испытания двух принципиально разных энергетических модулей: литий-полимерной батареи и блока суперконденсаторов. Нам разрешено выбрать, как приоритетному проекту, какой источник использовать в своем прототипе. Решить нужно немедленно. Поручаю эту задачу вам как дежурному физику.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Определить, с каким источником питания МЭТР сможет доставить больше грузов за 30 минут, перемещая их из пункта В (выдача) в пункт Р (разгрузка).

Алгоритм работы:

1. Зарядка до 100% в пункте З
2. Перемещение в пункт В и захват груза
3. Если оставшейся энергии достаточно для завершения шага 4 и движения до станции зарядки – перейти к шагу 4; иначе – перейти к зарядке.
4. Транспортировка груза в Р и разгрузка
5. Если оставшейся энергии достаточно для завершения шага 2 и движения до станции зарядки – перейти к шагу 2; иначе – перейти к зарядке.

Дано:

	Литий-полимерная батарея	Блок суперконденсаторов
Отдаваемая мощность при движении	2 кВт	25 кВт
Мощность зарядного устройства	3 500 Вт	1 000 Вт
Масса	60 кг	150 кг
Предел аккумулируемой энергии	950 000 Дж	680 000 Дж
КПД мотора-колеса	75%	95%
Масса МЭТРа без источника энергии	100 кг	
Масса груза	1000 кг	
Коэффициент трения качения	0,011	
Радиус колеса	0.15 м	
Расстояние между любыми пунктами	400 м	

Принять следующие допущения:

- Ускорение и торможение происходят мгновенно (без затрат энергии);
- Повороты в пунктах и на станции зарядки не требуют энергии;
- Движение происходит с максимальной скоростью, определяемой параметрами источника, по горизонтальной плоскости.

Форма ответа:

1. Привести промежуточные формулы;
2. Для каждого источника указать:
 - Количество перевезённых грузов к окончанию эксперимента;
 - Этап алгоритма, на котором находился робот в конце эксперимента.
3. Выбрать наилучший источник.

Решение

1. Введём переменные для всех величин:

Значение	Переменная
Отдаваемая мощность при движении	P_{mov}
Мощность зарядного устройства	P_{charge}
Масса	M_{batt}
Предел аккумулируемой энергии	E_{batt}
КПД мотора-колеса	η
Масса МЭТРа без источника энергии	M_{metr}
Масса груза	M_{box}
Коэффициент трения качения	k
Радиус колеса	R
Расстояние между любыми пунктами	S

2. Рассчитаем силу трения качения:

$$F_{empty} = \frac{(M_{batt} + M_{metr}) \cdot g}{R} \cdot k - \text{Без груза}$$

$$F_{full} = \frac{(M_{batt} + M_{metr} + M_{box}) \cdot g}{R} \cdot k - \text{С грузом}$$

3. Так как скорость максимальна, то вся мощность, которую способна отдавать батарея, уходит на преодоление сил трения. Таким образом можно получить формулу для расчета скорости передвижения:

$$V_{empty} = \frac{P_{mov} \cdot \eta}{F_{empty}} - \text{Без груза}$$

$$V_{full} = \frac{P_{mov} \cdot \eta}{F_{full}} - \text{С грузом}$$

4. С помощью полученных данных рассчитаем время перемещения между пунктом **З** и любым другим пунктом, а также затраченную на это работу. Учтём, что в пункт зарядки робот движется всегда без груза:

$$t_3 = \frac{S}{V_{empty}}$$

$$A_3 = \frac{F_{empty}}{\eta} \cdot S$$

5. Аналогичным образом рассчитаем время и работу для перемещения от пункта выдачи (**В**) к пункту разгрузки (**Р**) и наоборот:

$$t_{B-P} = \frac{S}{V_{full}}; \quad A_{B-P} = \frac{F_{full}}{\eta} \cdot S$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

6. По условию робот должен начать движение, только если сможет доехать до точки назначения, а потом добраться до станции зарядки. Рассчитаем количество энергии, которое для этого необходимо:

$$E_{reserve} = A_{B-P} + A_{P-B} + A_3$$

7. Время, которое будет затрачено на зарядку в самом начале эксперимента:

$$t_{charge} = \frac{E_{batt}}{P_{charge}}$$

8. Рассчитаем полученные величины для литий-полимерного источника питания

$$F_{empty} = 117 \text{ Н}$$

$$F_{full} = 851 \text{ Н}$$

$$V_{empty} = 12,8 \text{ м/с}$$

$$V_{full} = 1,76 \text{ м/с}$$

$$t_3 = 31,3 \text{ с}; \quad A_3 = 6,26 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$t_{B-P} = 227 \text{ с}; \quad A_{B-P} = 4,54 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$t_{P-B} = t_3; \quad A_{P-B} = A_3$$

$$E_{reserve_3} = 5,16 \cdot 10^5 \text{ Дж}; \quad E_{reserve_5} = 1,25 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$t_{charge} = 271 \text{ с}$$

9. Узнаем количество грузов, которые будет способен перевезти МЭТР с литий-полимерным источником питания:

Всего времени на эксперимент, за вычетом зарядки:

$$T - t_{charge} = 30 \cdot 60 - 271 = 1529 \text{ с}$$

Перемещение $3 \rightarrow B$:

$$E_{metr} = 9,5 \cdot 10^5 - 6,26 \cdot 10^4 = 8,87 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 31,3 \text{ с} - \text{Время, прошедшее с выезда из станции зарядки}$$

Перемещение $B \rightarrow P$ и доставка первого груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 8,87 \cdot 10^5 - 5,16 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve} > 0 - \text{Ехать можно}$$

$$E_{metr} = 8,87 \cdot 10^5 - 4,54 \cdot 10^5 = 4,34 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 31,3 + 227 = 258,3 \text{ с}$$

Перемещение $P \rightarrow B$:

$$E_{metr} - E_{reserve_5} = 4,34 \cdot 10^5 - 1,25 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve} > 0 - \text{Ехать можно}$$

$$E_{metr} = 4,34 \cdot 10^5 - 6,26 \cdot 10^4 = 3,71 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{\text{цикл}} = 31,3 + 258,3 = 289,6 \text{ с}$$

Перемещение В → Р и доставка второго груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 3,71 \cdot 10^5 - 5,16 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve} < 0 - \text{Ехать нельзя}$$

Перемещение Р → З:

$$E_{metr} = 3,71 \cdot 10^5 - 6,26 \cdot 10^4 = 3,09 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{\text{цикл}} = 31,3 + 289,6 = 320,9 \text{ с}$$

Зарядка:

$$T_{\text{зарядки}} = \frac{9,5 \cdot 10^5 - 3,09 \cdot 10^5}{3500} = 183 \text{ с}$$

$$T_{\text{цикл}} = 320,9 + 183 = 503,9 \text{ с}$$

Узнаем, сколько таких циклов успеет совершить робот:

$$\frac{T - t_{\text{charge}}}{T_{\text{цикл}}} = 3,03 \rightarrow \text{робот точно успеет совершить 3 доставки}$$

Узнаем, где окажется робот на момент завершения эксперимента:

$$1529 - 503,9 \cdot 3 - 31,3 = -14 \rightarrow \text{в процессе выполнения этапа 2}$$

Вывод: робот доставил 3 груза.

10. Рассчитаем полученные величины для блока суперконденсаторов:

$$F_{\text{empty}} = 183 \text{ Н}$$

$$F_{\text{full}} = 917 \text{ Н}$$

$$V_{\text{empty}} = 129 \text{ м/с}$$

$$V_{\text{full}} = 25,9 \text{ м/с}$$

$$t_3 = 3,09 \text{ с}; \quad A_3 = 7,72 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$t_{\text{В-Р}} = 15,4 \text{ с}; \quad A_{\text{В-Р}} = 3,86 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$t_{\text{Р-В}} = t_3; \quad A_{\text{Р-В}} = A_3$$

$$E_{\text{reserve}_3} = 4,63 \cdot 10^5 \text{ Дж}; \quad E_{\text{reserve}_5} = 1,54 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$t_{\text{charge}} = 680 \text{ с}$$

11. Узнаем количество грузов, которые будет способен перевезти МЭТР с блоком суперконденсаторов:

Всего времени на эксперимент, за вычетом зарядки:

$$T - t_{charge} = 30 \cdot 60 - 680 = 1120 \text{ с}$$

Перемещение З → В:

$$E_{metr} = 6,8 \cdot 10^5 - 7,72 \cdot 10^4 = 6,03 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 3,09 \text{ с}$$

Перемещение В → Р и доставка первого груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 6,03 \cdot 10^5 - 4,63 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve_3} > 0 - \text{Ехать можно}$$

$$E_{metr} = 6,03 \cdot 10^5 - 3,86 \cdot 10^5 = 2,17 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 3,09 + 15,4 = 18,49 \text{ с}$$

Перемещение Р → В:

$$E_{metr} - E_{reserve_5} = 2,17 \cdot 10^5 - 1,54 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve_5} > 0 - \text{Ехать можно}$$

$$E_{metr} = 2,17 \cdot 10^5 - 7,72 \cdot 10^4 = 1,4 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 3,09 + 18,49 = 21,58 \text{ с}$$

Перемещение В → Р и доставка второго груза:

$$E_{metr} - E_{reserve_3} = 1,4 \cdot 10^5 - 4,63 \cdot 10^5 \rightarrow E_{metr} - E_{reserve_3} < 0 - \text{Ехать нельзя}$$

Перемещение В → З:

$$E_{metr} = 1,4 \cdot 10^5 - 7,72 \cdot 10^4 = 6,25 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$T_{цикл} = 3,09 + 21,58 = 24,67 \text{ с}$$

Зарядка:

$$T_{зарядки} = \frac{6,8 \cdot 10^5 - 6,25 \cdot 10^4}{1000} = 617 \text{ с}$$

$$T_{цикл} = 617 + 7,82 = 641,7 \text{ с}$$

Узнаем, сколько таких циклов успеет совершить робот:

$$\frac{T - t_{charge}}{T_{цикл}} = 1,74$$

Узнаем, где окажется робот на момент завершения эксперимента:

$$1120 - 641,7 - 3,09 - 15,4 - 3,09 - 3,09 = -163 \rightarrow \text{в процессе зарядки}$$

Вывод: робот доставил 2 груза.

4. **Ответ: Литий-полимерная батарея – 3 груза, этап 2. Блок суперконденсаторов – 2 груза, этап 4. Литий-полимерная батарея эффективнее.**

ЗАДАНИЕ 2. Надавить и поехать (15 баллов).

При попытках сдвинуть ТЯПК-А оказалось, что МЭТР буксует и отлично роет землю. Это подходит под название платформы, но, к сожалению, совсем бесполезно в нашем случае.

Было принято решение перенести часть нагрузки с ТЯПКи на МЭТРа, чтобы увеличить силу трения его колес. Для этого робот будет упираться штоком в дно ТЯПКи, сжимая свою пружину (которая зачем-то там уже была) на какую-то величину. Рассчитайте эту величину и передайте выездной группе, пока они не закопались окончательно.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Найти минимальную величину сжатия пружины МЭТРа, при которой его колеса не будут проскальзывать при старте движения. Все три колеса приводные, одинаковые и имеют сферическую форму, причем радиус пятна контакта с поверхностью невероятно мал. ТЯПК-А - прямоугольная платформа на четырех парах колес, расположенных по углам. Шток МЭТРа касается платформы в геометрическом центре прямоугольника.

Дано:

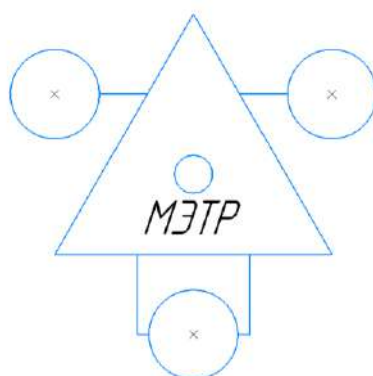
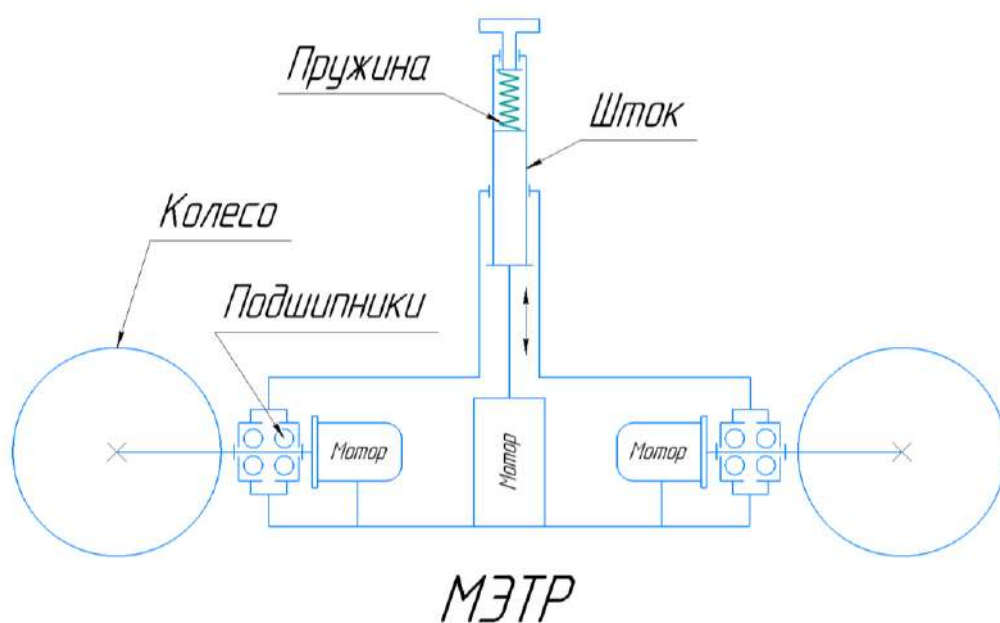
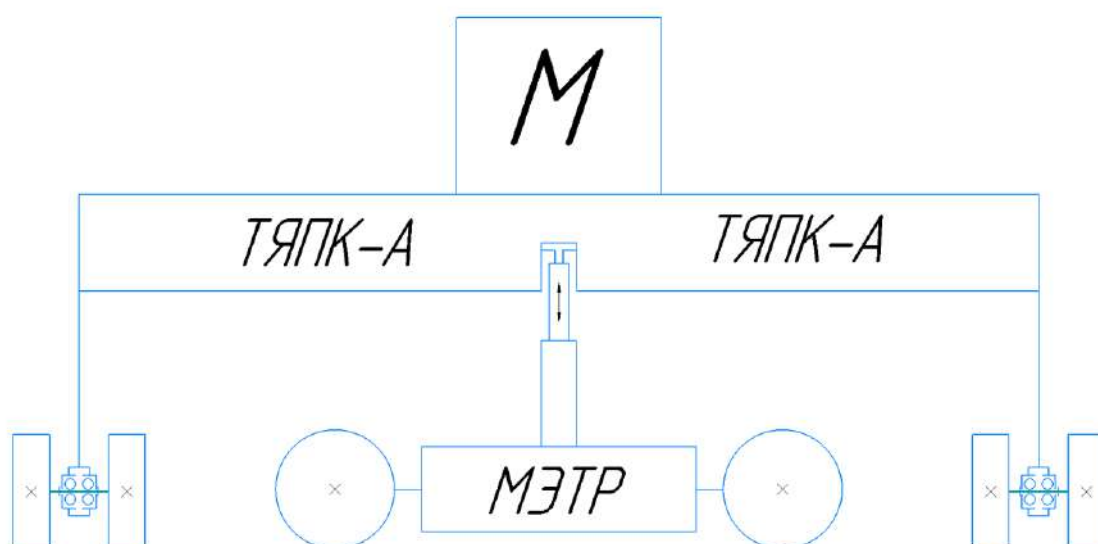
Коэффициент трения покоя	$k_{\text{ТП}} = 0.9$
Коэффициент трения скольжения	$k_{\text{ТС}} = 0.6$
Жесткость пружины	$k_{\text{пр}} = 4000 \text{ Н/м}$
Диаметр колеса	$D = 1 \text{ м}$
Радиус пятна контакта	$r = 5 \text{ см}$
Масса МЭТРа	$m_{\text{м}} = 100 \text{ кг}$
Масса ТЯПК-А с грузом	$m_{\text{т}} = 12.4 \text{ т}$
Вращающий момент, создаваемый на валу колеса	$M_{\text{к}} = 8000 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Принять следующие допущения:

1. Все колеса МЭТРа расположены симметрично относительно штока;
2. Вся конструкция имеет многократно большую жесткость, чем пружина в направлении рабочего сжатия;
3. Вал колеса МЭТРа прикреплен к центру сферы;
4. В исходном состоянии МЭТР неподвижен, колёса не вращаются;
5. Поверхность пола горизонтальна.

Форма ответа:

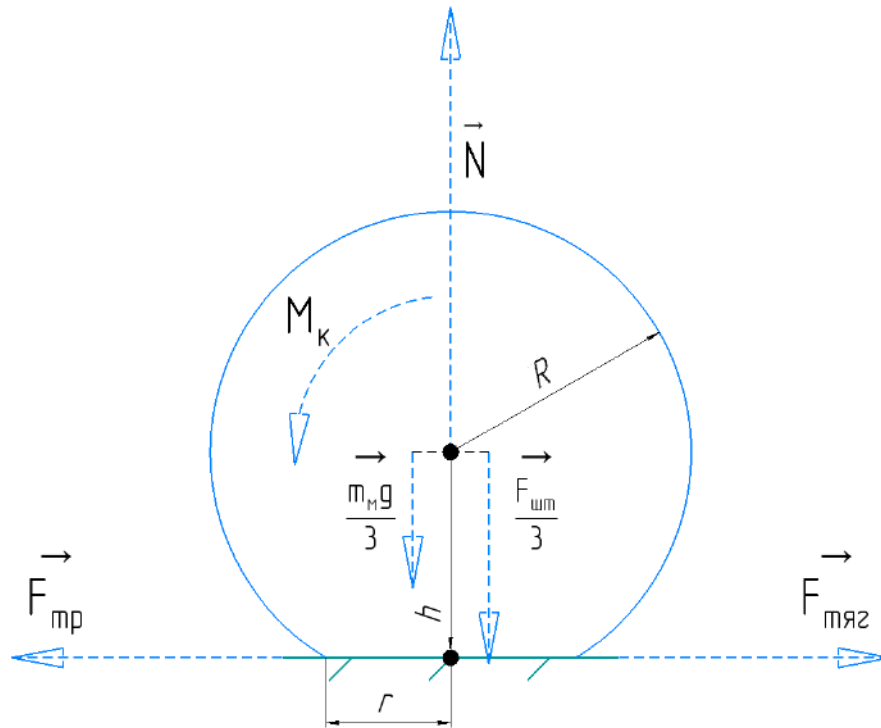
1. Предоставьте рисунок, на котором будут изображены колесо МЭТРа в контакте с полом и все силы, относящиеся к взаимодействию данных двух тел;
2. Предоставьте формулу расчета минимальной величины поджатия штока в общем виде с использованием переменных, представленных в задании;
3. Предоставьте численный результат расчетов в миллиметрах. Результат округлите до первых трех значащих цифр.



Упрощенная кинематическая модель МЭТРa в составе малой загруженной ТЯПК-А представлена на рисунке ниже.

Решение

1. Построим рисунок, где отобразим колесо в контакте с полом и все силы, которые будут на него действовать.



Момент M_k создаёт тяговую силу $F_{тяги}$, которая приложена к точке контакта колеса с полом. Ей противодействует сила трения $F_{тр}$, численно равная тяговой. По вертикальной оси на колесо действует сила реакции опоры N , которая численно равна сумме веса мэтра и силы поджатия штока $F_{шт}$, деленной на 3 (так как колеса всего 3 и нагрузка распределена между ними равномерно)

2. Найдём силу сжатия штока.

$$h = \sqrt{\frac{D^2}{4} - r^2}$$

$$F_{тяги} = F_{тр} \rightarrow \frac{M_k}{h} = N \cdot k_{тп} \rightarrow N = \frac{M_k}{k_{тп} \cdot h}$$

$$N = \frac{m_m \cdot g + F_{шт}}{3} \rightarrow F_{шт} = \frac{3 \cdot M_k}{k_{тп} \cdot h} - m_m \cdot g$$

3. Найдём величину сжатия пружины

$$F_{шт} = k_{пр} \cdot \Delta l \rightarrow \Delta l = \frac{3 \cdot M_k}{k_{тп} \cdot k_{пр} \cdot h} - \frac{m_m \cdot g}{k_{пр}}$$

$$\Delta l = \frac{3 \cdot 8000}{0,9 \cdot 4000 \cdot 0,497} - \frac{100 \cdot 10}{4000} = 13,151 \text{ м}$$

Ответ: 13 100 мм.

ЗАДАНИЕ 3. ХАХ (30 баллов).

Химически активный хладагент (ХАХ) состоит из двух компонентов: реагента и накопителя. После смешения компонентов раз в 20 минут происходит реакция, в ходе которой часть реагента превращается в накопитель за счёт аккумулированного ХАХом тепла, причем на время реакции теплообмен между раствором и другими телами останавливается. Реакция происходит очень быстро, и останавливается только когда раствор остынет до 100К, или когда закончится реагент.

ИскИн проекта "ТЯПК-А"

Задача:

Подобрать массы компонентов ХАХ так, чтобы в течение первого часа работы МЭТРа его температура оставалась в пределах от 150 К до 300 К.

Дано:

Удельная теплоемкость реагента	$10 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость накопителя	$1000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость МЭТРа	$500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Удельная теплоемкость реакции	$2000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$
Масса МЭТРа	200 кг
Выделяемое при работе тепло	2000 Вт
Начальная температура всех тел	250 К

Принять следующие допущения:

1. Теплообмен между всеми телами в системе происходит мгновенно;
2. Теплотери в окружающую среду отсутствуют;
3. Компоненты ХАХа смешиваются, заправляются в МЭТР и эксперимент сразу начинается;
4. При реакции масса реагента, превращённая в накопитель, сохраняется (общая масса ХАХ неизменна).

Форма ответа:

1. Укажите выбранные массы компонентов ХАХа в кг;
2. Приведите промежуточные формулы;
3. Рассчитайте минимальную и максимальную температуру МЭТРа для всего эксперимента в кельвинах, округлив до трех значащих цифр.

Решение

1. Введём обозначения для заданных в условиях величин

Значение	Переменная
Удельная теплоемкость реагента	ρ_p
Удельная теплоемкость накопителя	ρ_n
Удельная теплоемкость МЭТРа	ρ_m
Удельная теплоемкость реакции	$\theta_{p-ции}$
Масса МЭТРа	m_m
Выделяемое при работе тепло	P
Начальная температура всех тел	$T_{нач}$
Масса реагента	m_p
Масса накопителя	m_n
Суммарная масса превращенного реагента	$m_{p-ции}$

2. Рассчитаем температуру, до которой разогреется вся система тел непосредственно перед первой реакцией

Найдём изначальную теплоту, которой обладает система:

$$Q_{нач} = ((m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m) \cdot T_{нач}$$

$$Q_{нагр} = P \cdot 20 \cdot 60 - \text{Накопленная за 20 минут теплота}$$

$$T = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр}}{(m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} - \text{Температура перед реакцией}$$

3. Рассчитаем, какая температура установится сразу после реакции

Доступная для реакции теплота

$$Q_{дост} = ((m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n) \cdot (T - 100)$$

$$X_{p-ции} = \frac{Q_{дост}}{\theta_{p-ции} + 100 \cdot (\rho_n - \rho_p)} - \text{Количество реагента, перешедшего в накопитель}$$

Проверим, что полученная масса преобразовавшегося вещества не превышает изначальную массу реагента. В ином случае примем равной массе реагента.

$$Q_{ост} = X_{p-ции} \cdot \theta_{p-ции} - \text{Теплота, затраченная на преобразование вещества}$$

$$m_{p-ции} = m_{p-ции} + X_{p-ции}$$

$$T' = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр} - Q_{ост}}{(m_p - m_{p-ции}) \cdot \rho_p + (m_n + m_{p-ции}) \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m}$$

4. Подберём значения масс компонентов ХАХа. К примеру, пусть:

$$m_p = 10 \text{ кг} ; m_n = 10 \text{ кг}$$

I отметка 20 минут:

$$T_1 = \frac{Q_{нач} + Q_{нагр}}{m_p \cdot \rho_p + m_n \cdot \rho_n + m_m \cdot \rho_m} = 271,8 \text{ К}$$

$$m_{p-ции} = X_{p-ции 1} = 10 \text{ кг}$$

$$T'_1 = \frac{Q_{\text{нач}} + Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1}}{(m_{\text{р}} - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_{\text{р}} + (m_{\text{н}} + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_{\text{н}} + m_{\text{м}} \cdot \rho_{\text{м}}} = 249 \text{ К}$$

II отметка 40 минут:

$$T_2 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1}}{(m_{\text{р}} - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_{\text{р}} + (m_{\text{н}} + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_{\text{н}} + m_{\text{м}} \cdot \rho_{\text{м}}} = 269 \text{ К}$$

$$m_{\text{р-ции}} = X_{\text{р-ции } 1} + X_{\text{р-ции } 2} = 10 + 0 = 10 \text{ кг}$$

$$T'_2 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2}}{(m_{\text{р}} - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_{\text{р}} + (m_{\text{н}} + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_{\text{н}} + m_{\text{м}} \cdot \rho_{\text{м}}} = 269 \text{ К}$$

III отметка 60 минут:

$$T_3 = \frac{Q_{\text{нач}} + 3 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2}}{(m_{\text{р}} - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_{\text{р}} + (m_{\text{н}} + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_{\text{н}} + m_{\text{м}} \cdot \rho_{\text{м}}} = 289 \text{ К}$$

$$m_{\text{р-ции}} = X_{\text{р-ции } 1} + X_{\text{р-ции } 2} + X_{\text{р-ции } 3} = 10 + 0 + 0 = 10 \text{ кг}$$

$$T'_3 = \frac{Q_{\text{нач}} + 2 \cdot Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{ост } 1} - Q_{\text{ост } 2} - Q_{\text{ост } 3}}{(m_{\text{р}} - m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_{\text{р}} + (m_{\text{н}} + m_{\text{р-ции}}) \cdot \rho_{\text{н}} + m_{\text{м}} \cdot \rho_{\text{м}}} = 289 \text{ К}$$

Возможный ответ: $m_{\text{р}} = 10 \text{ кг}$; $m_{\text{н}} = 10 \text{ кг}$; $T_{\text{max}} = 289 \text{ К}$; $T_{\text{min}} = 249 \text{ К}$;

ЗАДАНИЕ 4. Лазерная навигация (10 баллов).

В результате прошедших испытаний было установлено, что при загрузке ХАХа и работе в реальных условиях МЭТР довольно больно переезжает ноги обслуживающему персоналу. Было оперативно решено установить на робота датчики обратной связи. Мне, как искину, нравятся лазеры. Пожалуйста, подкрепите мою идею датчика расчетами, похожими на человеческие.

Искин проекта "ТЯПК-А"

Задача:

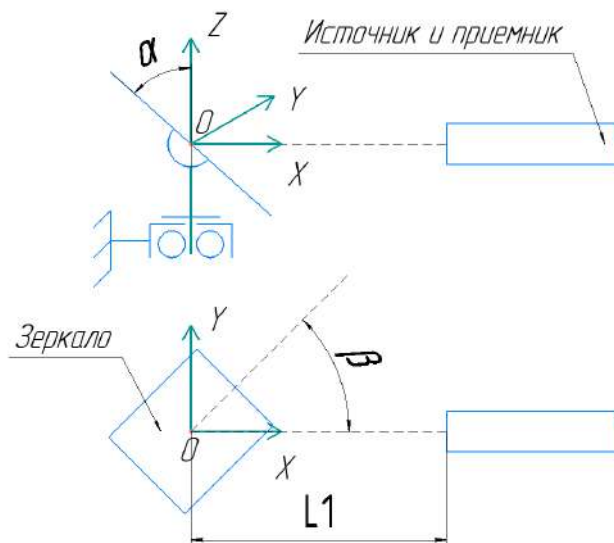
Лазерный сканер (лидар) МЭТРa, работающий по принципу TOF, измеряет расстояние до объекта для предотвращения столкновений и корректной навигации. На основе измеренных данных необходимо определить координаты точки (X, Y, Z) в декартовой системе координат, где центр совпадает с геометрическим центром зеркала.

Алгоритм работы лидара TOF:

1. Зеркало поворачивается на заданный угол;
2. Излучатель генерирует импульс, фиксируется время его испускания;
3. Импульс отражается от зеркала, затем от объекта и возвращается;
4. Приемник принимает импульс, фиксируется время его окончания;
5. Рассчитываются координаты XYZ точки в пространстве.

Дано:

Скорость света	$3 \cdot 10^8$ м/с
Время между испусканием и приемом	$14 \cdot 10^{-6}$ с
Угол наклона α	60°
Угол поворота β	60°
Расстояние L1	$8,3 \cdot 10^{-3}$ м



Принять следующие допущения:

1. Рассеянием в окружающей среде и любыми преломлениями пренебречь;
2. Считать, что зарегистрированное время – время между окончанием испускания и окончанием приема импульса.

Форма ответа:

1. Приведите промежуточные формулы;
2. Укажите координаты X, Y, Z в метрах с точностью до двух знаков после запятой.

Решение

1. Найдём путь, который прошёл лазерный луч от центра зеркала до объекта

$$S = \frac{t \cdot c}{2} - L1$$

2. Найдём координату Z:

Исходя из рисунка угол падения = угол отражения = угол наклона α .

Угол между осью Z и лучом будет составлять $90 - 2 \cdot \alpha$.

$$Z = S \cdot \cos(90 - 2 \cdot \alpha)$$

3. Найдём координаты X, Y:

Проекция луча на плоскость XOY:

$$S_{xy} = S \cdot \sin(90 - 2 \cdot \alpha)$$

$$X = S_{xy} \cdot \cos(\beta)$$

$$Y = S_{xy} \cdot \sin(\beta)$$

Ответ: $X = -525$ м; $Y = -909,32$ м; $Z = 1819$ м

ЗАДАНИЕ 5. Пора двигаться дальше (30 баллов).

МЭТРы с ТЯПК-Ами, ХАХами и ТОФами зарекомендовали себя, и прототипы отправляются в производство. Я вижу, как формируется заявление о твоем переводе в другой город, на другую должность. Это последний раз, когда я могу тебе что-то передать. Пусть это будет проект, который каждый раз появляется в моих снах.

ИскИн Тяпкина.

Задача:

Космический лифт состоит из станции, вращающейся по орбите вокруг планеты в плоскости экватора, и троса, соединяющего её с поверхностью.

Рассчитать минимальную массу станции, при которой она будет оставаться неподвижной относительно точки закрепления на планете.

Дано:

Радиус планеты	$6.378 \cdot 10^3 \text{ м}$
Масса планеты	$5.972 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Длина троса	$5 \cdot 10^7 \text{ м}$
Удельная масса троса	0.893 кг/м
Гравитационная постоянная	$6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$

Принять следующие допущения:

1. Гравитационным влиянием искусственных тел друг на друга и на планету, а также других астрономических тел на всю систему пренебречь;
2. Трос разделить на три равных отрезка для простоты расчетов. Каждый из них представить как материальную точку в середине его длины, соединенную с другими телами невесомыми нерастяжимыми нитями.
3. Трос натянут строго по нормали к поверхности планеты
4. Период оборота планеты вокруг своей оси равен 24 ч.

Форма ответа:

1. Нарисуй систему планета - космический лифт, на которой будут указаны линейные скорости, расстояния и все силы;
2. Приведи промежуточные формулы расчетов;
3. Укажи минимальную массу станции в кг, округли до первых трех значащих цифр.

Решение

4. Введём обозначения для заданных в условиях величин

Значение	Переменная
Радиус планеты	R
Масса планеты	M
Длина троса	l
Удельная масса троса	σ
Масса станции	$m_{\text{ст}}$

5. Найдём все силы, действующие на станцию:

T – сила натяжения троса

$m_{\text{ст}} \cdot a_{\text{ст}}$ – сила притяжения станции к планете

$m_{\text{тпи}} \cdot a_{\text{тпи}}$ – сила притяжения отрезка троса к планете

$$a_{\text{ст}} = G \cdot \frac{M}{(R + l)^2}$$

$$a_{\text{тпи}} = G \cdot \frac{M}{(R + (i \cdot 2 + 1) \cdot l/6)^2}$$

$$m_{\text{тпи}} = \frac{l \cdot \sigma}{3}$$

Результирующая сила F такова, что каждый объект получает своё центростремительное ускорение:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} \rightarrow a_{\text{ц}} = \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot r$$

$$F_0 = m_{\text{тп0}} \cdot a_{\text{тп0}} - T1 = m_{\text{тп0}} \cdot \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot r, \text{ следовательно:}$$

$$T1 = m_{\text{тп0}} \cdot (a_{\text{тп0}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l/6))$$

$$T2 = m_{\text{тп1}} \cdot (a_{\text{тп1}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l/2)) + T1$$

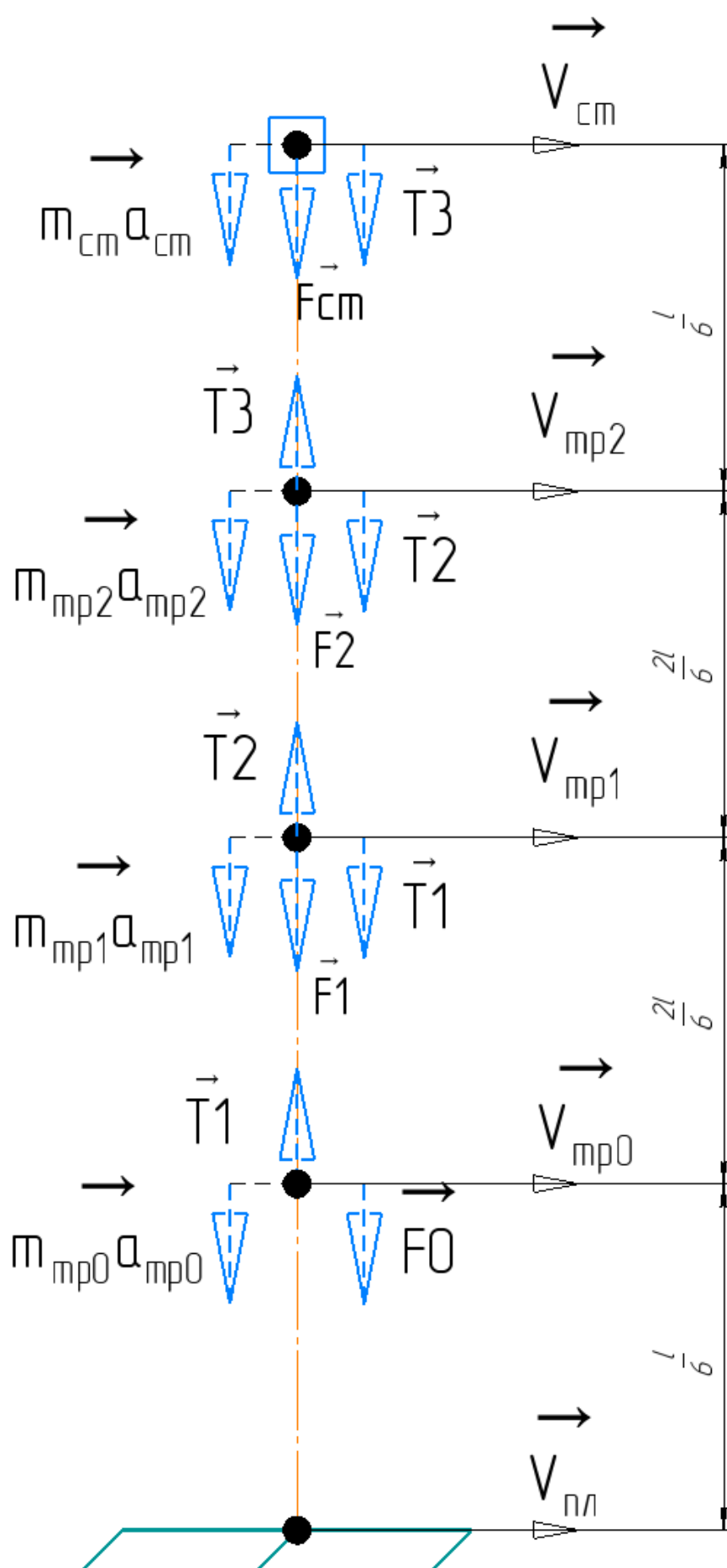
$$T3 = m_{\text{тп2}} \cdot (a_{\text{тп2}} - \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + 5 \cdot l/6)) + T1 + T2$$

$$F_{\text{ст}} = m_{\text{ст}} \cdot a_{\text{ст}} + T3 = m_{\text{ст}} \cdot \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l)$$

6. Найдём необходимую массу

$$m_{\text{ст}} = \frac{T3}{a_{\text{ст}} + \left(\frac{\pi}{43200} \right)^2 \cdot (R + l)}$$

Ответ: $8,77 \cdot 10^8$ кг



Задание 1

Критерий	Стоимость
Правильно указано количество перевезенных грузов для первого источника	5
Правильно указано количество перевезенных грузов для второго источника	5
Правильно определен этап алгоритма, на котором закончился эксперимент для первого источника	5
Правильно определен этап алгоритма, на котором закончился эксперимент для второго источника	5
Наилучший источник выбран правильно	2
Приведены промежуточные формулы и выполнен хотя бы один критерий выше	3
Всего	25

Ответы на задание 1

Вариант	I	II	III	IV
Грузы, доставленные с li-ro	2	2	1	3
Грузы, доставленные с конденсат.	0	0	127	2
Конечный этап с li-ro	4	1	4	2
Конечный этап с конденсат.	1	1	4	4
Лучший вариант	с li-ro	с li-ro	с конд.	с li-ro

Задание 2

Критерий	Стоимость
К задаче приложен рисунок	2
На рисунке указаны все силы	6
Результирующая формула расчета минимальной величины эквивалентна формуле в решебнике	5
Численный ответ верен	2
Всего	15

Ответы на задание 2

Вариант	I	II	III	IV
Численный ответ	379 мм	270 мм	961 мм	13100 мм
Формула	$\Delta l = \frac{3 \cdot M_k}{k_{\text{тп}} \cdot k_{\text{пр}} \cdot h} - \frac{m_m \cdot g}{k_{\text{пр}}}$			

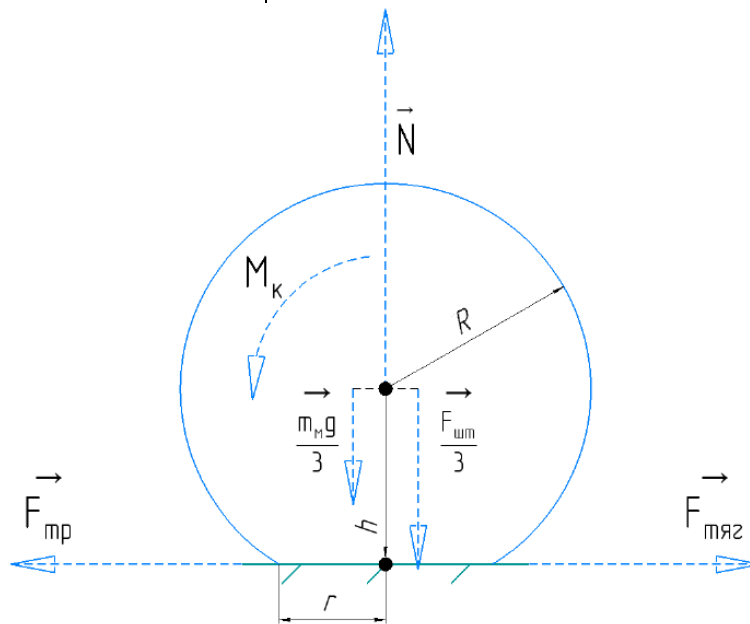


Рисунок к заданию 2

Задание 3

Критерий	Стоимость
Выбранные массы компонентов подходят для решения задачи	20
Минимальная и максимальная температуры указаны верно	5
Приведены промежуточные формулы и выполнен хотя бы один критерий выше	5
Всего	30

Задание 4

Критерий	Стоимость
Правильно указаны координаты X, Y, Z	7
Приведены промежуточные формулы и выполнен хотя бы один критерий выше	3
Всего	10

Ответы на задание 4

Вариант	I	II	III	IV
X	12,37 м	0	0	-525 м
Y	21,43 м	0	0	-909,32 м
Z	42,86 м	116,24 м	116,24 м	1819 м

Задание 5

Критерий	Стоимость
Приведен рисунок	4
На рисунке правильно указаны силы	6
На рисунке правильно указаны линейные скорости и расстояния	6
Численный ответ верен	10
Приведены промежуточные формулы и выполнен хотя бы один критерий выше	4
Всего	30

Ответы на задание 5

Вариант	I	II	III	IV
Численный ответ	$3,18 \cdot 10^7$ кг	$4,18 \cdot 10^7$	$2,5 \cdot 10^7$ кг	$8,77 \cdot 10^8$ кг

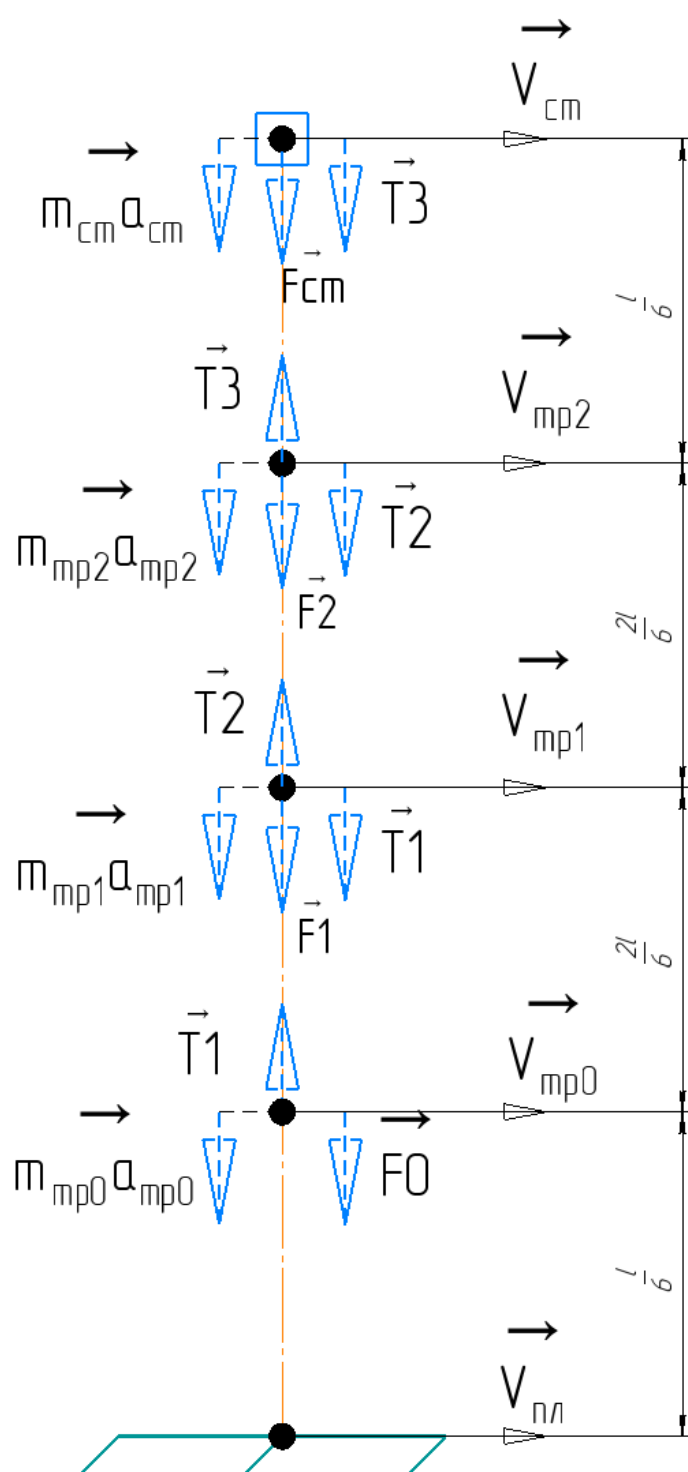


Рисунок к заданию 5