Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Экономика»
заключительный этап
2022-2023 учебный год
10-11 классы

Решения

Задача 1

ВВП = потребительские расходы (C) + валовые инвестиционные расходы (I) + государственные закупки (G) + чистый экспорт (Xn).

Таким образом, величина чистого экспорта определяется как разность валового внутреннего продукта (5000 млрд. руб.) и суммы потребительских расходов (3000 млрд. руб.), инвестиций (500 млрд. руб.) и государственных закупок товаров и услуг (900 млрд. руб.).

Чистый экспорт = 5000 – (3000 + 500 + 900) = 600 млрд. руб. Располагаемый доход домашних хозяйств распадается на потребительские расходы и сбережения, т. е.

Располагаемый доход = Потребительские расходы + Сбережения.

Сбережения домашних хозяйств направляются на финансовый рынок, из него – к фирмам в виде инвестиций либо государству в виде займов, если сальдо госбюджета отрицательно. Если сальдо положительно, то государство, как и домашние хозяйства, обеспечивает приток средств на финансовый рынок, которые направляются на инвестиции. Следовательно, располагаемый доход в нашем случае равен сумме потребительских расходов (3000 млрд. руб.) и инвестиций (500 млрд. руб.) за минусом сальдо государственного бюджета (20 млрд. руб.).

Располагаемый доход = 3000 + 500 – 20 = 3480 млрд. руб.

Чистые налоги равны государственным закупкам товаров и услуг (900 млрд. руб.) плюс сальдо государственного бюджета (20 млрд. руб.).

Чистые налоги = 900 + 20 = 920 млрд. руб.

Частные сбережения равны инвестициям (500 млрд. руб.) за минусом сальдо государственного бюджета (20 млрд. руб.).

Частные сбережения = 500 – 20 = 480 млрд. руб.

*Ответ*ы:

а) Чистый экспорт = 600 млрд. руб.;
б) чистые налоги = 920 млрд. руб.;
в) располагаемый доход = 3480 млрд. руб.;
г) частные сбережения = 480 млрд. руб.

Задача 2

а) $y_1 = 100 - x_1^2$, $y_2 = 10 - x_2$. Сложим эти две кривые производственных возможностей аналитически: Допустим, $x = x_1 + x_2$, а $y = y_1 + y_2$, тогда $y = 110 - x_1^2 - x_2$. При условии, что $x_2 = x - x_1$: $y = -x_1^2 + x_1 - x + 110 \rightarrow \max$, при $x < 10$ и $x < x$.

При $x \leq 0{,}5$, то $x_1 = x$:

$$y = -x^2 + x - x + 110$$

$y = 110 - x^2$.

При $0{,}5 < x < 10{,}5$, то $x_1 = 0{,}5$:

$y = -0{,}25 + 0{,}5 - x + 110$ => $y = 110{,}25 - x$.

При $20 > x > 10{,}5$, то $x_1 = x - 10$:

$y = -(x-10)^2 + x - 10 - x + 110$ => $y = -x^2 + 20x$.

Таким образом,

$$y = 110 - x^2, \text{при } 0 \le x \le 0{,}5$$

$y = 110{,}25 - x,$ при $0{,}5 \le x \le 10{,}5$

$y = -x^2 + 20x,$ при $10{,}5 \le x \le 20$.

Если кирпичи (х) и цемент (у) потребляются в соотношении 1:14 соответственно, то уравнение потребления имеет вид: $y = 14x$. Найдем пересечения уравнения потребления с уравнением кривой производственных возможностей: $14x = 110{,}25 - x$ => **x = 7,35 , y = 102,9**.

б) По условию, $P_x = 2,$ а $P_y = 1,$ тогда каждую единицу х мы обмениваем на две единицы у. Следовательно, наклон кривой торговых возможностей равен 2 => кривая торговых возможностей имеет вид: $y = 121 - 2x$. В таком случае: $14x = 121 - 2x$ => **x = 7,56 y = 105,88**

Задача 3.

а) Функции спроса первой группы и второй группы имеет вид соответственно: $Q_1^d = 50 - P_1, Q_2^d = 100 - 2P_2$. Сложим их по горизонтали (так как производитель не дискриминирует по цене): $Q^d = 150 - 3P$, тогда обратная функция спроса будет иметь вид: $P^d = 50 - \frac{1}{3}Q$. Выпишем функцию прибыли фирмы: $\Pi(Q) = -\frac{4}{3}Q^2 + 50Q \rightarrow \max$; - это парабола (ветви вниз), следовательно максимум в вершине. Найдем Q-координаты вершины: $Q = 18{,}75$, тогда Р = 43,75. Прибыль равна 468,75 ед.

б) При условии, что производитель уже дискриминирует по цене, а спрос второй группы потребителей теперь имеет вид $Q_2^d = 37{,}5 - \frac{1}{8}P_2$, выпишем функцию прибыли фирмы-монополиста: $\Pi(Q_1; Q_2) = -Q_1^2 + 50Q_1 - 8Q_2^2 + 300Q_2 - (Q_1 + Q_2)^2$ => $\Pi(Q_1; Q_2) = -2Q_1^2 + Q_1(50 - 2Q_2) - 9Q_2^2 + 300Q_2$. Рассмотрим данную функцию, как функцию от одной переменной Q_1, а также зафиксируем Q_2. Тогда это парабола (ветви вниз) => максимум в вершине. Найдем Q_1-координаты вершины: $Q_1 = \frac{50-2Q_2}{4} = 12{,}5 - 0{,}5Q_2$. Подставим данное значение в функцию прибыли от Q_1 и Q_2: $\Pi(Q_2) = -2(12{,}5 - 0{,}5Q_2)^2 + 4(12{,}5 - 0{,}5Q^2) \quad - 9Q_2^2 + 300Q_2$ =>

=> $\Pi(Q_2) = -5Q_2^2 + 100Q_2 \rightarrow \max$; парабола (ветви вниз), следовательно, максимум в вершине. Найдем Q_2-координаты вершины: $Q_2 = 10$ => $Q_1 = 7{,}5$ => П = 3000. Прибыль увеличилась на 2531,25 ед.

Задача 4

а) Обратная функция спроса на товар имеет вид $P^d = 1000 - 2Q$ => $P^d = 1000 - 2Q_р - 2Q_д$. Выпишем прибыль фирмы **«**Ромео**»:**

$П(Q_р) = -4Q_р^2 + Q_р(980 - 2Q_д) \rightarrow$ max – парабола (ветви вниз) => максимум в вершине. Найдем Q-координаты вершины: $Q_р = \frac{980-2Q_д}{8}$. Так как функции издержек обеих фирм схожи, то и Q-координаты вершины зеркальны: $Q_д = \frac{980-2Q_р}{8}$ => $Q_р = 0{,}5(980 - 8Q_д)$ => $0{,}5(980 - 8Q_д) = \frac{980-2Q_д}{8}$ => $Q_д = 98, Q_р = 98$. Общее потребление товара **«**Счастье**»:**

Q = 196

б) Теперь функция предложения (с учетом потоварной субсидии 50 д.е. каждой фирме) выглядит так (для фирмы **«**Ромео**»)**: $П(Q_р) = -4Q_р^2 + Q_р(1030 - 2Q_д) \rightarrow$ max; – это парабола (ветви вниз), следовательно, максимум в вершине. Найдем Q-координаты вершины: $Q_р = \frac{1030-2Q_д}{8}$. Так как функции издержек обеих фирм схожи (и потоварные субсидии одинаковы), то и Q-координаты вершины зеркальны: $Q_д = \frac{1030-2Q_р}{8}$ => $Q_р = 0{,}5(1030 - 8Q_д)$ => $0{,}5(1030 - 8Q_д) = \frac{1030-2Q_д}{8}$ => $Q_д = 103, Q_р = 103$. Общее потребление товара **«**Счастье**»:**

Q = 206

в) При условии, что на рынке товара «Счастье» установилась совершенная конкуренция, теперь обе фирмы являются ценополучателями, следовательно, принимают цену, как заданную. Тогда функцию прибыли фирмы **«**Ромео**»** можно записать так: $П_р = Q_р P - 2Q_р^2 - 20Q_р \rightarrow$ max, это парабола (ветви вниз) => максимум в вершине. Найдем Q-координаты вершины: $Q_р = \frac{P-20}{4}$, аналогично, $Q_д = \frac{P-20}{4}$ – это и есть функции предложения каждой из фирм в зависимости от цены на товар **«**Счастье**»**. Сложим две функции предложения по горизонтали, тогда общая функция предложения имеет вид: $Q^s = \frac{P-20}{2}$. Найдем равновесие на рынке совершенной конкуренции товара «Счастье» $\frac{P-20}{2} = 500 - 0{,}5P$ => $1000 - P = P - 20$, **P = 510, Q = 245**.

Задача 5

а) Если функция индивидуальных предпочтений **каждого** человека имеет одинаковый вид: $\boldsymbol{u = 2 * x * y}$, то функция предпочтений для всего населения будет такой же. Обозначим ее так: $U = 2 * x * y$.

Нам известно, что $P_x = 10$ д. е., $P_y = 5$ д. е., доход одного человека равен 160 д.е., значит доход всего населения равен 32000 д.е. (200 человек * 160 д.е.). Тогда функция бюджетного ограничения будет иметь вид (при условии, что доход полностью тратится на покупку картофеля и мяса): $10 * x + 5 * y = 32000$, то есть: $y = 6400 - 2x$.

Подставим функцию бюджетного ограничения в функцию полезности:

$U = 2 * x * (6400 - 2 * x)$ => $U = -4x^2 + 12800x \rightarrow$ max, при 0 < x < 3200; – парабола (ветви вниз), следовательно, максимум - в вершине параболы. $x_{\text{верш}} = 1600$, тогда $y = 3200$. Следовательно, в городе Эмске будет потреблено **1600 кг. картофеля и 3200 кг. мяса**.

б) Теперь цена на картофель будет зависеть от покупаемого количества, тогда функцию бюджетного ограничения можно записать: $x^3 + 5y = 32000$ => $y = 6400 - 0{,}2x^3$. Подставим функцию бюджетного ограничения в функцию полезности: $U = 2 * x * (6400 - 0{,}2x^3)$ => $U = -0{,}4x^4 + 12800x \rightarrow$ max, при 0 < x < 31,75 (приблизит.); возьмем производную от функции полезности: $U' = -1{,}6x^3 + 12800$. Найдем критические точки: $x_{\text{крит}} = 20$. Значение производной при x > 20 меньше нуля, значение производной при x < 20 больше нуля => x = 20 – максимум. Тогда население города Эмска потребит **20 кг. картофеля и 4800 кг. мяса**.

в) Фирма-монополист максимизирует свою прибыль. Для того, чтобы узнать, какую цену и объем выпуска выберет монополист, нужно узнать спрос на его товар.

Функция бюджетного ограничения теперь имеет вид: $y = 6400 - \frac{P_x}{5} * x$, подставляя ее в функцию полезности получаем: $U = 2 * x * (6400 - \frac{P_x}{5} * x)$ => $U = -\frac{2*P_x}{5} * x^2 + 12800 * x \rightarrow$ max, при 0 < x < $\frac{32000}{P_x}$; – парабола (ветви вниз) => максимум - в вершине параболы. $x_{\text{верш}} = \frac{16000}{P_x}$ – это и есть функция спроса на картофель. Выпишем функцию прибыли монополиста: $\Pi(x) = 16000 - x^2 + 2x - 5$ => $\Pi(x) = -x^2 + 2x + 15995 \rightarrow$ max, при 0 < x < $\frac{32000}{P_x}$; – парабола (ветви вниз), следовательно, максимум в вершине. $x_{\text{верш}} = 1$ => $P_x = 16000$ => y = 3200. Тогда жители города Энска потребят **1 кг. картофеля и 3200 кг. мяса**.