

## Межрегиональные предметные олимпиады КФУ

профиль «Экономика»

заключительный этап

2023-2024 учебный год

10-11 классы

### 1. Хлеб – всему голова (5 баллов).

Фермер произвел 10 кг зерна (стоимость семян равнялась нулю). Из них 8 кг он продал мельнику по 1 руб. за килограмм, а 2 кг оставил на запасы, чтобы посеять в следующем году. Мельник произвел 8 кг муки, из которых 7 кг продал пекарю по 2 руб. за килограмм, а 1 кг оставил себе на запас. Пекарь произвел 7 кг хлеба и продал его по 3 руб. за килограмм.

Подсчитайте ВВП методом добавленной стоимости.

**Решение.** Добавленная стоимость – это разница между выручкой фирмы от продажи своей продукции и стоимостью промежуточных продуктов, приобретенных у других фирм. ВВП равен сумме всех добавленных стоимостей. Стоимость, добавленная фермером, равна  $8 \cdot 1 = 8$  руб. Стоимость, добавленная мельником, равна  $7 \cdot 2 - 8 \cdot 1 = 6$  руб., а стоимость, добавленная пекарем, составляет  $7 \cdot 3 - 7 \cdot 2 = 7$  руб. Итого, суммарная добавленная стоимость равна  $8 + 6 + 7 = 21$

**Ответ:** 21 рубль.

### 2. Инфляция (8 баллов).

Предположим, что индекс цен на товары учитывает четыре товара: продукты питания, одежда, жилье, развлечения. Доля продуктов питания — 0,3, одежды — 0,2, жилья — 0,4, развлечений — 0,1. За год цены изменились следующим образом: на продукты питания выросли на 20%, на одежду выросли на 15%, на развлечения снизились на 40%. Цены на жилье не изменились.

Определите темп инфляции за год.

**Решение.** Темп инфляции = Индекс инфляции  $\times$  100% - 100 =  
 $(0,3 \times 1,2 + 0,2 \times 1,15 + 0,4 \times 1 + 0,1 \times 0,6) \times 100\% - 100 = 5\%$

**Ответ: 5%.**

### **3. Страна Лавандия (12 баллов).**

В стране Лавандия - открытая экономика. Известны следующие показатели:

а) Экспорт = 125 трлн. руб.;

импорт = 80 трлн. руб.;

сбережения государства = -200 трлн. руб.;

инвестиционные расходы = 350 трлн. руб.

Рассчитайте объем частных сбережений (3 балла).

б) Экспорт = 85 трлн. руб.;

импорт = 135 трлн. руб.;

сбережения государства = 100 трлн. руб.;

частные сбережения = 250 трлн. руб.

Рассчитайте объем инвестиционных расходов (3 балла).

в) Экспорт = 60 трлн. руб.;

импорт = 95 трлн. руб.;

инвестиционные расходы = 300 трлн. руб.;

частные сбережения = 325 трлн. руб.

Рассчитайте объем сбережений государства (3 балла).

г) Инвестиционные расходы = 400 трлн. руб.;

частные сбережения = 325 трлн. руб.;

сбережения государства = 10 трлн. руб.

Рассчитайте объем притока капитала (3 балла).

**Решение. а) Сбережения государства + частные сбережения = инвестиции + чистый экспорт (экспорт – импорт). Частные сбережения = 350 + (125-80) + 200 = 595**

**Ответ: 595 трлн. руб.**

**б) Инвестиции = сбережения государства + частные сбережения - чистый экспорт = 100 + 250 – (85 – 135) = 400**

**Ответ: 400 трлн. руб.**

**в) Сбережения государства = инвестиции + чистый экспорт (экспорт – импорт) - частные сбережения = 300 + (60 – 95) – 325 = -60**

**Ответ: -60 трлн. руб.**

**г) Приток капитал – это чистый экспорт. Чистый экспорт = инвестиции - сбережения государства - частные сбережения = 400 – 10 – 325 = 65**

**Ответ: 65 трлн.руб.**

#### **4. Странная олигополия (15 баллов).**

В стране N очень любят смотреть фильмы, настолько сильно, что спрос на этот товар в стране задается функцией:  $Q^d = 2000 - P$ , где Q - количество потребляемых фильмов, а P - цена за фильм. Фильмы - однородный товар. Но вот незадача: фильмы в стране снимают всего две фирмы-олигополиста: Галавуд и Халавуд. Для съемок одного фильма нужно использовать 2 камеры и 1 режиссер. Своих камер и режиссеров у Халавуда нет, поэтому фирма покупает их у Галавуда. 1 камера стоит 40 у.е., один режиссер: 100 у.е. Остальные издержки у фирм одинаковы и имеют вид:  $TC_i = Q_i^2$ , где  $Q_i$  - кол-во произведенных фильмов. Фирмы принимают решение о выпуске независимо и одновременно. Найдите выпуск обеих фирм в равновесии.

**Решение.** По условию задачи, первой решение о выпуске принимает фирма Халавуд, за ней Галавуд, следовательно, они взаимодействуют по модели Штакельберга.

**Функция совокупных издержек фирмы Галавуд имеет вид:**

$$TC_G = Q_G^2$$

**Функция совокупных издержек Халавуда при условии, что у нее нет своих режиссеров и камер, и она будет закупать их у Галавуда:**

$$TC_X = Q_X^2 + 10Q_X$$

**Распишем функции прибыли обеих фирм:**

**Распишем функции прибыли обеих фирм:**

$$\pi_G = (2000 - Q_G - Q_X)Q_G - Q_G^2 + 10Q_X$$

$$\pi_K = -2Q_G^2 + Q_G(2000 - Q_X) + 10Q_X \rightarrow \max$$

**Графиком данной функции является парабола ветвями вниз (т.к. коэффициент перед  $Q_G^2$  меньше 0), следовательно, точки максимума функции соответствует вершине:**

$$Q_G = \frac{2000 - Q_X}{4}$$

**Распишем функцию прибыли компании Халавуд:**

$$\pi_X = (2000 - Q_G - Q_X)Q_X - Q_X^2 - 10Q_X$$

**Подставим уравнение реакции Галавуда в функцию прибыли Халавуда и промаксимизируем ее:**

$$\pi_X = -1,75Q_X^2 + 1490Q_X \rightarrow \max$$

**Графиком данной функции является парабола ветвями вниз (т.к. коэффициент перед  $Q_X^2$  меньше 0), следовательно, точки максимума функции соответствует вершине:**

$$Q_X = \frac{2980}{7}$$

$$\text{Тогда: } Q_G = \frac{2755}{7}$$

$$\text{Ответ: } Q_X = 425,7, Q_G = 393,6$$

## 5. Счастье (15 баллов).

В стране радости и счастья проживают 100 человек и продаются два товара: сосиски ( $x$ ) и масло ( $y$ ). Функция предпочтений каждого индивида имеет вид  $u_i = 2x_i y_i$ , где  $x_i$  - количество потребленных  $i$ -м жителем единиц сосисок, а  $y_i$  - количество потребленных  $i$ -м жителем единиц масла. Известно, что сосиски в стране продает всего одна фирма-монополист, функция издержек которой имеет вид:  $TC(x) = 5x^2 - 20x$ , где  $x$  - количество произведенных сосисок. Также известно, что цена за масло составляет 40 у.е. и остается неизменной. Бюджет каждого жителя равен 200 у.е., который полностью тратится на покупку сосисок и масла.

Найдите суммарное потребление масла в стране счастья и радости.

**Решение.** 1) Из предпосылки, что весь бюджет потребителей тратится на масло и сосиски:

$$I = P_x * x + P_y * y$$

По условию, цена за масло составляет 40 у.е., а бюджет каждого потребителя 200 у.е.

$$200 = P_x * x + 40y$$

Выразим  $y$  и подставим в функцию индивидуальной полезности:

$$u = -\frac{P_x}{20}x^2 + 10x \rightarrow \max, \text{ при } 0 \leq x \leq \frac{I}{P_x}$$

Графиком данной функции (по  $x$ ) является парабола ветвями вниз (т.к. коэффициент перед  $x^2$  меньше 0), следовательно, точка максимума функции соответствует вершине:

$$x^* = \frac{100}{P_x}$$

Данное равенство отражает индивидуальный спрос на товар  $x$  со стороны потребителей. Из условия, что в стране живет всего 100 человек получим функцию спроса на товар  $x$  в стране Счастья:

$$x^d = \frac{10000}{P_x},$$

Известно, что фирма, занимающаяся производством товара  $x$  является монополистом. Функция ее прибыли имеет вид:

$$\pi = 10000 - 5x^2 + 20x \rightarrow \max$$

Графиком данной функции (по  $x$ ) является парабола ветвями вниз (т.к. коэффициент перед  $x^2$  меньше 0), следовательно, точка максимума функции соответствует вершине:

$$x^* = 2$$

$$\text{Тогда } P_x = 50, y^* = 2,5$$

Ответ: 2,5

#### 6. Честный монополист (20 баллов).

В городе R живет 1000 жителей, суммарная полезность которых зависит от объема потребления блага Икс ( $x$ ), а также оставшегося после покупки дохода. Таким образом, функция полезности имеет вид:  $U = 0,5x^2 + xy$ , где  $x$  - потребление блага Икс ( $x$ ),  $y$  - оставшийся после потребления доход. Доход каждого индивида до потребления равен 10 у.е. В городе всего одна фирма, производящая товара Икс ( $x$ ). Известно, что функция издержек компании имеет вид:  $TC = x^2$ .

а) найдите суммарное потребление товара Икс ( $x$ ) (10 баллов).

Мэр города R решил национализировать предприятие и постановил, что новоиспеченное руководство должно устанавливать цену и выпуск, соответствующий совершенно конкурентному.

б) найдите суммарное потребление товара Икс ( $x$ ) (10 баллов).

**Решение.** По условию,  $y$  - оставшийся после потребления товара  $x$  доход, тогда:

$$y = I - P_x * x$$

$$y = 225 - P_x * x$$

Подставим получившиеся выражение в функцию полезности:

$$U = 0,5x^2 + x(225 - P_x * x)$$

$$U = -(P_x - 0,5)x^2 + 225x \rightarrow \max, \text{ при } 0 \leq x \leq \frac{225}{P_x}$$

Графиком данной функции является парабола ветвями вниз, следовательно максимумом функции является ее вершина. Тогда:

$$x^* = \frac{112,5}{P_x - 0,5}$$

а) Данное равенство представляет собой суммарную функцию спроса населения города на товар  $x$ .

Найдем параметры равновесия на рынке товара  $x$ :

$$Q_x^s = Q_x^d$$

$$\frac{112,5}{P_x - 0,5} = 5P_x$$

$$P_x = 5$$

$$x = \frac{251}{9}$$

б) Теперь  $Q^d = 100 - 5P_x$ . По условию,  $P^d = P^s + t$ , тогда:

$$100 - 5P_x^d = 5P_x^d - t$$

$$P_x^d = 10 + 0,5t$$

$$Q_x = 50 - 2,5t$$

$$Tx = 50t - 2,5t^2 \rightarrow \max, \text{ при } 0 \leq t \leq 20$$

Данная функция представляет собой параболу ветвями вниз, следовательно, максимум функции достигается в ее вершине

$$t = 10$$

$$Q_x = 25$$

Ответ: а) 27,9

б)  $t = 10, x = 25$

## 7. ВерМишель (20 баллов).

На рынке совершенной конкуренции существует 100 фирм, производящих однородный товар: спагетти. Функция спроса на рынке имеет

вид:  $Q^d = 120 - 2P$ , где  $P$  - цена за упаковку спагетти. Функция издержек каждой из фирм имеет вид:  $TC_i = Q_i^2 - 2Q_i$ , где  $Q_i$  - выпуск  $i$ -ой фирмы.

а) найдите равновесный выпуск и цену на рынке (10 баллов).

Государство вводит потоварный налог 5 у.е. за каждую проданную единицу товара.

б) найдите суммарный объем производства фирм и цену, за которую потребители будут покупать товар (10 баллов).

**Решение. Выведем совокупную функцию предложения на рынке:**

$$MC_i = TC_i'(Q_i) = 2Q_i - 2$$

$$q_s = 0, 5P - 1$$

$$Q_s = 50P - 100$$

$$Q_s = Q_d:$$

$$120 - 2P = 50P - 100$$

$$P = 55/13, Q = 1450/13$$

$$\text{а) } P = 55/13, Q = 1450/13$$

**По условию, ставка потоварного налога ( $t$ ) равна 5 у.е., тогда:**

$$P_s = P_d - 5$$

$$Q_s = 50(P_d - 5) - 100$$

$$Q_s = 50P_d - 350$$

$$Q_d = 120 - 2P$$

$$Q_s = Q_d:$$

$$P = 235/26, Q = 1325/13$$

$$\text{б) } P = 235/26, Q = 1325/13$$

**Ответ:** а)  $P = 4,2, Q = 111,5$

б)  $P = 9, Q = 101,9$