

Межрегиональные предметные олимпиады КФУ

профиль «Экономика»

заключительный этап

2024-2025 учебный год

10-11 классы

1. Работа или учеба? (5 баллов)

Выпускник школы имел возможность устроиться на работу помощником повара с зарплатой 10000 руб. в месяц или помощником слесаря с зарплатой 12000 руб. в месяц, но предпочел продолжить образование в университете с платой за обучение 200000 руб. в год и одновременно подрабатывать почтальоном за 5000 руб. в месяц. Определите альтернативную стоимость его выбора.

Решение:

Исходя из определения: альтернативная стоимость есть стоимость наилучшей из отвергнутых альтернатив,

1. Зарплата повара – 120000 руб. в год
2. Зарплата помощника слесаря – 144000 руб. в год
3. Зарплата почтальона - 60000 руб. в год

Ответ: альтернативная стоимость выбора равна 144000 руб. в год.

2. Самолетом дешевле? (5 баллов)

Самолетом из пункта А в пункт Б можно добраться за один час. Поездка в автобусе по тому же маршруту занимает пять часов. Если авиабилет стоит 3000 руб., а автобусный билет – 1000 руб., то какой способ передвижения дешевле для человека, способного зарабатывать:

200 руб. в час? (3 балла)

1000 руб. в час? (1 балл)

500 руб. в час? (1 балл)

Решение:

Разница во времени между автобусом и самолетом – 4 часа. 1 час на самолете стоит 3000 руб., а 1 час на автобусе – 200 руб. Для человека, способного зарабатывать 200 руб. в час. дешевле передвигаться на автобусе, поскольку альтернативные издержки (издержки упущенных возможностей при выборе из наилучшей из альтернатив) работы в течение 4 часов составляют для него 800 руб., что меньше цены билета на самолете.

Для человека, способного зарабатывать 1000 руб. в час. дешевле передвигаться на самолете, поскольку альтернативные издержки (издержки упущенных возможностей при выборе из наилучшей из альтернатив) работы в течение 4 часов составляют для него 4000 руб., что больше цены билета на самолете

Для человека, способного зарабатывать 500 руб. в час. дешевле передвигаться на автобусе, поскольку альтернативные издержки (издержки упущенных возможностей при выборе из наилучшей из альтернатив) работы в течение 4 часов составляют для него 2000 руб., что меньше цены билета на самолете.

Ответы:

На автобусе

На самолете

На автобусе

3. Оптимальный выбор (10 баллов).

Функция полезности потребителя имеет вид: $U(X, Y) = X^{1/3}Y^{2/3}$. Его еженедельный доход равен 4320 руб., но стабильно он потребляет только два товара X и Y, причем $P_X = 30$ руб., $P_Y = 180$ руб.

Найдите оптимальный набор потребителя.

Решение:

$$MU_X/MU_Y = P_X/P_Y$$

$$MU_x = (U)_x' = 1/3X^{-2/3} * Y^{2/3} = Y^{2/3}/3X^{2/3}$$

$$MU_y = (U)_y' = 2/3X^{1/3} * Y^{-1/3} = 2X^{1/3}/3Y^{1/3}$$

$$MU_x/MU_y = Y^{2/3}/3X^{2/3} * 3Y^{1/3}/2X^{1/3} = Y/2X$$

$$Y/2X = 30/180 \Rightarrow 6Y=2X \Rightarrow 3Y=X$$

$$I = P_x * X + P_y * Y$$

$$4320 = 30 * X + 180Y$$

$$4320 = 30 * 3Y + 180Y$$

$$4320 = 270Y$$

$$Y=16, X=48.$$

Ответ: **X=48, Y=16.**

4. Максимальная полезность (10 баллов).

Общая полезность шоколада задана функцией:

$$TU = 25Q + 2,5Q^2 - 2/3Q^3,$$

где Q — количество сахара в килограммах.

Определите количество сахара, приносящее максимальную полезность.

Решение:

$$TU \Rightarrow \max \Rightarrow (TU)' = 0$$

$$(TU)' = 25 + 5Q - 2Q^2 = 0$$

$$2Q^2 - 5Q - 25 = 0$$

$$Q_{1,2} = (-5)^2 - 4 * 2 * 25 = 225 = 15^2$$

$$Q_1 = (5+15)/4 = 5 \quad Q_2 = (5-15)/4 = -2,5$$

Ответ: **Q=5.**

5. Спрос и предложение (15 баллов).

Спрос и предложение на рынке фруктов описывается функциями:

$$Q_d = 120 - 5p$$

$$Q_s = -80 + 15p$$

Введен налог на производителя в размере 4 ден. ед.

А. Определите:

- налоговую массу, изъятую в бюджет (3 балла);
- распределение налогового бремени между покупателем и продавцом (3 балла);

- «Мертвый груз» (5 баллов).

Введена субсидия производителям в размере 5 ден. ед.

Б. Как это отразится на состоянии рынка? (4 балла)

Решение:

$$1. t \text{ производителя} = 4$$

$$120 - 5P = -80 + 15P$$

$$20P = 200$$

$$P_0 = 10, Q_0 = 70$$

$$P_d - P_s = 4 \Rightarrow P_s = P_d - 4$$

$$120 - 5P_d = -80 + 15(P_d - 4)$$

$$120 - 5P_d = -80 + 15P_d - 60$$

$$260 = 20P_d$$

$$P_d = 13 \Rightarrow P_s = 9$$

$$Q = 55$$

$$1. \text{ Налоговая масса: } S(AB \ 9; 13) = 55 \cdot 4 = 220$$

Распределение налогового бремени:

$$t_{d-\text{покупателя}} = S(AC \ 10; 13) = 55 \cdot 3 = 165$$

$$t_{s-\text{продавца}} = S(CB \ 9; 10) = 55 \cdot 1 = 55$$

$$\text{«Мертвый груз»}: S(AEB) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 15 = 30$$

2. Sub производителя = 5 – начальное условие

$$P_s - P_d = 5 \Rightarrow P_s = P_d + 5$$

$$120 - 5P_d = -80 + 15(P_d + 5)$$

$$120 - 5P_d = -80 + 15P_d + 75$$

$$125 = 20P_d$$

$$P_d = 6,25 \Rightarrow P_s = 11,25$$

$$Q = 88,75$$

Ответы:

А. Налоговая масса = 220

$t_d = 165$; $t_s = 55$

«Мертвый груз» = 30.

Б. $P_d = 6,25$; $P_s = 11,25$; $Q = 88,75$.

Производство увеличится, товар для покупателя станет дешевле, доходы производителя возрастут.

6. Персики и абрикосы (15 баллов)

При цене на абрикосы 280 руб. за килограмм объем продаж составил 100 килограмм. Если цену на абрикосы поднять до 300 руб. за килограмм, то спрос на этот товар сократится до 70 килограмм, но спрос на персики возрастет с 70 до 90 килограмм при неизменной цене 440 руб. за килограмм.

А. Определите перекрестную эластичность спроса на персики по цене абрикосов (7 баллов).

б) максимизируйте доходность фирмы (8 баллов).

Решение:

$$P_{1A} = 280 \quad Q_{1A} = 100 \quad P_{1П} = 440 \quad Q_{1П} = 70$$

$$P_{2A} = 300 \quad Q_{2A} = 70 \quad Q_{2П} = 90$$

$$P_{0A} = 320 \quad Q_{0A} = 40 \quad P_{0П} = 440 \quad Q_{0П} = 110$$

$$\begin{aligned} \text{а) } E_{Pa}^{Q_{п}} &= (Q_{2П} - Q_{1П}) / (P_{2A} - P_{1A}) * (((P_{1A} + P_{2A}) / 2) / ((Q_{1П} + Q_{2П}) / 2)) = 20 / 20 \\ &* 290 / 80 = 3.62 \end{aligned}$$

б) Функция спроса на абрикосы:

$$Q_a = a - b * P_a$$

$$b = \operatorname{tg} a = \Delta Q_a / \Delta P_a = 30 / 20 = 1.5$$

$$Q_a = a - 1.5 P_p$$

$$70 = a - 1.5 * 300$$

$$70 = a - 450$$

$$a = 520$$

$$Q_a = 520 - 1.5P_a$$

Функция спроса на персики по цене абрикосов:

$$Q_{\Pi} = a + b \cdot P_a$$

$$b = \tan a = \Delta Q_{\Pi} / \Delta P_a = 20 / 20 = 1$$

$$Q_{\Pi} = a + P_a$$

$$90 = a + 300$$

$$a = -210$$

$$Q_{\Pi} = -210 + P_a$$

$$R_o = R_a + R_{\Pi} = P_o a \cdot Q_a + P_{\Pi} \cdot Q_{\Pi} = P_a(520 - 1.5P_a) + 440(-210 + P_a) = 520P_a - 1.5P_a^2 - 92400 + 440P_a = 960P_a - 1.5P_a^2 - 92400.$$

$$R_o \Rightarrow \max \Rightarrow (R_o)' = 0$$

$$(960P_a - 1.5P_a^2 - 92400)' = 0$$

$$960 - 3P_a = 0$$

$$3P_a = 960$$

$$P_a = 320$$

$$Q_a = 520 - 1.5 \cdot 320 = 40$$

$$Q_{\Pi} = -210 + 320 = 110$$

$$R_o = 320 \cdot 40 + 440 \cdot 110 = 12800 + 48400 = 61200$$

Ответ:

а) 3,62;

б) $P_a = 320$; $R_o = 61200$.

7. В городе Энске (20 баллов)

В городе Энске проживает всего 100 жителей, каждый из которых потребляет только шоколад. Этот товар производит всего одна фирма «Сладко», функция издержек которой имеет вид: $TC = Q^2 + 5Q + 5$, где Q - количество произведенных плиток шоколада (в штуках). Обратная функция спроса жителей на шоколад характеризуется уравнением: $P^d = 15 - Q$, где Q - количество произведенных плиток шоколада (в штуках), P - цена одной плитки шоколада (в условных единицах).

А. Найдите совокупный выпуск шоколада фирмой «Сладко», а также цену, за которую она будет их продавать (5 баллов).

В фирме «Сладко» появился новый генеральный директор, который очень любит все планировать. Он вводит в фирме плановые двухлетки: в ходе которых хочет вкладывать в новое оборудование. Теперь новые функции издержек (первого и второго года) имеют вид:

$$TC_1 = Q_1^2 + 5Q_1 + 5 + I_1,$$

где Q_1 - количество произведенных плиток шоколада (в штуках) в первом периоде, I_1 - сумма инвестиций в оборудование (в условных единицах) в первом периоде;

$$TC_2 = Q_2^2 + 5Q_2 + 5 - 2I_1,$$

где Q_2 - количество произведенных плиток шоколада (в штуках) во втором периоде, I_1 - сумма инвестиций в оборудование (в условных единицах) в первом периоде.

Также известно, что новый генеральный директор любит максимизировать не прибыль, а свою индивидуальную полезность, которая выражается формулой:

$$U_{ГД} = \Pi_1 + \frac{1}{1,25} \Pi_2,$$

где Π_1 - прибыль предприятия в первом периоде, Π_2 - прибыль предприятия во втором периоде.

Б. Найдите совокупный выпуск шоколада фирмой «Сладко» в первом и во втором периоде (Q_1 и Q_2), а также оптимальное значение инвестиций в оборудование в первом периоде (I_1) (15 баллов).

Решение:

а) Распишем функцию прибыли монополиста:

$$\Pi = -2Q^2 + 10Q - 5 \rightarrow \max \text{ при } 0 \leq Q \leq 15$$

$$Q^* = 2,5$$

$$P^* = 12,5$$

$$\Pi^* = 107,5$$

б) Распишем функцию полезности генерального директора фирмы-монополиста:

$$U_{\text{гд}} = -2Q_1^2 + 10Q_1 + 1,6Q_1^2 + 8Q_2 - 9 + 0,6I_1 \rightarrow \max$$

$$\text{при } 0 \leq Q_1 \leq 15, 0 \leq Q_2 \leq 15$$

При возрастании I_1 возрастает и $U_{\text{гд}} \Rightarrow I_1 \rightarrow \max$ тогда I_1 принимает значение прибыли за первый период. Следовательно, $I_1^* = 107,5$

$$Q_1^* = 2,5$$

$$Q_2^* = 2,5$$

Ответы:

А. $Q^* = 2,5, P^* = 12,5$

Б. $Q_1^* = 2,5, Q_2^* = 2,5, I_1^* = 107,5$

8. Полезный цикорий (20 баллов)

В городе «Дискриминант» жители очень любят пить цикорий. По своим предпочтениям население разделено на две группы в зависимости от спроса на товар:

$$Q_1^d = 20 - P_1,$$

где Q_1^d - объем спроса (в килограммах) у первой группы потребителей, P_1 - цена на цикорий для первой группы потребителей

$$Q_2^d = 50 - 4P_2,$$

где Q_2^d - объем спроса (в килограммах) у второй группы потребителей, P_2 - цена на цикорий для второй группы потребителей

При этом цикорий производится только одной фирмой города, функция издержек которой имеет вид:

$$TC = Q^2 + 2Q + 1,$$

где Q - объем производимого цикория (в килограммах)

В целях защиты интересов всех групп населения администрация города ввела запрет на продажу цикория двух группам населения по разным ценам.

А. Найдите объем произведенного цикория и цену, за которую фирма-монополист будет продавать цикорий обеим группам населения (7 баллов).

Фирма-монополист пролоббировала решение администрации города снять ограничения на ценообразование цикория. Теперь монополист может продавать цикорий двум группам населения по разным ценам.

Б. Найдите новый объем произведенного цикория и цену, за которую фирма-монополист будет продавать цикорий обеим группам населения (13 баллов).

Решение:

а) Найдем функцию совокупного спроса на цикорий:

$$Q^d = \begin{cases} 70 - 5P, & \text{при } P \leq 12,5 \\ 20 - P, & \text{при } 12,5 \leq P \leq 20 \end{cases}$$

Распишем функцию прибыли с использованием функции совокупного спроса:

$$\Pi = -1,2Q^2 + 12Q - 1 \rightarrow \max \text{ при } Q \leq 7,5$$

$$Q^* = 5$$

$$P^* = 45$$

б) Распишем функцию прибыли от продажи цикория двум группам потребителей по разным ценам:

$$\Pi = (20 - P_1)P_1 + (50 - 4P_2)P_2 - (20 - P_1 + 50 - 4P_2)^2 -$$

$$- 2(20 - P_1 + 50 - 4P_2) - 1 \rightarrow \max \text{ при } P_1 \leq 20, P_2 \leq 12,5$$

Максимум прибыли предприятия достигается при $P_1 = 16, P_2 = 12,25$

Общий объем производимой продукции равен: $Q = 5$

Ответы:

A. $Q = 5, P = 45$

Б. $Q = 5, P_1 = 16, P_2 = 12,25$