

**Задача 1.** Известно, что числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  все отличны от нуля и таковы, что прямые  $y = ax + bc$ ,  $y = bx + ac$  и  $y = cx + ab$  имеют общую точку. Докажите, что по крайней мере две из этих трех прямых совпадают.

**Задача 2.** На одной из планет земной группы было решено проложить тоннель под горным хребтом. Для простоты будем считать, что начальная и конечная точки тоннеля находятся на нулевой высоте «над уровнем моря». Строители проложили тоннель по прямой линии, корректируя свои действия с помощью лазерного луча. Однако после окончания работ было замечено, что подземные воды, попадающие в тоннель, скапливаются в его центре.

а). Объясните, почему так произошло.

б). Как следует изменить форму тоннеля, чтобы нейтрализовать этот эффект? Радиус планеты примите равным 3400 км, длина тоннеля — 2 км.

**Задача 3.** Планета, обнаруженная космической экспедицией, полностью покрыта водой, а сверху — слоем льда. Однако в сплошном слое льда встречаются полыньи. Для нужд экспедиции сверху был спущен контейнер, представляющий собой стальной полый куб с ребром 4 метра и толщиной стенок 4 см. Внутри куба помещен полезный груз массой 34 тонны. Из-за ошибки оператора груз приземлился не на сплошной массив льда, а на отдельно плавающую льдину. Льдина представляет собой круглый диск радиусом 6 метров и толщиной 5 метров. Утонет ли контейнер, если он приземлится точно в центре льдины? Не в центре? Плотности веществ примите равными: сталь —  $7900 \text{ кг/м}^3$ , лед —  $900 \text{ кг/м}^3$ , вода —  $1000 \text{ кг/м}^3$ . Ускорение свободного падения считайте равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

**Задача 4.** Номер билетика на прогулку на луноходе состоит из шести цифр. Назовем билетик «очень счастливым», если сумма цифр, стоящих на четных местах, совпадает с суммой цифр, стоящих на нечетных местах. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, проверяющую, является ли данный билетик «очень счастливым». Программа должна выводить YES, если это так, и NO в противном случае.

Пример.

Ввод:

123475

Вывод:

YES

**Задача 5.** На планете  $N$  планируется установить высокочастотные (ВД) и низкочастотные (НД) сейсмические датчики. Датчики должны быть установлены так, что на расстоянии ровно 2 км от каждого ВД должны находиться как минимум два НД. Известно, что было установлено четыре НД. Каким могло быть наибольшее количество ВД при таких условиях? Нарисуйте расположения датчиков.

**Задача 6.** Искусственный спутник Луны выведен на круговую орбиту над ее экватором. В одной из точек экватора в лунной коре находится порода повышенной плотности — маскон (массовый концентрат).

а). Будет ли меняться со временем орбита спутника?

б). Если будет, то как?

в). Как изменится ситуация, если в диаметрально противоположном первому маскону месте будет находиться еще один, такой же по массе?