

**ЗАДАНИЯ ФИНАЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «ЛОМОНОСОВ» ПО КОСМОНАВТИКЕ 2025**

КЛАССЫ 5 И 6

Задача 1. *Пять астрономов, наблюдая за полетом небесного тела, точно уверены, что это либо комета, либо астероид, либо метеорит. Дальше, однако, мнения астрономов разошлись. Первый астроном сказал — это либо комета, либо метеорит. Второй астроном сказал — это не комета и не астероид. Третий астроном утверждал, что и первый и второй ошибаются. Четвертый астроном был согласен ровно с одним из первых двух, а пятый астроном был категорически не согласен с четвертым. В итоге астрономы пришли к общему мнению. В процессе обсуждения оказалось, что ровно два из первоначальных пяти предположений неверные. Какое небесное тело видели астрономы?*

Решение. Переберем три варианта: комета, астероид и метеорит. Если тело являлось кометой, то первый прав, а второй — нет. Тогда третий тоже не прав, а четвертый прав. Тогда пятый не прав. Итого, два верных заключения и три не верных — не подходит. Пусть тело являлось астероидом. Тогда первый сказал неверное утверждение, а второй верное. Тогда третий вновь ошибается, а четвертый говорит истину. Тогда пятый ошибается. Итого, снова два верных заключения и три не верных — не подходит. Разберем последний вариант — это был метеорит. Тогда первый говорит истину, второй тоже. Тогда третий не прав, четвертый тоже не прав. Но тогда пятый прав, т. е. получаем три верных заключения и два не верных — подходит.

Ответ: метеорит.

Критерии проверки: + Ответ верный, полностью обоснован.

± Ответ верный, обоснование неполное (например, рассмотрен один подходящий случай, другие не рассмотрены или рассмотрены с ошибкой).

∓ Ответ верный, обоснование содержит существенные ошибки (нет верно рассмотренного случая).

– Решение отсутствует или не имеет отношения к задаче.

Задача 2. *Температура воздуха на планете N в течении года меняется от 0 до 100 градусов по Фаренгейту. Для растений и организмов, живущих на планете, комфортной считается температура от 70 градусов включительно и выше. После получения данных за определенный период (от двух до семи дней) вычисляются отдельно среднее арифметическое значений температуры в дни с комфортной температурой и в дни, когда температура была некомфортной. Обозначим эти значения через T_1 и T_2 . Однажды в процессе обработки данных произошла ошибка, в результате которой ко всем полученным значениям прибавили по 10 градусов. Поскольку ни одно значение не стало больше 100 градусов, ошибку заметили не сразу. Могло ли получиться так, что значения T_1 и T_2 , полученные после обработки неверных данных, оба оказались меньше соответствующих истинных значений?*

Решение. Да, такое могло произойти: одно или несколько измерений, которые до ошибки были чуть меньше 70, стали после ошибки чуть больше. В результате первая группа измерений лишилась нескольких больших значений и среднее значение в этой группе могло уменьшиться; ко второй группе добавились малые числа, и среднее арифметическое в этой группе тоже могло уменьшиться. Остается подобрать пример. Пусть измерений было три. Одно маленькое, второе около 70, третье большое. Возьмем 5, 65 и 90. Тогда до ошибки $T_1 = \frac{5+65}{2} = 35$, $T_2 = 90$. После ошибки получаем $T_1 = 15$, $T_2 = \frac{75+100}{2} = 87,5$.

Ответ: да.

Критерии проверки:

- + Дан верный ответ, приведен верный пример.
- ± Ответ верный, пример приведен с ошибкой.
- ∓ Неверное мнение, что такого не могла быть. Его обоснование приведено, но не учтено, что значения могли переходить из одной группы в другую.
- Неверный ответ, обоснование отсутствует или содержит явно неверные предположения (например, отрицательные температуры).

Задача 3. Два спутника вращаются вокруг планеты по круговым орбитам в противоположных направлениях. Один из них совершает полный оборот вокруг планеты за 6 часов, другой — за 8 часов. Назовем их «встречей» момент, когда они оба оказываются на одном луче, исходящем из центра планеты. В некоторый момент спутники «встретились». Через сколько часов они впервые снова «встретятся» на том же луче? Сколько «встреч» произойдет между этими моментами (считая первую и последнюю)?

Решение. Чтобы «встретиться» на том же луче, оба спутника должны совершить целое число оборотов. Значит, время до встречи (в часах) должно делиться на 6 и на 8. Наименьшее такое число 24. Теперь вычислим скорости спутников (число оборотов в час): $v_1 = \frac{1}{6}$, $v_2 = \frac{1}{8}$. Установим точку отсчета на первый спутник. Поскольку спутники вращаются в разные стороны, т.е. движутся навстречу друг другу, то скорость второго относительно первого равна $v_2 + v_1 = \frac{7}{24}$. Тогда пусть, пройденный за 24 часа равен 7 (кругов), т.е. за это время второй спутник «встретился» с первым 7 раз (считая и первую «встречу»). Учитывая последнюю, «встречу», получаем 8.

Ответ: 24 часа, 8 «встреч».

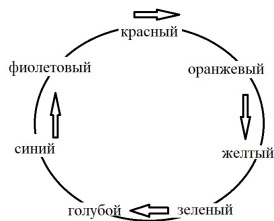
Критерии проверки: + Дан верный обоснованный ответ на оба вопроса задачи.

± Верно найдено время, количество встреч указано верно, но обоснование содержит существенные пробелы или логика решения верная, но получен неверный ответ (например, 48, а не 24, или не учтены первая и последняя встречи).

∓ Дан верный ответ на первый вопрос, ответ на второй вопрос принципиально неверный или отсутствует.

– Ответ неверный, обоснование отсутствует.

Задача 4. Индикатор (животное с планеты Блук) каждый день меняет свой цвет по правилу, изображенному на рисунке. Какого цвета индикатор будет 12 апреля 2181 года, если сегодня (1 марта 2025 года) он фиолетовый?



Решение. Изменения цвета проходят по циклу периода 7 (суток). Значит, надо найти число дней между 01.03.2025 и 12.04.2181, а затем у полученного числа найти остаток от деления на 7. Имеем $2181 - 2025 = 156$ (лет), т.е. $156 \cdot 365 = 56940$ (суток). Однако надо еще учесть високосность некоторых лет. Високосным является год, число которого делится на 4, но при этом не делится на 100. Таким образом, високосными будут 2028 год, 2032 год и т. д. (но кроме 2100 года). Итого получаем $156 : 4 - 1 = 38$ високосных лет. Значит, до 01.03.2181 пройдет $56940 + 38 = 56978$ суток. Добавляем 31 (мартовские дни) и 11 (апрельские дни) — получаем 57020 дней. Находим остаток от деления на 7 — он равен 5. Поскольку в начале индикатор был фиолетовым, то в конце он станет (согласно рисунку) голубым.

Ответ: голубой.

Критерии проверки: + Ответ верный, полностью обоснован.

+ . Не учтено, что 2100 год не является високосным, вследствие чего ответ неверный.

± Логика решения верная (учитываются високосные года, кроме, возможно, 2100, но ошибки в вычислениях количества смен цвета).

∓ Не учитываются високосные года.

– Ответ неверный, обоснование отсутствует.

Задача 5. Алфавит жителей планеты N состоит из семи букв: «а», «ы», «э», «с», «у», «ц» и «щ». Чтобы передать сообщение по межпланетной связи, его необходимо закодировать. Был предложен следующий вариант кодирования букв $a = 0$, $c = 10$, $y = 110$, $e = 101$, $u = 1110$, $u = 1001$, $y = 1111$. Теперь для кодирования слова остается только закодировать каждую букву и записать коды рядом. Например, слово «усы» будет иметь код 110101111. Покажите, что получившееся кодирование неоднозначно — приведите пример кода, который соответствует двум разным словам (слова не обязаны иметь смысл). Предложите способ исправить алгоритм кодирования.

Решение. Кодировка буквы «с» (кодовое слово 10) является началом кодов букв «э» и «щ», а также окончанием кодов букв «у» и «ц». Закодируем, например слово «эс» — получим код 10110, который совпадает с кодом слова «су», так что кодирование, действительно, неоднозначно. Способов исправить алгоритм множество. Например, можно удлинить коды букв, чтобы они стали одинаковой длины. Например, так: $a = 0000$, $c = 1000$, $y = 1100$, $e = 1010$. Остальные коды не меняем: $u = 1110$, $u = 1001$, $y = 1111$. Теперь любое слово имеет код, длина которого кратна четырем. Раскодирование становится простым: разбиваем код на четверки, а затем по каждой четверке восстанавливаем букву. Например, код 1001000010001000 = 1001 0000 1000 1000 = щасс.

Критерии проверки:

+ Приведен правильный пример с обоснованием, предложен верный метод исправления кода.

+ . Приведен правильный пример с обоснованием, метод исправления кода содержит неточности.

± Пример приведен без обоснования или содержит ошибки; метод исправления верный *или* пример приведен верно, метод исправления не предложен.

⊖ Пример не приведен или неверный, метод исправления не прописан полностью или содержит ошибки.

– Решение отсутствует или не имеет отношения к задаче.

Задача 6. Поле для игры представляет собой квадрат 7×7 , каждая из клеток которого либо свободна, либо является препятствием (см. рисунок, где препятствия обозначены темным цветом, а свободные клетки – белым). Два игрока перемещают по квадрату мячик ударами по горизонталям (первый игрок) и по вертикали (второй игрок). По условию, после удара мячик движется до первого препятствия или до внешней границы поля (если препятствий на пути мяча нет), после чего останавливается. Игроки ходят по очереди, начиная с первого. В свой ход игрок может нанести удар по мячу в любую из двух сторон (первый игрок – влево или вправо, а второй – вверх или вниз). Если удар в одну из сторон не возможен (мешает препятствие или внешняя стенка), то игрок обязан ударить в другую сторону. Если удар не возможен ни в одну, ни в другую сторону, то игрок пропускает ход. Первый игрок выигрывает, если мяч остановится на поле $a1$, а второй – если на поле $g7$. У кого из игроков есть выигрышная стратегия победить вне зависимости от действий противника, если в начале игры мяч стоит на поле $d4$? Что будет, если в начале мяч стоит на $d3$?

1							1
							2
							3
							4
							5
							6
							7
a	b	c	d	e	f	g	

Решение. Если мяч стоит на $d4$, то у первого игрока всегда есть способ выиграть. Для этого он бьет влево — мяч попадает на $c4$. Если теперь второй игрок бьет вверх, то мяч попадает на $c1$, после чего первый бьет влево и выигрывает. Если же второй игрок бьет вниз, то мяч попадает на $c7$. Тогда первый игрок бьет влево — мяч попадает на $a7$. Второй игрок не может бить вниз (мешает внешняя стенка) — он вынужден ударить вверх, после чего проигрывает.

Если мяч стоит на $d3$, то теперь, наоборот, у второго игрока есть выигрышная стратегия. Если первый игрок ударит вправо (мяч попадет на $g3$), то второй игрок бьет вниз и выигрывает. Если же первый игрок ударит влево (мяч попадет на $a3$), то второй игрок бьет вниз, мяч попадает на $a7$. Теперь первый игрок не может ударить влево (мешает внешняя стенка) — он вынужден ударить вправо, после чего проигрывает.

Ответ: если стартовое поле $d4$, то у первого; если стартовое поле $d3$, то у второго.

Критерии проверки: + Верно описаны стратегии для каждого из двух случаев.

± Верно описана стратегия для одного из случаев, для другого — с пробелами.

+/-2 Верно описана стратегия для одного из случаев, про другой ничего не сказано.

⊖ Есть только частные случаи поведения игроков.

– Решение отсутствует или не имеет отношения к задаче.

Перевод баллов:

+ 15 баллов

+ 13 баллов

± 10 баллов

+/-2 7 баллов

⊖ 4 балла

– 0 баллов.

Итоговая оценка равна сумме баллов, умноженной на 10/9.