

**ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «ЛОМОНОСОВ» ПО КОСМОНАВТИКЕ 2024**

РАЗМИНКА

КЛАССЫ 7 и 8

Задача 1. *Константин Эдуардович Циолковский справедливо считается теоретиком космонавтики. В своих работах он предложил много разнообразных идей. Что он предложил необычного для доставки грузов на орбиту кроме многоступенчатых ракет («ракетных поездов»)?*

- A. Использование дирижаблей*
- B. Самолет*
- C. Космический лифт*
- D. Зенитные орудия*
- E. Левитацию*

Задача 2. *Какая планета земной группы в Солнечной системе самая большая?*

- A. Солнце*
- B. Юпитер*
- C. Сатурн*
- D. Земля*
- E. Венера*

Задача 3. *Как называется характеристика отражающей способности поверхности?*

- A. Терминатор*
- B. Альбедо*
- C. Пиктудо*
- D. Спектр*
- E. Поляризация*

Задача 4. *На Луне человек оставил следы на поверхности. Как долго они там будут оставаться и почему?*

- A. Очень долго, потому что у Луны нет атмосферы, и нет ветра или осадков, которые могут стереть следы*

- В. Они уже стерлись от пылевых бурь, которые часто бывают на Луне*
- С. Следы на Луне стираются за 50–60 лет от космической пыли и космических лучей*
- Д. Их теперь не найдешь из-за постоянной бомбардировки Луны метеоритами*
- Е. На самом деле никаких следов на Луне никогда не было — это знаменитая Лунная афера*

Задача 5. В октябре 1959 году советский спутник сфотографировал обратную сторону Луны. Что было сделано впервые в мировой практике для облета Луны спутником?

- А. Съемка небесного тела с борта спутника*
- В. Впервые была достигнута вторая космическая скорость*
- С. Впервые был применен гравитационный маневр***
- Д. Впервые были включены двигатели на орбите Луны*
- Е. Впервые была превышена вторая космическая скорость*

Задача 6. Почему при запуске спутников на орбиту почти все ракеты летят на восток?

- А. На востоке больше мест для падения ступеней ракет*
- В. Используются попутные воздушные потоки*
- С. Используется вращение Земли для экономии топлива***
- Д. Для секретности: чтобы не пролетать над Западной Европой на низкой высоте*
- Е. Это не так: ракеты стартуют на запад так же часто, как и на восток*

Задача 7. Как различается средняя плотность планет Солнечной системы?

- А. Чем ближе планета к Солнцу, тем больше ее плотность*
- В. Чем ближе планета к Солнцу, тем меньше ее плотность*
- С. Все планеты Солнечной системы имеют примерно одинаковую плотность*
- Д. Чем больше радиус планеты, тем меньше ее плотность*
- Е. Планеты Земной группы более плотные, чем ледяные и газовые гиганты***

Задача 8. От чего зависит наличие или отсутствие смены времен года на планетах Солнечной Системы?

- А. От расстояния от планеты до Солнца*

- B. От массы планеты*
- C. От радиуса планеты*
- D. От угла наклона оси вращения планеты к плоскости эклиптики*
- E. От скорости вращения планеты вокруг своей оси*

Задача 9. *Какой стране удалось впервые запустить на орбиту животных и затем вернуть их с орбиты живыми?*

- A. Советскому Союзу*
- B. США*
- C. Китаю*
- D. Евросоюзу*
- E. Украине*

Задача 10. *Какой стране впервые удалось разогнать космический аппарат до третьей космической скорости?*

- A. Советскому Союзу — аппарат «Луна-1»*
- B. США — аппарат «Пионер-10»*
- C. Советскому Союзу — аппарат «Спутник»*
- D. США — аппарат «Новые горизонты»*
- E. Никому это пока не удалось*

Критерии проверки: автоматическая проверка по ответам, каждый верный ответ - 4 балла.

РАЗМИНКА

КЛАССЫ 7 И 8

ОСНОВНЫЕ ЗАДАНИЯ

КЛАССЫ 7 И 8

Задача 1.

*Мы шли на восток, и солнце медленно выкатывалось нам навстречу.
Сергей Лукьяненко. 'Дорога на Веллесберг'.
Сборник 'Именем Земли'.*

В полдень по местному времени два всадника выезжают из города Мбандака в Демократической Республике Конго с координатами 0° с.ш 18° в.д. Один из них движется строго на север, а второй — строго на восток. Оба всадника скачут с одинаковой скоростью, равной $v = 20$ км/ч. Для кого из них закат настанет раньше и на сколько? Считайте, что закат происходит в 18 часов по местному времени для любой точки, через которые проезжают всадники. Приведите полное решение.

Решение. Так как первый всадник движется на север, то его движение не влияет на местное время. Значит, для него закат наступит через $t = 6$ часов.

Второй всадник движется по экватору. Длина экватора $l = 2\pi R = 2\pi \cdot 6378 \approx 40074$ км.

Продолжительность солнечного дня равна $T_\odot = 24$ ч

Найдем скорость движения терминатора (линии дня и ночи) по поверхности Земли:

$$v_\odot = \frac{l}{T_\odot} \approx 1670 \text{ км/ч}$$

Всадник движется навстречу закату. В начале движения между ним и терминатором расстояние равно $v_\odot t$. Таким образом, закат для второго всадника наступит через

$$\tau = \frac{v_\odot t}{v_\odot + v} \approx 5,929 \text{ ч}$$

Ответ: для второго всадника Солнце зайдет раньше на $\Delta\tau = t - \tau = 0,071 \text{ ч} = 4 \text{ минуты } 16 \text{ секунд}$.

Критерии проверки: 10 Расчитан верный ответ с большой точностью. Допустимо пренебречь малым слагаемым: доля от 6 часов в отношении скорости всадника с скорости Солнца на небе принимается за верный ответ.

8-9 Верная формула, но подставлены некорректные численные данные.

4-7 Указан корректный способ решения, но расчётов нет.

1-3 Высказаны некоторые корректные мысли по теме задачи.

0 Задача не решена; отправлен пустой файл; прикреплено решение от другой задачи; файл не загружен; высказаны абсолютно неверные предположения.

Задача 2.

— Надо построить загон для кроликов. В Подмосковье.
Пять на восемь километров. Вот я и думаю, как
в этот раз строить будем? На совесть? Или как обычно?
Сергей Лукьяненко 'Сухими из воды'.
Сборник 'Именем Земли'.

На плоскость нанесена прямоугольная сетка, ячейкой которой являются прямоугольники размера 4×5 . От одного узла сетки до другого можно перемещаться только по линиям сетки. Найдите наибольшее возможное отношение длины кратчайшего пути от узла A до узла B (по сетке) к длине отрезка AB .

Решение. Пусть точка B отстоит от A на x клеток по горизонтали и на y по вертикали. Тогда путь от A к B по линиям сетки имеет длину $4|x| + 5|y|$, а длина отрезка AB равна $\sqrt{(4x)^2 + (5y)^2}$. Получается, что надо найти наибольшее значение дроби $\frac{4|x| + 5|y|}{\sqrt{16x^2 + 25y^2}}$. Заметим, что если $y = 0$, то отношение равно 1. Если же $y \neq 0$, то поделим числитель и знаменатель дроби на $|y|$, обозначим $\frac{|x|}{|y|} = t$ и получим дробь $\frac{4t + 5}{\sqrt{16t^2 + 25}}$. Чтобы найти ее наибольшее значение, приравняем дробь к неизвестному пока числу z и посмотрим, при каких z найдется решение полученного уравнения

$$\frac{4t + 5}{\sqrt{16t^2 + 25}} = z \iff 16t^2 + 40t + 25 = 16z^2t^2 + 25z^2 \iff 16(z^2 - 1)t^2 - 40t + 25(z^2 - 1) = 0.$$

Дискриминант полученного квадратного уравнения равен $1600(2 - z^2)$, следовательно, максимально возможное значение $z = \sqrt{2}$. Приравняем дробь к нему, получим

$$\frac{4t + 5}{\sqrt{16t^2 + 25}} = \sqrt{2} \iff 16t^2 + 40t + 25 = 32t^2 + 50 \iff (4t - 5)^2 = 0.$$

Значит $|x|/|y| = 5/4$, что достигается, например, при $x = 5$, $y = 4$.

Ответ: $\sqrt{2}$.

Критерии проверки: 10 Задача решена верно

8-9 Задача решена с арифметическими ошибками

5-7 Рассмотрен частный случай и получен верный ответ, есть попытки обобщить результат.

2-4 Рассмотрен частный случай и получен верный ответ, нет попыток обобщить результат.

1 Есть попытка решить задачу, но без продвижений

0 Задача не решена; отправлен пустой файл Прикреплено решение от другой задачи Файл не загружен

Задача 3.

— Вы профессор Ломтев? — проклиная себя за врожденную глупость, спросил Костя. Парень хихикнул, но тут же посерьезнел.

— Неужели похож? Я лаборант.

Сергей Лукьяненко 'Гаджет'.

Сборник 'Именем Земли'.

Сотрудники астрономической фирмы «Светило» решили использовать шифр для кодировки координат. Для этого они выбрали слово, содержащее как минимум 10 неповторяющихся букв. Каждой букве сопоставили цифру в порядке от 1 до 9, затем 0 (читая слово слева направо). Например, если бы выбрали слово «авиадиспетчер», то «а» сопоставили 1, «в» — 2, «и» — 3, «а» уже соответствует 1, поэтому пропускаем ее, «д» — 4, «и» пропускаем, «с» — 5, «п» — 6, «е» — 7, «т» — 8, «ч» — 9, «р» — 0. Вася хочет устроиться в «Светило» лаборантом. На собеседовании ему дали пример деления с использованием этого шифра, указанный ниже:

А И Ъ У Я	М Л К
М Л К	К И У
Л Л Л У	
Л К А И	
К Ъ И Я	
К Я И У	
Л Ц А	

Какое слово могли использовать сотрудники «Светила» для шифра? Поясните свой ответ.

Решение. Заметим, что первый раз вычитается делитель, а значит K соответствует 1.

А И Ъ У Я	М Л 1
М Л 1	1 И У
Л Л Л У	
Л 1 А И	
1 Ъ И Я	
1 Я И У	
Л Ц А	

Посмотрим на второе вычитание, разряд сотен. $\mathcal{L} - 1 = 1$. Следовательно, $\mathcal{L}$ соответствует либо 2, либо 3, если занимался десяток для разряда десятков. Пусть $\mathcal{L} = 2$.

А	И	Ь	У	Я	М	2	1
М	2	1			1	И	У
2	2	2	У				
2	1	А	И				
	1	Ь	И	Я			
	1	Я	И	У			
	2	Ц	А				

Тогда $\mathbf{B} = 3$ (см. первое вычитание, занятие десятков могло произойти, только если $\mathbf{B} = 0$, но тогда $\mathbf{B} + 10 - 1 = 9 \neq 2$), аналогично $\mathbf{H} = 4$.

$$\begin{array}{r|l} \text{A } 4 & 3 \text{ Y } \text{Я} \\ \text{M } 2 & 1 \\ \hline 2 & 2 \text{ } 2 \text{ Y} \\ 2 & 1 \text{ A } 4 \\ \hline 1 & 3 \text{ } 4 \text{ Я} \\ 1 & \text{Я } 4 \text{ Y} \\ \hline 2 & \text{Ц } \text{A} \end{array}$$

Во втором вычитании в разряде единиц $Y - 4 = 4$, т.е. $Y = 8$, либо $10 + Y - 4 = 4$ (если занимается десяток), но тогда $Y = -2$, что невозможно. Итак, $Y = 8$, а тогда $2228 - 21A4 = 134$ — мы пришли к противоречию! Вывод: предположение $L = 2$ было неверным, а значит $L = 3$.

А И Ъ У Я	М 3 1
М 3 1	1 И У
3 3 3 У	
3 1 А И	
1 Ъ И Я	
1 Я И У	
3 Ц А	

Рассуждая аналогично, получим $\mathbf{B} = 4$, $\mathbf{I} = 6$, $\mathbf{Y} = 2$.

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} \text{A } 6 \text{ } 4 \text{ } 2 \text{ Я} \\ \text{M } 3 \text{ } 1 \\ \hline 3 \text{ } 3 \text{ } 3 \text{ } 2 \\ 3 \text{ } 1 \text{ A } 6 \\ \hline 1 \text{ } 4 \text{ } 6 \text{ Я} \\ 1 \text{ Я } 6 \text{ } 2 \\ \hline 3 \text{ Ц A} \end{array} & \begin{array}{r} \text{M } 3 \text{ } 1 \\ \hline 1 \text{ } 6 \text{ } 2 \end{array} \end{array}$$

В нашем распоряжении осталось не так много цифр: 0, 5, 7, 8, 9. Поскольку $A - M = 3$ (первое вычитание), то $A = 8$, $M = 5$. Тогда $Я = 0$ (последнее вычитание, было занятие десятка). Тогда $Ц = 9$. Итак, $K = 1$, $У = 2$, $Л = 3$, $Б = 4$, $M = 5$, $И = 6$. Букву, соответствующую 7 мы не знаем, $A = 8$, $Ц = 9$, $Я = 0$. Получили «КУ_Л_Б_М_И_?_А_Ц_Я» с возможным добавлением уже встречающихся букв. Сотрудники выбрали слово «кульминация».

Ответ: «кульминация».

Критерии проверки: 10 баллов – верно найдено слово и есть верная расшифровка ребуса.

9 баллов – ребус решен верно, слово не выписано.

8 баллов – верно найдено слово, есть ошибки при расшифровке ребуса (перепутаны не более трех букв из десяти).

6 баллов – верно найдено слово и некоторые буквы (менее семи).

5 баллов – некоторые буквы найдены верно, ответ не получен или неверный.

3 балла – ответ угадан верно, решение отсутствует.

2 балла – неверно понято условие, в итоге сделан вывод, что задача не имеет решения или предложен неверный ответ.

0 баллов – решение отсутствует или не имеет отношения к задаче.

Задача 4.

— Мне доводилось бывать в одиночестве, — заметил Максим.
— Я настраивал станцию на Плутоне...
— Плутон — это близко, — поморщился его предшественник.
— Совсем рядом. Купи кота.
Сергей Лукьяненко. 'Купи кота'.
Сборник 'Именем Земли'.

Во время работы двигателя, ракета поднималась с поверхности Плутона с постоянным ускорением a м/с², а затем, выключив двигатель, в свободном полете продолжала подъем с замедлением $g = 0,6$ м/с² (ускорение свободного падения на Плутоне). Достигнув наивысшей точки подъема через 45 секунд с момента старта, ракета падала 30 секунд до поверхности. Найдите ускорение a и время t работы двигателя ракеты. Влиянием атмосферы можно пренебречь. Поясните свой ответ.

Решение: Падая, ракета двигалась равноускоренно, причем начальная скорость равна нулю, т.е. $H = \frac{g(30)^2}{2} = 270$ м. К моменту выключения двигателей ракета поднялась на высоту $h = \frac{at^2}{2}$ и набрала скорость $v = at$. В свободном полете скорость уменьшалась и за $45 - t$ секунд снизилась до нуля, т.е. $v - g(45 - t) = 0$. Высота при свободном полете менялась по закону равноускоренного движения и за $45 - t$ секунд стала равной $h + v(45 - t) - \frac{g(45 - t)^2}{2}$. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{at^2}{2} + at(45 - t) - \frac{g(45 - t)^2}{2} = 270, \\ at - g(45 - t) = 0. \end{cases}$$

Из второго уравнения выражаем $at = g(45 - t)$ и подставляем в первое: $\frac{gt(45 - t)}{2} + g(45 - t)^2 - \frac{g(45 - t)^2}{2} = 270$, откуда $t = 25$ секунд. Возвращаясь ко второму уравнению системы, получаем $a = 0,48$ м/с².

Ответ: $a = 0,48$ м/с², $t = 25$ секунд.

Критерии проверки: 10 Задача решена верно

7-9 Задача решена с незначительными арифметическими ошибками, либо верно дан ответ только на один из вопросов.

4-6 Верно рассчитана максимальная высота полёта, либо другие отдельные данные, но на вопросы задачи верных ответов не дано.

1-3 Есть попытка решить задачу, но без особых продвижений

0 Задача не решена; отправлен пустой файл; прикреплено решение от другой задачи; файл не загружен.

Задача 5.

— И правильно, — поддакнул лаборант.
— Я сам студент. Биофак, пятый курс.
Сергей Лукьяненко 'Гаджет'.
Сборник 'Именем Земли'.

В процессе написания курсовой работы студент Костя сталкивается со следующим вопросом из области теории чисел: какие из натуральных чисел N можно представить в виде суммы дробей:

$$N = \frac{1}{n_1} + \frac{2}{n_2} + \frac{3}{n_3} + \frac{4}{n_4} + \frac{5}{n_5} + \frac{6}{n_6},$$

где $n_1, n_2, \dots, n_6$ — некоторые (не обязательно различные) натуральные числа? Помогите Константину найти все такие числа. Приведите полное решение.

Решение. Самые малые знаменатели в нашем распоряжении — это единицы. Значит, наибольшее значение суммы равно $1+2+3+4+5+6=21$. Таким образом, числа большие 21 получить нельзя. Докажем, что все натуральные числа от 1 до 21 получить можно. Для начала получим единицу:

$$1 = \frac{1}{6} + \frac{2}{12} + \frac{3}{18} + \frac{4}{24} + \frac{5}{30} + \frac{6}{36}.$$

Теперь заметим, что любое число от 1 до 20 можно составить в виде суммы некоторых из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6 (без повторений). Действительно, $1 = 1$ (в сумме только одно число), $2 = 2, \dots, 6 = 6, 7 = 1+6, 8 = 2+6, \dots, 11 = 5+6, 12 = 1+5+6, 13 = 2+5+6, 14 = 3+5+6, 15 = 4+5+6, 16 = 1+4+5+6, 17 = 2+4+5+6, 18 = 3+4+5+6, 19 = 1+3+4+5+6, 20 = 2+3+4+5+6$. При этом, мы используем не более пяти из наших чисел. Итак, чтобы представить число $N \leq 21$ в виде суммы дробей, мы вначале представим число $N-1$ в виде суммы натуральных слагаемых от 1 до 6, как мы показали. Теперь каждое это слагаемое превратим в дробь, взяв знаменатель равный 1. У нас останется несколько (не менее одного) неиспользованных чисел от 1 до 6. Пусть осталось неиспользованными k чисел. Тогда мы каждому такому числу поставим в знаменатель произведение — само число (числитель), умноженное на k . После сокращения дроби, получим $\frac{1}{k}$. Таких дробей будет как раз k и их сумма даст 1. В результате, общая сумма составит $(N-1) + 1 = N$. Например, для числа $N = 18$ наш способ выглядит так:

$$\begin{aligned} 18 = 17 + 1 &= (2 + 4 + 5 + 6) + 1 = \left(\frac{2}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} \right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \\ &= \left(\frac{2}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} \right) + \frac{1}{2} + \frac{3}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} + \frac{2}{1} + \frac{3}{2 \cdot 3} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1}. \end{aligned}$$

Например, для числа 11 наш способ выглядит так:

$$\begin{aligned} 11 = 10 + 1 &= (4 + 6) + 1 = (4 + 6) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \\ &= \left(\frac{4}{1} + \frac{6}{1} \right) + \frac{1}{4} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{3}{3 \cdot 4} + \frac{5}{5 \cdot 4} = \frac{1}{4} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{3}{3 \cdot 4} + \frac{4}{1} + \frac{5}{5 \cdot 4} + \frac{6}{1}. \end{aligned}$$

Ответ: все числа от 1 до 21, и только их.

Критерии проверки: 10 Задача решена верно

8-9 Задача решена с незначительными арифметическими ошибками

5-7 Неверно найдена нижняя грань множества, но в остальном задача решена

2-4 Ответ верный, но рассмотрены лишь некоторые частные случаи/ есть небольшое продвижение по решению

1 Есть попытка решить задачу, но без продвижений

0 Задача не решена; отправлен пустой файл Прикреплено решение от другой задачи Файл не загружен

Задача 6.

— Хорошо! Мы от прямых вопросов не уходим,
а достойные ответы имеем на все происки! —
Выбегалло положил руку на плечо Седлового,
и тот слегка присел.
Сергей Лукьяненко. 'Временная суета'.
Сборник 'Именем Земли'.

Загадочный Оракул действует следующим образом: в него можно ввести последовательность цифр, после чего Загадочный Оракул даст ответ — некоторое число. Космонавт Василий решил узнать алгоритм работы Оракула и стал вводить свои примеры.

101 → 1

8181515 → 4

1111112 → 0

8888888 → 14

1010101 → 3

а) Догадайтесь, по какому принципу действует Загадочный Оракул. Поясните свой ответ.

б) Напишите программу на своем любимом языке программирования, моделирующую действия Загадочного Оракула.

Входные данные: единственное неотрицательное число x , не превышающее 10000000.

Выходные данные: выведите n .

Пример.

Входные данные:

689

Выходные данные:

4

Решение.

- а) Оракул считает «кружочки в цифрах»: в цифрах 1, 2, 3, 4, 5 и 7 кружочков нет, в цифрах 0, 6 и 9 по одному кружочку, в цифре 8 два кружочка.
- б) Программа на языке Python.

```
a = input()
ans = 0
for i in range(len(a)):
    if a[i] in ['0','6','9']:
        ans += 1
    elif a[i] == '8':
        ans += 2
print(ans)
```

Критерии проверки: 10 Задача решена верно и в полном объёме

8 Всё хорошо, но нет требуемой проверки на неотрицательность и на неперевышение лимита в 100000000.

6 Задача решена с ошибкой; нет проверки на неотрицательность и на неперевышение лимита в 100000000.

2 Установлен принцип работы оракула, но задача не решена, программы нет

1 Не разобрался в принципе работы оракула; программы нет

0 Задача не решена; отправлен пустой файл Прикреплено решение от другой задачи Файл не загружен / не читается