

**ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «ЛОМОНОСОВ» ПО КОСМОНАВТИКЕ 2024**

РАЗМИНКА

КЛАССЫ 9 И 10

Задача 1. Константин Эдуардович Циолковский справедливо считается теоретиком космонавтики. В своих работах он предложил много разнообразных идей. Что он предложил необычного для доставки грузов на орбиту кроме многоступенчатых ракет («ракетных поездов»)?

- A. Использование дирижаблей
- B. Самолет
- C. Космический лифт
- D. Зенитные орудия
- E. Левитацию

Задача 2. Как называется характеристика отражающей способности поверхности?

- A. Терминатор
- B. Альбедо
- C. Пиктето
- D. Спектр
- E. Поляризация

Задача 3. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите и совершив маневр переходит на более высокую круговую орбиту. Как измениться его скорость относительно неподвижного наблюдателя на Земле?

- A. Не изменится
- B. Модуль скорости уменьшится
- C. Модуль скорости увеличится
- D. Модуль скорости не изменится, но вектор скорости может повернуться
- E. Может быть по-разному: зависит от маневра

Задача 4. На Луне человек оставил следы на поверхности. Как долго они там будут оставаться и почему?

- A. Очень долго, потому что у Луны нет атмосферы, и нет ветра или осадков, которые могут эти следы стереть

- В. Они уже стерлись от пылевых бурь, которые часто бывают на Луне*
- С. Следы на Луне стираются за 50–60 лет от космической пыли и космических лучей*
- Д. Их теперь не найдешь из-за постоянной бомбардировки Луны метеоритами*
- Е. На самом деле никаких следов на Луне никогда не было — это знаменитая Лунная афера*

Задача 5. *В октябре 1959 году советский спутник сфотографировал обратную сторону Луны. Что было сделано впервые в мировой практике для облета Луны спутником?*

- А. Съемка небесного тела с борта спутника*
- В. Впервые была достигнута вторая космическая скорость*
- С. Впервые был применен гравитационный маневр***
- Д. Впервые были включены двигатели на орбите Луны*
- Е. Впервые была превышена вторая космическая скорость*

Задача 6. *Почему при запуске спутников на орбиту почти все ракеты летят на восток?*

- А. На востоке больше мест для падения ступеней ракет*
- В. Используются попутные воздушные потоки*
- С. Используется вращение Земли для экономии топлива***
- Д. Для секретности: чтобы не пролетать над Западной Европой на низкой высоте*
- Е. Это не так: ракеты стартуют на запад так же часто, как и на восток*

Задача 7. *Как различается средняя плотность планет Солнечной системы?*

- А. Чем ближе планета к Солнцу, тем больше ее плотность*
- В. Чем ближе планета к Солнцу, тем меньше ее плотность*
- С. Все планеты Солнечной системы имеют примерно одинаковую плотность*
- Д. Чем больше радиус планеты, тем меньше ее плотность*
- Е. Планеты земной группы более плотные, чем ледяные и газовые гиганты***

Задача 8. *От чего зависит наличие или отсутствие смены времен года на планетах Солнечной системы?*

- А. От расстояния от планеты до Солнца*

- B. От массы планеты*
- C. От радиуса планеты*
- D. От угла наклона оси вращения планеты к плоскости эклиптики*
- E. От скорости вращения планеты вокруг своей оси*

Задача 9. *Какой стране удалось впервые запустить на орбиту животных и затем вернуть их с орбиты живыми?*

- A. Советскому Союзу*
- B. США*
- C. Китаю*
- D. Евросоюзу*
- E. Украине*

Задача 10. *Какой стране впервые удалось разогнать космический аппарат до третьей космической скорости?*

- A. Советскому Союзу — аппарат «Луна-1»*
- B. США — аппарат «Пионер-10»*
- C. Советскому Союзу — аппарат «Спутник»*
- D. США — аппарат «Новые горизонты»*
- E. Никому это пока не удалось*

Критерии проверки: автоматическая проверка по ответам, правильный ответ дает 2 балла.

**ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ «ЛОМОНОСОВ» ПО КОСМОНАВТИКЕ 2024**

ОСНОВНЫЕ ЗАДАНИЯ

КЛАССЫ 9 И 10

Задача 1.

*— В чем проблема-то... Сообщите координаты, через час
доставим ученым их очень важный груз.
Сергей Лукьяненко 'Очень важный груз'.
Сборник 'Именем Земли'.*

Найдите радиус и координаты центра окружности, проходящей через все точки пересечения парабол $y = x^2 - 1$ и $x = y^2 - 6y + 5$. Приведите полное решение.

Решение. Заметим, что оси парабол перпендикулярны. При этом осью параболы $y = x^2 - 1$ является ось Oy . Сделаем замену координат так, чтобы осью второй параболы стала ось Ox . Парабола имеет вершину в точке $(-4, 3)$, следовательно, сделаем замену $z = y - 3$. В новых координатах (x, z) уравнения парабол будут иметь вид $z = x^2 - 4$ и $x = z^2 - 4$ соответственно. Поскольку окружность проходит через точки пересечения парабол, что любая ее точка должна удовлетворять системе
$$\begin{cases} z = x^2 - 4, \\ x = z^2 - 4. \end{cases}$$
 Сложим уравнения, перенесем все в одну часть и выделим полные квадраты: $(x - 1/2)^2 + (z - 1/2)^2 = 17/2$. Это и есть уравнение искомой окружности (в новых координатах). Тогда ее радиус равен $\sqrt{17/2}$, центр — $(1/2, 1/2)$ в новых координатах, то есть $(1/2, 7/2)$ — в исходных.

Ответ: радиус равен $\sqrt{17/2}$, координаты центра $(1/2, 7/2)$.

Критерии проверки: 10 баллов — верное решение.

9 баллов — верное решение с незначительной арифметической ошибкой.

7 баллов — верная логика решения, ответ неверен вследствие грубой арифметической ошибки.

4 балла — есть попытка решения, ответ не обоснован или неверен.

2 балла — есть только верный ответ (без решения).

0 баллов — решение отсутствует или не имеет отношения к задаче.

Задача 2.

*Ненужный отныне бластер серебристой искоркой упал вниз.
Тимур следил за его падением. Двести метров — от вершины
 скалы до густой багровой щетины джунглей.
Не спасет и гравитация в две трети земной...
Сergeй Лукьяненко 'Очень важный груз'.
Сборник 'Именем Земли'.*

Самой высокой горой Земли является Эверест. Могут ли (теоретически) на Земле существовать горы выше Эвереста? Если да, то определите максимально допустимую высоту h такой горы. Массу Земли примите равной $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, радиус $R_{\oplus} = 6400$ км. Считайте, что плотность Земли и горы не зависит от расстояния до центра. Предел прочности поверхности Земли примите равным $6 \cdot 10^8$ Па. Форму горы примите равной конусу, влияние атмосферы не учитывайте. Приведите полное решение.

Решение. Объем Земли: $V = \frac{4}{3}\pi R_{\oplus}^3$. Плотность Земли: $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R_{\oplus}^3}$. Так как очевидно, что $h \ll R$, то изменением g и вращением Земли можно пренебречь. Тогда

$$P = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho Shg}{3S},$$

где S — площадь основания горы, а m — ее масса. Отсюда

$$h = \frac{3P}{\rho g} = \frac{4\pi P R_{\oplus}^3}{Mg} \approx 33,6 \text{ км.}$$

Ответ: примерно 33,6 км.

Критерии проверки: 10 баллов – верное решение.

9 баллов – верное решение с арифметической ошибкой.

7 баллов – не расписана плотность Земли / представлено какое-либо табличное значение, получен близкий к верному ответ.

5 баллов – неправильно выписана формула для высоты или для предела прочности или для плотности.

4 балла – одна из формул – верная.

2 балла – есть попытка решения.

0 баллов – решение отсутствует или не имеет отношения к задаче.

Задача 3.

*Печатающим устройством «Алдану» служила электрическая пишущая машинка, снабженная виртуальным набором литер. Благодаря этой маленькой модернизации она могла печатать на семидесяти языках шестнадцатью цветами, а также рисовать графики...
Сергей Лукьяненко. "Временная суeta".
Сборник 'Именем Земли'.*

Задана строка S , состоящая из маленьких букв латинского алфавита. Сколько различных строк можно получить при помощи вычеркивания ровно двух символов из S ? Напишите программу на вашем любимом языке программирования, которая по данной строке вычисляет количество строк, которые можно получить таким образом.

Входные данные: строка S длиной от 3 до 1000 символов включительно. Строка S содержит только маленькие буквы латинского алфавита.

Выходные данные: одно целое число — количество различных строк, которые можно получить при помощи вычеркивания ровно двух символов из S .

Пример.

Ввод: biber

Вывод: 9

Пояснение. Действительно, вычеркивая по два символа, можем получить следующие различные комбинации: *ber, ier, ibr, ibe, bbr, bbe, bir, bie, bib* — всего 9.

Критерии проверки: 10 - Верное решение

9,5 - Неверный формат ввода и/ или вывода, либо решение содержит незначительные ошибки

9 - Отсутствует ввод и/ или вывод

6 - Программа работает только для некоторых входных данных

2 - Решение неверное, но представляет собой программу

Задача 4.

— Вы профессор Ломтев? — проклиная себя
за врожденную глупость, спросил Костя.
Парень хихикнул, но тут же посерьезнел.
— Неужели похож? Я лаборант.
Сергей Лукьяненко 'Гаджет'.
Сборник 'Именем Земли'.

Сотрудники астрономической фирмы «Светило» решили использовать шифр для кодировки координат. Для этого они выбрали слово, содержащее как минимум 10 неповторяющихся букв. Каждой букве сопоставили цифру обязательно в порядке от 1 до 9, затем 0. Например, если бы выбрали слово «авиадиспетчер», то «а» сопоставили 1, «в» — 2, «и» — 3, «а» уже соответствует 1, поэтому пропускаем ее, «д» — 4, «с» — 5, «п» — 6, «е» — 7, «т» — 8, «ч» — 9, «р» — 0. Вася хочет устроиться в «Светило» лаборантом. На собеседовании ему дали пример деления с использованием этого шифра, указанный ниже:

$$\begin{array}{r} \begin{array}{cccc|ccc} \text{А} & \text{И} & \text{Ь} & \text{У} & \text{Я} & \text{М} & \text{Л} & \text{К} \\ \text{М} & \text{Л} & \text{К} & & & \text{К} & \text{И} & \text{У} \\ \hline \text{Л} & \text{Л} & \text{Л} & \text{У} & & & & \\ \text{Л} & \text{К} & \text{А} & \text{И} & & & & \\ \hline & \text{К} & \text{Ь} & \text{И} & \text{Я} & & & \\ & \text{К} & \text{Я} & \text{И} & \text{У} & & & \\ & \hline & & \text{Л} & \text{Ц} & \text{А} & & & \end{array} \end{array}$$

Какое слово могли использовать сотрудники «Светила» для шифра? Поясните свой ответ.

Решение, ответ и критерии к этой задаче см. в варианте для 7-8 классов.

Задача 5.

— И правильно, — поддакнул лаборант.
— Я сам студент. Биофак, пятый курс.
Сергей Лукьяненко 'Гаджет'.
Сборник 'Именем Земли'.

В процессе написания курсовой работы студент Костя сталкивается со следующим вопросом из области теории чисел: какие из натуральных чисел N можно представить в виде суммы дробей:

$$N = \frac{1}{n_1} + \frac{2}{n_2} + \frac{3}{n_3} + \dots + \frac{2024}{n_{2024}},$$

где $n_1, n_2, \dots, n_{2024}$ — некоторые (не обязательно различные) натуральные числа? Помогите Константину найти все такие числа. Приведите полное решение.

Решение: Наименьшие возможные знаменатели — единицы. Значит, наибольшее возможное число равно $1 + 2 + \dots + 2024 = \frac{2025 \cdot 2024}{2} = 2\,049\,300$. Итак, получить числа, больше чем $2\,049\,300$ нельзя. Покажем, что все числа от 1 до $2\,049\,300$ получить можно. Вначале получим единицу:

$$1 = \frac{1}{2024} + \frac{2}{2 \cdot 2024} + \frac{3}{3 \cdot 2024} + \dots + \frac{2024}{2024 \cdot 2024}.$$

Теперь получим произвольное число $k = N - 1$ от 1 до $2\,049\,299$ в виде суммы нескольких (попарно различных) натуральных чисел в диапазоне от 1 до 2024. Для чисел k от 1 до 2024 все очевидно (надо взять одно слагаемое). Для чисел k от $2025 = 2024 + 1$ до $4047 = 2024 + 2023$ надо взять 2024 и еще одно соответствующее слагаемое. Далее будем брать сумму трех слагаемых $x + 2023 + 2024$, меняя x от 1 до 2022; потом четырех, и т.д., пока не дойдем до $k = 2\,049\,299 = 2 + 3 + \dots + 2024$. Теперь получим произвольное $N \in [1, 2\,049\,300]$. Представим $k = N - 1$, как было показано выше. Для чисел от 1 до 2024, которые вошли в эту сумму, возьмем знаменатели 1. Для чисел, которые в сумму не вошли, знаменатели подберем так, чтобы сумма дробей дала 1. А именно, пусть в сумму не вошли натуральные числа $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_m \leq 2024$. Тогда

$$\frac{x_1}{m \cdot x_1} + \frac{x_2}{m \cdot x_2} + \dots + \frac{x_m}{m \cdot x_m} = 1.$$

Тогда общая сумма составим $k + 1 = N$.

Ответ: Все числа от 1 до $2\,049\,300$, и только их.

Критерии проверки: 10 - верно

9 - ошибка в нескольких разложениях, в целом не влияет на решение

8 - в целом верно, но есть пробелы в обосновании существования разложений для некоторых чисел

6 - получены разложения (или обосновано существование этих разложений) только для части чисел (как правило, для $[6, 21]$ и $[2024, 2049300]$)

4 - есть оценка снизу и разложения некоторых чисел. сюда же относятся случаи, когда безосновательно утверждается существование разложений для этих промежутков

2 - получена оценка сверху или разложения для некоторых чисел.

Задача 6.

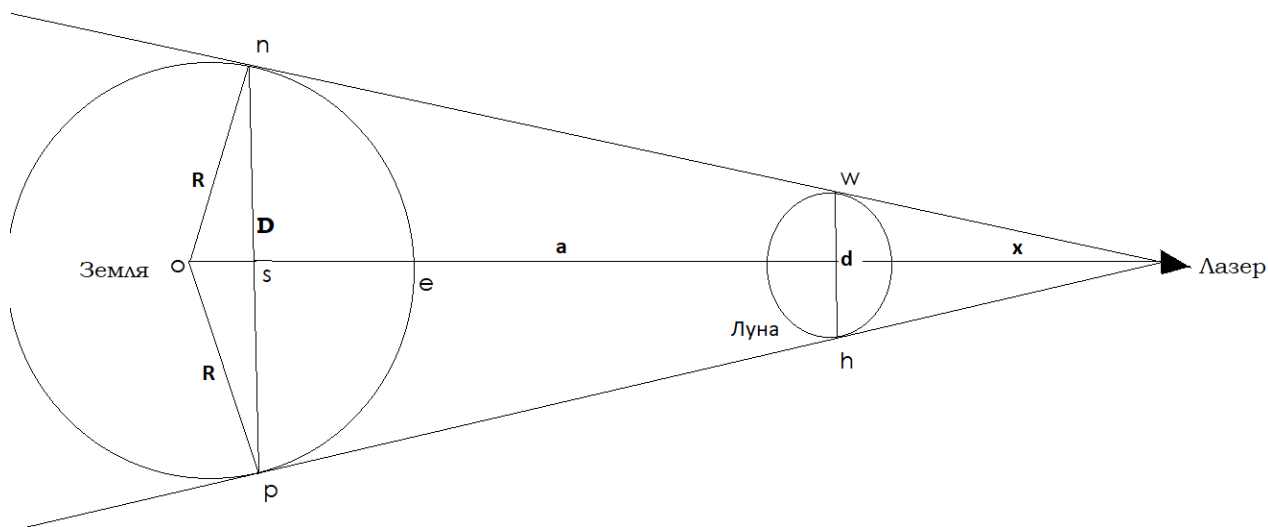
— Ерунда, откуда на Земле боевой лазер?
Сергей Лукьяненко. 'Мой папа — антибиотик'.
Сборник 'Именем Земли'.

В одном из фильмов инопланетяне облучили Землю лазером. В результате на большей части Земли отключилось электричество. Электричество осталось только в небольшой области с Москвой (56° с. ш. $37,5^\circ$ в. д.) в центре и Глазго (56° с. ш. $4,3^\circ$ з. д.) на её границе. Этот «круг жизни» образовался благодаря тому, что на пути лазера попала Луна. Найдите расстояние от лазера до Земли. Орбиту Луны считайте круговой радиуса $385 \cdot 10^3$ км, кривизной Земли пренебрегите. Приведите полное решение.

Решение: Найдём расстояние между городами (радиус тени)

$$D = 2r = 2R \cos(\varphi) \Delta \lambda \approx 5200 \text{ км}$$

Сделаем рисунок к этой задаче.



Из рисунка видно, что треугольники p-n-Лазер и n-w-Лазер: подобны. Так как se намного меньше расстояния от Луны до Земли, то

$$\frac{D}{d} = \frac{a+x}{x}$$

⇓

$$l = x + a = 7,6 \cdot 10^5 \text{ км} \approx 0,005 \text{ а.е.}$$

Ответ: Примерно $7,6 \cdot 10^5$ км.

Критерии проверки: 10 баллов – полное решение с верным ответом.

6 баллов – есть формула отношения, правильно найден угол между городами, дальше

ошибка.

между объектами взяты угловые размеры).

3 балла – найден угол между городами, далее грубая ошибка или неверно понято условие.

2 балла – есть попытка решения.

0 баллов – решение отсутствует или не имеет отношения к задаче.

Задача 7.

*Кто-то сказал мальчику, что, когда день сменяется ночью,
в небе можно увидеть звезды. Это неправда.
Но вечерами мальчик приходит к морю и смотрит на горизонт.
Сергей Лукьяненко 'Донырнуть до звезд'.
Сборник 'Именем Земли'.*

Найдите максимальный диаметр телескопа с равнозрачковым увеличением, в который можно одновременно наблюдать полную Луну в день весеннего равноденствия и Заниах ($\alpha = 12^h 20^m$, $\delta = -0^\circ 40'$). Поле зрения окуляра примите равным 30° . Диаметр зрачка человека $d = 6$ мм. Приведите полное решение.

Решение. В день весеннего равноденствия Солнце имеет координаты $\alpha = 0^h$, $\delta = 0^\circ$. То есть Луна имеет координаты: $\alpha = 12^h$, $\delta = 0^\circ$. Так как разность склонения и прямого восхождения малые углы, то воспользуемся плоским приближением. Расстояние между звездами

$$\omega' = \sqrt{\Delta\alpha^2 + \Delta\delta^2} \approx 5^\circ$$

Возьмем диаметр зрачка человека $d = 6$ мм. Поле зрения окуляра ω и телескопа ω' соотносятся как

$$\begin{aligned} \tan(\omega') &= \frac{\tan(\omega)}{\Gamma} = \frac{d \tan(\omega)}{D} \\ &\Downarrow \\ D &= \frac{d \tan(\omega)}{\tan(\omega')} \approx 4 \text{ см} \end{aligned}$$

Ответ: Примерно 4 см.

Критерии проверки: 8 баллов – верная формула, допущена арифметическая ошибка.

6 баллов – ошибка в формуле (не взяты тангенсы от углов, вместо расстояния между объектами взяты угловые размеры).

3 балла – есть рассуждения, но основные величины найдены неверно.

2 балла – есть попытка решения.

0 баллов – решение отсутствует или не имеет отношения к задаче.

Задача 8.

— Ты кто такая? — воскликнул Крылов. — Ты как в машину попала?
— Я маленькая девочка. Я сместила себя относительно пространства.

Вы меня выслушаете?

Сергей Лукьяненко 'Девочка с китайскими зажигалками'
Сборник 'Именем Земли'.

Алексей едет из пункта A в пункт B на автомобиле. Расстояние между этими пунктами равно N километров. Известно, что с полным баком автомобиль способен проехать k километров. Дана карта, на которой отмечены координаты бензоколонок, относительно пункта A . Определите минимальное число заправок, которые придется сделать Алексею, чтобы успешно достичь пункта B . Известно, что при выезде из пункта A бак был полон.

Входные данные: в первой строке вводятся числа N и k (натуральные, не превосходят 1000). В следующей строке вводится количество бензоколонок S , потом следует S натуральных чисел, не превосходящих N — расстояния от пункта A до каждой заправки. Заправки упорядочены по удаленности от пункта A .

Выходные данные: если при данных условиях пункта B достичь невозможно, то выведите число -1 . Если решение существует, то выведите минимальное количество остановок на дозаправку, которое нужно, чтобы достичь пункта B .

Примеры.

Входные данные:

100 20

1 50

Выходные данные:

-1

Входные данные:

100 50

1 50

Выходные данные:

1

Решение.

```
n, k = map(int, input().split())
a=list(map(int, input().split()))
s=a[0]
stations=[0]*s
for i in range(s):
    stations[i]=a[i+1]

stations.append(n)
```

```
current_position = 0
last_refuel_position = 0
num_refuels = 0

for i in range(s + 1):
    if stations[i] - last_refuel_position > k:
        print(-1)
        exit()

    if stations[i] - current_position > k:
        current_position = last_refuel_position
        num_refuels += 1

    last_refuel_position = stations[i]

print(num_refuels)
```

Критерии проверки: 10 - Верное решение

8 - Неверный формат ввода и/ или вывода, либо решение содержит незначительные ошибки

8 - Отсутствует ввод и/ или вывод

6 - Программа работает только для некоторых входных данных, причем на данных из примера работает

4 - Программа работает только для некоторых входных данных, причем не на всех данных из примера работает

2 - Решение неверное, но представляет собой программу