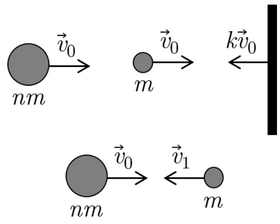
Международная физическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2022–2023 учебный год. Заключительный этап

Решения задач для 8 класса

8.1. **(3 балла)** Два шарика массами m (первый) и nm (второй) движутся прямолинейно друг за другом в одном направлении с одинаковой скоростью v_0. Первый абсолютно упруго отскакивает от массивной стенки ($M \gg m$), движущейся ему навстречу со скоростью kv_0. После этого шарики сталкиваются абсолютно неупруго.
Во сколько раз уменьшилась суммарная кинетическая энергия шариков после их столкновения (по сравнению с начальной) при $n = 4$, $k = 2$? (*В. В. Кузьмичев, С. А. Старовойтов*)
Ответ: 25.
Решение. Рассмотрим упругий удар первого шарика со стенкой. Шарик налетает и отскакивает от стенки со скоростью $v_0 + kv_0 = (k+1)v_0$ в системе отсчёта массивной стенки. В неподвижной системе отсчёта его скорость:



$$v_1 = (2k+1)v_0.$$

При неупругом соударении шариков:

$$nmv_0 - m(2k+1)v_0 = (n+1)mv_2,$$

где v_2 — скорость слипшихся шариков.

$$v_2 = \frac{n-2k-1}{n+1} \cdot v_0.$$

Начальная кинетическая энергия шариков

$$E_1 = \frac{(n+1)mv_0^2}{2}.$$

Конечная энергия

$$E_2 = \frac{(n-2k-1)^2 mv_0^2}{2(n+1)}.$$

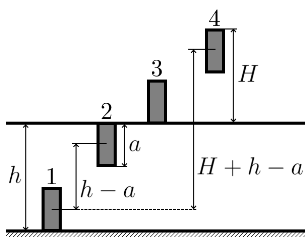
Тогда

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{(n+1)^2}{(n-2k-1)^2}.$$

При $n = 4$, $k = 2$: $\eta = 25$.

8.2. **(3 балла)** Тонкий деревянный цилиндр (карандаш) высотой $a = 20$ см удерживают на дне водоёма в вертикальном положении. Глубина водоёма $h = 1$ м.
На какую максимальную высоту над водой сможет подняться верхний торец цилиндра, если его быстро отпустить?
Примечание. Сопротивлением воды и воздуха пренебрегите. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, средняя плотность карандаша $\rho_д = 400$ кг/м^3. (*М. А. Крупина*)
Ответ: 1,45 м.
Решение. Изобразим на рисунке (см. справа) 4 положения карандаша:

1) начальное на дне;
2) верхний конец карандаша на поверхности жидкости;
3) нижний конец карандаша на поверхности жидкости;
4) максимальная высота подъёма.



Вычислим работу силы Архимеда при перемещении из положения 1 в положение 2:

$$A_{Арх_1} = \rho_в g V(h-a).$$

Вычислим работу силы Архимеда при перемещении из положения 2 в положение 3, учитывая, что сила Архимеда пропорциональна длине части карандаша внутри водоёма (см. рис.):

$$A_{\text{Арх}_2} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{в}} g V a.$$

Из закона сохранения механической энергии полная работа силы Архимеда равна изменению потенциальной энергии силы тяжести:

$$A_{\text{Арх}_1} + A_{\text{Арх}_2} = \Delta E_{\text{п}} = mg(H + h - a).$$

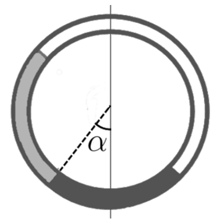
Преобразуем:

$$\rho_{\text{в}} g V \left(h - a + \frac{a}{2}\right) = \rho_{\text{д}} g V (H + h - a) \quad \Leftrightarrow \quad \rho_{\text{в}} \left(h - \frac{a}{2}\right) = \rho_{\text{д}}(h - a) + \rho_{\text{д}} H.$$

Подставляем числовые значения и получаем результат.

$$H = \frac{\rho_{\text{в}} \left(h - \frac{a}{2}\right) - \rho_{\text{д}}(h - a)}{\rho_{\text{д}}} = 1{,}45 \text{ м}.$$

8.3. **(2 балла)** В длинную тонкую трубку залили равные объёмы двух несмешивающихся жидкостей с различными плотностями, заполнив её ровно наполовину. Трубку свернули в кольцо, расположив его в вертикальной плоскости (см. рис.). Угол, который составляет с вертикалью отрезок, проходящий через границу раздела жидкостей и центр кольца, равен $\alpha = 10°$. Найдите плотность лёгкой жидкости ρ_2, если плотность тяжёлой известна и равна $\rho_1 = 1000$ кг/м^3. (*М. П. Коробков, Т. А. Андреева*)



Ответ: 700 кг/м^3.

Решение. Напишем гидростатические давления внизу трубок. В правой:

$$P_{\text{п}} = \rho_1 g h_1 = \rho_1 g R \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) = \rho_1 g R (1 - \sin\alpha).$$

В левой:

$$P_{\text{л}} = \rho_1 g R (1 - \cos\alpha) + \rho_2 g R \cos\alpha + \rho_2 g R \sin\alpha.$$

В состоянии равновесия гидростатические давления внизу трубки в левой и правой частях кольца равны:

$$P_{\text{п}} = P_{\text{л}} \quad \Leftrightarrow \quad \rho_1(1 - \sin\alpha) = \rho_1(1 - \cos\alpha) + \rho_2(\cos\alpha + \sin\alpha).$$

Выразим нужную плотность:

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \rho_1 \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}\alpha} = 700 \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

8.4. **(3 балла)** В калориметре смешали $m_1 = 60$ г льда при температуре $t_1 = -15°$C и $m_2 = 30$ г водяного пара при температуре $t_2 = +100°$C.
Чему равна масса воды в системе после установления теплового равновесия?
Примечание. Теплообменом с окружающей средой и теплоёмкостью калориметра пренебрегите. Удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}} = 4200 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$. Удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2100 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг. Удельная теплота парообразования воды $r = 2300$ кДж/кг. (*Фольклор*)
Ответ: 80 граммов.
Решение. Определим количество теплоты, необходимое для нагрева заданного количества льда до температуры кипения:

$$Q_+ = c_{\text{л}} m_1 (t_0 - t_1) + c_{\text{в}} m_1 (t_{100} - t_0) + \lambda m_1 =$$
$$= 60 \cdot 10^{-3} \cdot (2100 \cdot 15 + 4200 \cdot 100 + 330000) = 46890 \text{ Дж}.$$

Определим количество теплоты, необходимое для конденсации заданного количества пара:

$$Q_- = m_2 r = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 2300000 = 69000 \text{ Дж}.$$

Так как $Q_- > Q_+$, то пар сконденсировался не весь.
Так как в системе установилась равновесная температура 100°C, то масса сконденсировавше-

гося пара равна:

$$\Delta m = \frac{Q_+}{r} = \frac{46890}{2300000} = 0{,}02 \text{ кг} = 20 \text{ г}.$$

Суммарная масса воды равна $m_в = m_1 + \Delta m = 80$ граммов.

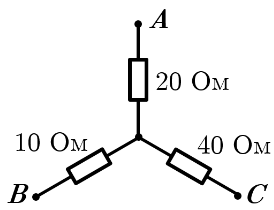
8.5. **(2 балла)** На крышке маленького чёрного ящичка находятся три клеммы A, B, C, а внутри — схема, собранная из трёх резисторов сопротивлением 10 Ом, 20 Ом и 40 Ом. Сопротивление между клеммами A и B равно $R_{AB} = 30$ Ом, между клеммами B и C — $R_{BC} = 50$ Ом.

Чему равно сопротивление между клеммами A и C? Нарисуйте схему соединения резисторов в чёрном ящике. (*Т. А. Андреева*)

Ответ: $R_{AC} = 60$ Ом; соединение — «звёздочка».

Решение. Возможно 24 разных схемы с подключёнными тремя резисторами и всеми задействованными клеммами: по 6 вариантов «звезды», «треугольника», с двумя параллельно соединёнными и с двумя последовательно соединёнными резисторами. Очевидно, что перебирать все варианты не нужно.

30 Ом можно получить, только соединяя последовательно 10 Ом и 20 Ом, 50 Ом — соединяя последовательно 10 Ом и 40 м. Таким образом 10 Ом участвует в обоих сопротивлениях и подключён к клемме B. Ко второму его концу подключены резистор 20 Ом (второй его конец на A) и 40 Ом (второй конец на C) — соединение «звездой». Сопротивление между клеммами A и C определяется последовательно соединёнными резисторами 20 Ом и 40 Ом и равно 60 Ом.



8.6. **(2 балла)** Электрометр представляет собой проводящий шар, соединённый со стрелкой. Стрелка отклоняется на число делений, пропорциональное заряду на шаре. У Вани были одинаковые заряженные металлические кубики. Он берёт их (изолирующими перчатками для чистоты эксперимента) и по очереди по одному прикладывает к электрометру, а затем отбрасывает в сторону. Исходно электрометр показывал ноль. Когда Ваня приложил и отбросил 1 кубик, электрометр показал $Q_1 = 18$ единиц заряда. А в момент, когда приложил и отбросил 3 кубика — показал $Q_3 = 38$ единиц.

Чему равнялся (в этих единицах) исходный заряд одного кубика? (*А. М. Минарский*)

Ответ: 27.

Решение. Пусть заряд одного кубика — q единиц. При контакте кубика и шара электрометра весь общий заряд (который был у кубика и шара до контакта) распределяется в некоторой постоянной пропорции между кубиком и шаром. Пусть на шаре остаётся доля x от всего их общего с кубиком заряда.

Имеем:

после касания шара с 1-м кубиком на шаре: $Q_1 = xq = 18$;

после касания со 2-м кубиком на шаре: $Q_2 = x(q + Q_1) = x(q + 18)$;

после касания с 3-м кубиком на шаре: $Q_3 = x(q + Q_2) = x(q + x(q + 18)) = 38$.

Подставляя $xq = 18$ в последнее соотношение, получим

$$18 + 18x + 18x^2 = 38.$$

Решив это квадратное уравнение, получаем $x = 2/3$ или $x = -5/3$. Только первое значение x физично (ясно, что заряды на металлических кубике и шаре после их контакта одинаковы по знаку, то есть доля x заведомо положительна и меньше 1). Из $xq = 18$ имеем $q = 27$.