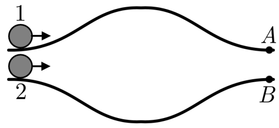
Международная физическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2022–2023 учебный год. Отборочный этап

Решения задач для 8 класса

8.1. (2 балла) Два одинаковых колобка катятся с одинаковыми скоростями по параллельным горизонтальным дорожкам. На пути первого колобка — горка, на пути второго — ямка (см. рисунок). Высота горки и глубина ямки одинаковы. Оба колобка преодолели препятствия и оказались в точках A и B соответственно.



[1] Сравните скорости колобков в точках A и B:
A) $v_1 > v_2$, B) $v_1 = v_2$, C) $v_1 < v_2$.

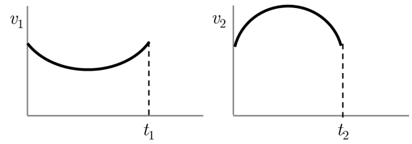
[2] Сравните времена, затраченные колобками на преодоления препятствий:
A) $t_1 > t_2$, B) $t_1 = t_2$, C) $t_1 < t_2$.

Проскальзывания при движении колобков отсутствуют. В обоих вопросах в ответе укажите только **букву** правильного варианта. (*С. А. Старовойтов*)

Ответы: [1] B. **[2]** A.

Решение [1]. Скорость первого колобка при движении по горке сначала уменьшается, затем увеличивается и в точке A становится равной начальной скорости. Скорость второго колобка при движении по ямке сначала увеличивается, затем уменьшается и в точке B становится равной начальной скорости.

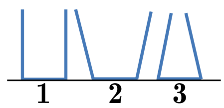
Из закона сохранения энергии понятно, что $v_1 = v_2$. Качественные зависимости скорости колобков от времени при движении через преграды представлены на рисунках.



Решение [2]. Пути, пройденные колобками одинаковы, значит, площади под кривыми одинаковы. Тогда $t_1 > t_2$.

Критерии. Каждый вопрос стоит 1 балл.

8.2. (3 балла) В три стеклянных стаканчика, осевые сечения которых представлены на рисунке, влили одинаковый объём воды так, что вода из стаканчиков не выливалась.



[3] Выберите из предложенных верный ответ для гидростатических давлений воды (p_1, p_2, p_3) на дно стаканчиков:
A) $p_1 = p_2 = p_3$, B) $p_2 > p_1 > p_3$, C) $p_3 > p_1 > p_2$.

[4] Выберите из предложенных верный ответ для величин сил давления (F_1, F_2, F_3) стаканчиков с водой на горизонтальную поверхность основания:
A) $F_1 = F_2 = F_3$, B) $F_2 > F_1 > F_3$, C) $F_3 > F_1 > F_2$.

Высота стаканчиков, диаметр основания и толщина стеклянных стенок одинаковы. Угол наклона боковых стенок больше $45°$. В обоих вопросах в ответе укажите только **букву** правильного варианта. (*С. А. Старовойтов*)

Ответы: [3] C. **[4]** B.

Решение [3]. Гидростатическое давление $p = \rho g h$ зависит от высоты уровня жидкости, а она наибольшая в третьем стаканчике и наименьшая во втором.

Решение [4]. Для любого угла наклона площадь боковой поверхности у второго стакана больше, чем у первого и третьего. При указанных углах наклона стенок и малой величине отношения радиусов горлышка и основания у третьего стакана (как на рисунке) площадь боковой поверхности у третьего стакана меньше, чем у первого. Так как массы воды во всех стаканчиках одинаковы, то веса стаканчиков с водой будут больше для стаканчиков с большей массой боковых стенок. Таким образом, верным является ответ B.

Замечание. При малой высоте стаканов и, соответственно, большой величине отношения радиусов горлышка и основания у третьего стакана площадь боковой поверхности у третьего стакана больше, чем у первого. В этом случае было бы верным двойное неравенство $F_2 > F_3 > F_1$. Но такого неравенства в предложенных на выбор ответах нет. Поэтому, единственный возможный

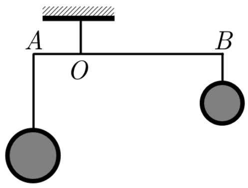
вариант это ответ В.
Критерии. Вопрос **[3]** стоит 1 балл. Ответ «В» в вопросе **[4]** стоит 2 балла, ответ «А» стоит 1 балл.

8.3. **(3 балла)** Турист Николай Петрович опоздал на 5 минут к отплытию своего теплохода, отправившегося вниз по реке. На счастье хозяин быстроходного катера согласился помочь Николаю Петровичу. Догнав теплоход и высадив незадачливого туриста, катер тут же отправился в обратный путь.

[5] Сколько времени прошло с момента отплытия катера до его возвращения? Ответ дайте в минутах.

Считайте, что скорость теплохода относительно воды в 3 раза больше скорости течения реки, а скорость катера — в 5 раз. (*С. А. Старовойтов*)
Ответ: 25 минут.
Решение. В момент, когда катер догонит теплоход, теплоход пройдёт расстояние вдоль течения реки:
$$S = S_0 + (v_{\text{Т}} + v_{\text{Р}})t_1 = (v_{\text{Т}} + v_{\text{Р}})(t_0 + t_1).$$
Такой же путь пройдёт и катер:
$$S = (v_{\text{К}} + v_{\text{Р}})t_1.$$
Здесь t_1 — время движения катера «туда», t_0 — время опоздания пассажира.
Приравнивая пути и учитывая, что $v_{\text{К}}/v_{\text{Р}} = 5$, $v_{\text{Т}}/v_{\text{Р}} = 3$, получим $t_1 = 2t_0$.
Путь катера обратно:
$$S = (v_{\text{К}} - v_{\text{Р}})t_2,$$
где t_2 — время движения катера обратно.
Приравнивая пути катера туда и обратно, получим
$$t_2 = 1{,}5t_1 = 3t_0.$$
Полное время движения катера туда и обратно
$$t = t_1 + t_2 = 5t_0 = 25 \text{ мин}.$$

8.4. **(4 балла)** Шарики, сделанные из разных материалов, уравновесили на рычаге. Объём шара слева в 1,25 раза больше объёма шара справа, а плечо AO в 2,5 раза меньше плеча OB.



[6] На сколько надо увеличить объём правого шара, чтоб при помещении всей системы в воду равновесие на нарушилось, если его плотность в два раза больше плотности воды? Ответ дайте в процентах, округлив до целых. (*М. А. Крупина*)

Ответ: 50%.
Решение. Условие равновесия в воздухе:
$$\rho_1 V_1 g l_1 = \rho_2 V_2 g l_2,$$
откуда находим
$$\rho_1 = 2\rho_2$$
(индекс «1» относится к левому шару, индекс «2» — к правому).
Условие равновесия в воде:
$$\rho_1 V_1 g l_1 - \rho_0 V_1 g l_1 = \rho_2 V_2^* g l_2 - \rho_0 V_2^* g l_2,$$
где ρ_0 — плотность воды, V_2^* — новый объём правого шара.
После нехитрых преобразований находим
$$V_2^* = 1{,}5V_2.$$
Следовательно, увеличение на 50%.

8.5. **(2 балла)** Мальчики (тройняшки) построили плот. Когда они забрались на плот все вместе, плот погрузился в воду полностью. А вот если кататься вдвоём, то плот погружается в воду на $\eta = 0{,}8$ своей толщины.

[7] Определите плотность дерева, из которого сделан плот. Ответ дайте в кг/м^3, округлив до целых.

Замечание. Плотность воды — 1000 кг/м^3, толщина плота $h = 20$ см.

(*Т. В. Воробьева, С. А. Старовойтов*)

Ответ: 400.

Решение. Запишем уравнения равновесия для 3 мальчиков и для 2 мальчиков:

$$\begin{cases} 3mg + Mg = \rho_0 gSh, \\ 2mg + Mg = \rho_0 gS\Delta h, \end{cases}$$

где m — масса каждого из мальчиков, M — масса плота, S — площадь плота, Δh — толщина части плота, погруженной в воду, для случая 2 мальчиков. Вычтем из первого уравнения второе:

$$mg = \rho_0 gS(h - \Delta h),$$

и, подставив в первое, получим

$$Mg = \rho_0 gS(h - 3(h - \Delta h)).$$

Используя определение массы плота через его плотность ρ, получим:

$$\rho = \rho_0 \left(1 - 3\left(1 - \frac{\Delta h}{h}\right)\right) = \rho_0(1 - 3(1 - \eta)) = 400\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

8.6. **(3 балла)** Открыв банку со сгущёнкой и съев половину, Славик подумал, что неплохо было бы сварить остаток. Опустив банку в кипящую воду, Славик заметил, что банка погрузилась в воду на 5/6 своего объёма. Время шло, сгущёнка всё не темнела, и Славик съел ещё четверть банки. Теперь банка плавала, погрузившись наполовину.

[8] Сколько весила полная банка, если её объём равен 300 мл? Ответ дайте в килограммах с точностью до сотых.

Замечание. Считайте банку тонкостенной. (*Т. А. Андреева*)

Ответ: 0,45.

Решение. Обозначим плотность сгущёнки — $\rho_\text{С}$, плотность воды — $\rho_\text{В}$, массу пустой банки — m, объём — V. Банка тонкостенная, значит внутренний и внешний объёмы практически одинаковы. С учётом того, что сначала было 1/2 банки, а потом стало 1/4, пишем закон Архимеда:

$$\begin{cases} mg + \frac{1}{2} \cdot \rho_\text{С} Vg = \frac{5}{6} \cdot \rho_\text{В} Vg, \\ mg + \frac{1}{4} \cdot \rho_\text{С} Vg = \frac{1}{2} \cdot \rho_\text{В} Vg. \end{cases}$$

Вычитаем из верхнего уравнения нижнее:

$$\frac{1}{4} \cdot \rho_\text{С} Vg = \frac{1}{3} \cdot \rho_\text{В} Vg.$$

Т.о., плотность сгущёнки равна

$$\rho_\text{С} = \frac{4}{3} \cdot \rho_\text{В} = 1330\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Из первого уравнения для закона Архимеда находим

$$m = \frac{5}{6} \cdot \rho_\text{В} V - \frac{1}{2} \cdot \rho_\text{С} V = \frac{1}{6} \cdot \rho_\text{В} V.$$

И масса полной банки равна

$$M = \rho_\text{С} V + \frac{1}{6} \cdot \rho_\text{В} V = 0{,}45\ \text{кг}.$$

Критерии. Округленный до десятых долей ответ «0,5» оценивается в 1 балл.

8.7. **(2 балла)** Три цилиндрических сообщающихся сосуда в виде буквы «Ш» наполнены растительным маслом плотностью 900 кг/м^3 и закрыты невесомыми тонкими поршнями. Сечение каждого из сосудов равно 60 см^2. На поршень, закрывающий средний сосуд, кладут грузик массой 600 г.

[9] На какую высоту (по отношению к первоначальному уровню) поднимутся после этого поршни в крайних сосудах? Ответ дайте в миллиметрах, округлив до целых.

Замечание. Трением поршней о стенки сосудов пренебрегите. (*С. А. Старовойтов*)

Ответ: 37.

Решение. Давление в среднем сосуде под поршнем равно $P_{\text{ср}} = mg/s$, где m — масса груза. В крайних поршнях на таком же уровне высоты давление $P_{\text{кр}} = \rho g(h+x)$, где h — расстояние, на которое опустится средний поршень, x — высота, на которую поднимутся крайние поршни. Из равенства давлений получим

$$\frac{mg}{s} = \rho g(h+x).$$

Кроме того, жидкость, вытесненная из среднего сосуда, перетечёт в крайние. Следовательно, $h = 2x$. Подставляя в предыдущее равенство и выражая x, получим

$$x = \frac{m}{3\rho S} = 37 \text{ мм}.$$

Критерии. Неправильные ответы «36» и «74» оцениваются в 1 балл.

8.8. **(4 балла)** Мама привела малыша на берег реки. Солнце нагрело камни до 40°C, но вода в реке была холодной (18°C). Чтобы искупать малыша, мать набрала в ведёрко 5 л воды и стала греть её, опуская в ведёрко камни. Чтобы вода не выплёскивалась, она клала в ведро только один камень, ждала, пока температуры выровняются, вынимала камень и клала следующий.

[10] Какой будет температура воды, когда из неё достанут четвёртый камень?

[11] До какой температуры нагрелась бы вода, если все 4 камня можно было бы положить в ведёрко одновременно?

Оба ответа дайте в градусах Цельсия, округлив до целых (округляйте только окончательный результат). Масса каждого камня равна 2,8 кг, удельная теплоёмкость — 900 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, удельная теплоёмкость воды — 4,2 $\frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$. (*Т. А. Андреева*)

Ответы: **[10]** 26°C. **[11]** 25°C.

Решение [10]. Определим температуру воды t_1 перед удалением первого камня:

$$\rho Vc(t_1 - t_{\text{В}}) = mc_{\text{К}}(t_{\text{К}} - t_1) \quad \Rightarrow t_1 = \frac{\rho Vct_{\text{В}} + mc_{\text{К}}t_{\text{К}}}{\rho Vc + mc_{\text{К}}} = \frac{21\cdot 18 + 100{,}8}{23{,}52} = 20{,}36°\text{C},$$

где m — масса камня, V — объём воды, c — удельная теплоёмкость воды, $c_{\text{К}}$ — удельная теплоёмкость камня, $t_{\text{К}}$ — температура камня, ρ — плотность воды. Аналогично определим температуру воды перед удалением остальных камней:

$$\text{2 камень:} \quad \rho Vc(t_2 - t_1) = mc_{\text{К}}(t_{\text{К}} - t_2) \quad \Rightarrow t_2 = \frac{\rho Vct_1 + mc_{\text{К}}t_{\text{К}}}{\rho Vc + mc_{\text{К}}} = \frac{21\cdot 20{,}36 + 100{,}8}{23{,}52} = 22{,}46°\text{C}.$$

$$\text{3 камень:} \quad \rho Vc(t_3 - t_2) = mc_{\text{К}}(t_{\text{К}} - t_3) \quad \Rightarrow t_3 = \frac{\rho Vct_2 + mc_{\text{К}}t_{\text{К}}}{\rho Vc + mc_{\text{К}}} = \frac{21\cdot 22{,}46 + 100{,}8}{23{,}52} = 24{,}34°\text{C}.$$

$$\text{4 камень:} \quad \rho Vc(t_4 - t_3) = mc_{\text{К}}(t_{\text{К}} - t_4) \quad \Rightarrow t_4 = \frac{\rho Vct_3 + mc_{\text{К}}t_{\text{К}}}{\rho Vc + mc_{\text{К}}} = \frac{21\cdot 24{,}34 + 100{,}8}{23{,}52} \approx 26°\text{C}.$$

Решение [11]. Определим температуру воды t_4^4 при опускании всех камней:

$$\rho Vc(t_4^4 - t_{\text{В}}) = 4mc_{\text{К}}(t_{\text{К}} - t_4^4) \quad \Rightarrow \quad t_4^4 = \frac{\rho Vct_{\text{В}} + 4mc_{\text{К}}t_{\text{К}}}{\rho Vc + 4mc_{\text{К}}} = \frac{21\cdot 18 + 4\cdot 100{,}8}{31{,}08} \approx 25°\text{C}.$$

Критерии. Правильный ответ на вопрос **[10]** стоит 3 балла, полученный в результате неправильных округлений ответ «25°C» или «27°C» оценивается в 1 балл. Вопрос **[11]** стоит 1 балл.

8.9. **(3 балла)** В котле паровоза вода с начальной температурой 20°C доводится до кипения, испаряется и в пароперегревателе нагревается до 300°C. Перегретый пар поступает в паровую машину, коэффициент полезного действия которой равен 30%.

[12] Чему равна мощность паровой машины, если расход воды равен 7,2 м^3/ч? Ответ дайте в МВт, округлив до целых.

Замечание. Удельная теплоёмкость воды — 4,2 $\frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, удельная теплота парообразования воды — 2,3 МДж/кг, средняя теплоёмкость водяного пара в диапазоне 100–300°C равна 4,2 $\frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$. (*Т. А. Андреева*)

Ответ: 2.

Решение. По определению коэффициента полезного действия,

$$\eta = \frac{P_{\text{П}}}{P_{\text{З}}}.$$

Вычислим «затраченную» мощность:

$$P_{\text{З}} = \frac{Q_{\text{З}}}{t} = \frac{\rho V c(t_{\text{К}} - t_0) + \rho V r + \rho_{\text{П}} V_{\text{П}} c_{\text{П}}(t_{\text{П}} - t_{\text{К}})}{t}.$$

Здесь c — удельная теплоёмкость воды, $c_{\text{П}}$ — удельная теплоёмкость пара, V — объём воды, ρ — плотность воды, $t_{\text{К}}$ — температура кипения, $t_{\text{П}}$ — температура пара, $V_{\text{П}}$ — объём пара, $\rho_{\text{П}}$ — плотность пара.

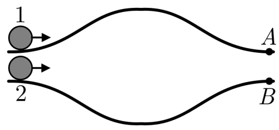
Учитывая, что $V_{\text{П}}\rho_{\text{П}} = V\rho$, вычислим полезную мощность:

$$P_{\text{П}} = \frac{\eta Q_{\text{З}}}{t} = \eta\rho \cdot \frac{V}{t} \cdot \big(c(t_{\text{К}} - t_0) + r + c_{\text{П}}(t_{\text{П}} - t_{\text{К}})\big) = 2\ \text{МВт}.$$

Критерии. Округлённый до десятых долей ответ «2,1» оценивается в 2 балла.

Solutions of the problems for R8

8.1. (2 points) Two identical circular gingerbread buns («koloboks») roll at the same velocity along parallel horizontal tracks. On the way of the first gingerbread bun there is a hill, on the way of the second one there is a hole (see pic.). The height of the hill and the depth of the hole are the same. Both gingerbread buns overcame their obstacles and ended up at points A and B, respectively.



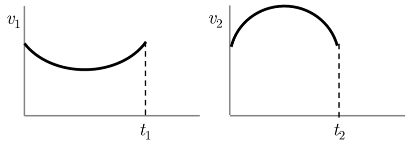
[1] Compare the velocities of the gingerbread buns at points A and B:
A) $v_1 > v_2$, B) $v_1 = v_2$, C) $v_1 < v_2$.

[2] Compare the times it took the gingerbread buns to overcome obstacles:
A) $t_1 > t_2$, B) $t_1 = t_2$, C) $t_1 < t_2$.

There is no slippage while the buns are moving. In both questions give only **the letter** of the correct answer from those given. (*S. Starovoytov*)

Answers: [1] B. **[2]** A.

Solution [1]. The velocity of the first gingerbread bun, while it's moving along the hill, decreases first, then the velocity increases and at the point A it equals the initial velocity. The velocity of the second gingerbread bun, when moving along the hole, increases first and later decreases, and then at point B becomes equal to the initial velocity.

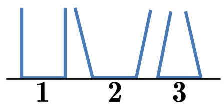


From the law of energy conservation it's evident that $v_1 = v_2$. Qualitative dependences of the gingerbread buns' velocity on time when moving through obstacles are shown in the pictures.

Solution [2]. The paths traveled by the gingerbread buns are the same, which means that the squares under the curves equal one another. Then $t_1 > t_2$.

Criteria. Both questions cost 1 point each.

8.2. (3 points) An equal volume of water was poured into three glass cups, the axial sections of which are shown in the picture, in the way so that the water did not spill out of the cups.



[3] Choose from the suggested answers the correct one for the hydrostatic pressures of water (p_1, p_2, p_3) on the bottoms of the cups:
A) $p_1 = p_2 = p_3$, B) $p_2 > p_1 > p_3$, C) $p_3 > p_1 > p_2$.

[4] Choose from the suggested answers the correct one for the pressure forces (F_1, F_2, F_3) of the cups with water in them on the horizontal surface of the base:
A) $F_1 = F_2 = F_3$, B) $F_2 > F_1 > F_3$, C) $F_3 > F_1 > F_2$.

The height of the cups, the diameter of the base and the thickness of the glass walls are equal. The angle of inclination of the side walls is more than 45°. In both questions give only **the letter** of the correct answer from those given. (*S. Starovoytov*)

Answers: [3] C. **[4]** B.

Solution [3]. The hydrostatic pressure $p = \rho g h$ depends on the height of the liquid level, and it is the largest in the third cup and the smallest in the second.

Solution [4]. For any angle of inclination, the lateral surface area of the second glass is larger than that of the first and the third. At the indicated angles of inclination of the walls and a small value of the ratio of the radii of the neck and base of the third glass (as in the figure), the side surface area of the third glass is less than that of the first. Since the masses of water in all cups are the same, the weights of cups with water will be bigger for cups with a larger mass of side walls. Therefore, the correct answer is B.

Remark. Note that with a small height of the glasses and, respectively, a large value of the ratio of the radii of the neck and base of the third glass, the lateral surface area of the third glass is larger

than that of the first. In this case, the double inequality $F_2 > F_3 > F_1$ would be true. But there is no such inequality in the answers offered for choice. Therefore, the only possible answer is B.
Criteria. Question **[3]** costs 1 point. For the question **[4]**: answer «B» costs 2 points, answer «A» costs 1 point.

8.3. **(3 points)** Tourist Nikolai Petrovich was 5 minutes late to the departure of his cruise ship, which went down the river. Fortunately, the owner of the speedboat agreed to help Nikolai Petrovich. Having caught up with the cruise ship and left the unlucky tourist on board of it, the speedboat immediately set off back on the return journey.

[5] How long did it take from the moment the speedboat started until it returned? Give the answer in minutes.

Assume that the speed of the cruise ship in relation to the water is 3 times bigger than the speed of the river current, and the speed of the boat is 5 times bigger than that of the river. (*S. Starovoytov*)
Answer: 25 minutes.
Solution. At the very moment when the speedboat catches up with the cruise ship, the cruise ship will have covered the distance down the river:

$$S = S_0 + (v_{\text{CS}} + v_{\text{R}})t_1 = (v_{\text{CS}} + v_{\text{R}})(t_0 + t_1).$$

The speedboat will pass the same way:

$$S = (v_{\text{SB}} + v_{\text{R}})t_1.$$

Here t_1 is the time it took the speedboat to get «to» the cruise ship and t_0 is how much time the tourist was late.
Equating the distances and considering $v_{\text{SB}}/v_{\text{R}} = 5$, $v_{\text{CS}}/v_{\text{R}} = 3$, we get $t_1 = 2t_0$.
The way back of the speedboat

$$S = (v_{\text{SB}} - v_{\text{R}})t_2,$$

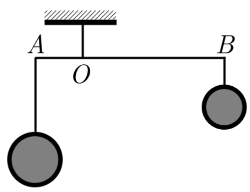
where t_2 is the time it took the speedboat to get back.
Equating the distances of the speedboat to and back from we get

$$t_2 = 1.5t_1 = 3t_0.$$

Total time for the speedboat to and from

$$t = t_1 + t_2 = 5t_0 = 25 \text{ min}.$$

8.4. **(4 points)** Balls made of different materials are balanced on a lever. The volume of the left ball is 1.25 times bigger than the volume of the ball on the right, and the arm AO is 2.5 times less than the arm OB.



[6] By how much should the volume of the right sphere be increased so that when the entire system is placed in water, the balance will not get disturbed provided the system density is twice as big as that of water? Give your answer as a percentage, rounded to integers. (*M. Krupina*)

Answer: 50%.
Solution. Condition of balance in air:

$$\rho_1 V_1 g l_1 = \rho_2 V_2 g l_2,$$

therefore,

$$\rho_1 = 2\rho_2$$

(index «1» refers to the left ball, index «2» refers to the right one).
Condition of balance in water:

$$\rho_1 V_1 g l_1 - \rho_0 V_1 g l_1 = \rho_2 V_2^* g l_2 - \rho_0 V_2^* g l_2.$$

Here ρ_0 is the density of water, V_2^* is the new volume of the right ball.
After simple transformations we come to

$$V_2^* = 1.5V_2.$$

Therefore, the increase is by 50%.

8.5. (2 points) The boys (triplets) built a raft. When they climbed onto the raft all together, the raft sank completely into the water. But if only two of them ride it, then the raft is immersed in water for $\eta = 0.8$ of its thickness.

[7] Find out the density of the wood from which the raft is made. Give your answer in kg/m^3 rounded to integers.

Remark. The density of water is $1000\ \text{kg/m}^3$, the thickness of the raft is $h = 20$ cm.

(*T. Vorobyeva, S. Starovoytov*)

Answer: 400.

Solution. Write down the equilibrium equations first for 3 boys and then for 2 boys:

$$\begin{cases} 3mg + Mg = \rho_0 g S h, \\ 2mg + Mg = \rho_0 g S \Delta h, \end{cases}$$

where m is the mass of each of the boys, M is the mass of the raft, S is the area of the raft, Δh is the thickness of the submerged part of the raft in the case of 2 boys on it. Subtract the second equation from the first one:

$$mg = \rho_0 g S (h - \Delta h).$$

Substituting into the first equation, we get

$$Mg = \rho_0 g S (h - 3(h - \Delta h)).$$

By using the definition of the raft mass through its density ρ we get

$$\rho = \rho_0 \left(1 - 3\left(1 - \frac{\Delta h}{h}\right)\right) = \rho_0 (1 - 3(1 - \eta)) = 400\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

8.6. (3 points) Having opened a jar of condensed milk and eaten the half of it, Slavik thought that it would be nice to cook the rest. Having dipped the jar into boiling water, Slavik noticed that the jar was immersed in water for 5/6 of its volume. Time has passed but the milk hasn't turned dark, so Slavik has eaten a quarter more of the milk in the jar. Now the jar started floating being immersed in water on its half only.

[8] How much did the full jar weigh provided its volume is 300 ml? Give the answer of the mass in kilos rounded to hundredths.

Remark. Consider that the jar is thin-walled. (*T. Andreeva*)

Answer: 0.45.

Solution. The density of condensed milk is ρ_{CM}, the density of water is ρ_{W}, the empty jar weighs m, its volume is V. The jar is thin-walled so their inside and outside volumes are almost equal. Considering that when in water, initially the jar was half full and later only quarter full, we write the law of Archimedes:

$$\begin{cases} mg + \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{CM}} V g = \frac{5}{6} \cdot \rho_{\text{W}} V g, \\ mg + \frac{1}{4} \cdot \rho_{\text{CM}} V g = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{W}} V g. \end{cases}$$

Subtract the lower equation from the upper equation:

$$\frac{1}{4} \cdot \rho_{\text{CM}} V g = \frac{1}{3} \cdot \rho_{\text{W}} V g.$$

Therefore, the density of condensed milk is

$$\rho_{\text{CM}} = \frac{4}{3} \cdot \rho_{\text{W}} = 1330\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

From the first equation to the law of Archimedes we find out, that

$$m = \frac{5}{6} \cdot \rho_{\text{W}} V - \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{CM}} V = \frac{1}{6} \cdot \rho_{\text{W}} V,$$

and the full jar weighs

$$M = \rho_{\text{CM}} V + \frac{1}{6} \cdot \rho_{\text{W}} V = 0.45\ \text{kg}.$$

Criteria. If the given answer is correct but rounded to tenths («0.5»), it costs 1 point.

8.7. (2 points) Three cylindrical communicating vessels in the form of the cyrillic letter «Ш» are filled with oil of 900 kg/m^3 density and are shut with weightless thin pistons. The cross section of each of the vessels makes 60 cm^2. A weight of 600 g is being placed over the piston that shuts the middle vessel.

[9] What height (in relation to their initial level) will the side pistons rise at after this? Give the answer in millimeters, rounded to integers.

Remark. The friction of the pistons over the vessel walls should be neglected. (*S. Starovoytov*)

Answer: 37.

Solution. The pressure under the piston in the middle vessel makes $P_{\text{mid}} = mg/s$, where m is the mass of the weight. The pressure of the side pistons at the same height is $P_{\text{edge}} = \rho g(h + x)$, where h is the depth at which the middle piston goes down, x is the height at which the side pistons will rise. From the equality of the pressures we get

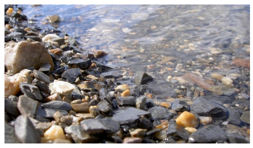
$$\frac{mg}{s} = \rho g(h + x).$$

Besides, the liquid squeezed from the middle vessel will go to the side ones. Therefore, $h = 2x$. Substitute it to the equation and getting out x, we have

$$x = \frac{m}{3\rho S} = 37 \text{ mm}.$$

Criteria. The wrong answers «36» and «74» cost 1 point each.

8.8. (4 points) Mother took her baby to the river shore. The sun heated the stones by the shore up to 40°C, but the water remained cold (18°C). To bathe the baby, mother got 5 L of water into a small bucket and started heating it by placing the stones in the bucket. Not to spill the water over, she put only one stone in the bucket and then waited until the temperatures of water and a stone equalized. Then she took the stone out and placed in a new one.



[10] How much will the temperature of water be after the fourth stone is out of it?

[11] Up to what temperature could the water heat up if all the four stones had been possible to be placed in it at once?

Give both answers in degrees Celsius, rounded to integers (but only round up the final results). The mass of each stone is 2.8 kg, the heat capacity of them is 900 $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$, and the specific heat capacity of water is 4.2 $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$. (*T. Andreeva*)

Answers: [10] 26°C. **[11]** 25°C.

Solution [10]. Let's determine the water temperature t_1 before removing the first stone:

$$\rho V c(t_1 - t_{\text{W}}) = mc_{\text{F}}(t_{\text{F}} - t_1) \quad \Rightarrow t_1 = \frac{\rho V c t_{\text{W}} + mc_{\text{F}} t_{\text{F}}}{\rho V c + mc_{\text{F}}} = \frac{21 \cdot 18 + 100.8}{23.52} = 20.36°\text{C},$$

where m is the mass of the stone, V is the volume of water, c is the specific heat of water, c_{F} is the specific heat of the stone, t_{F} is the temperature of the stone, ρ is the density of water. We can determine the water temperatures before removing other stones the same way:

2$^{\text{nd}}$ stone: $$\rho V c(t_2 - t_1) = mc_{\text{F}}(t_{\text{F}} - t_2) \quad \Rightarrow t_2 = \frac{\rho V c t_1 + mc_{\text{F}} t_{\text{F}}}{\rho V c + mc_{\text{F}}} = \frac{21 \cdot 20.36 + 100.8}{23.52} = 22.46°\text{C},$$

3$^{\text{rd}}$ stone: $$\rho V c(t_3 - t_2) = mc_{\text{F}}(t_{\text{F}} - t_3) \quad \Rightarrow t_3 = \frac{\rho V c t_2 + mc_{\text{F}} t_{\text{F}}}{\rho V c + mc_{\text{F}}} = \frac{21 \cdot 22.46 + 100.8}{23.52} = 24.34°\text{C},$$

4$^{\text{th}}$ stone: $$\rho V c(t_4 - t_3) = mc_{\text{F}}(t_{\text{F}} - t_4) \quad \Rightarrow t_4 = \frac{\rho V c t_3 + mc_{\text{F}} t_{\text{F}}}{\rho V c + mc_{\text{F}}} = \frac{21 \cdot 24.34 + 100.8}{23.52} \approx 26°\text{C}.$$

Solution [11]. Determine the temperature of the water t_4^4 when submerging all 4 stones:

$$\rho V c(t_4^4 - t_{\text{W}}) = 4mc_{\text{F}}(t_{\text{F}} - t_4^4) \quad \Rightarrow \quad t_4^4 = \frac{\rho V c t_{\text{W}} + 4mc_{\text{F}} t_{\text{F}}}{\rho V c + 4mc_{\text{F}}} = \frac{21 \cdot 18 + 4 \cdot 100.8}{31.08} \approx 25°\text{C}.$$

Criteria. The right answer in question **[10]** costs 3 points, incorrectly rounded answers «25°C» and «27°C» cost 1 point. Question **[11]** costs 1 point.

8.9. (3 points) The initial temperature of water of 20°C in the boiler of the steam locomotive is heated up until it boils and evaporates. And then it is heated up to 300°C in the superheater. Superheated vapor goes into the steam engine the efficiency of which makes 30%.

[12] How much is the power of the steam engine, provided its water consumption is 7.2 m^3/h? Give the answer in MW, rounded to integers.

Remark. The specific heat capacity of water is 4.2 $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$, the specific heat of water vaporization is 2.3 MJ/kg, the average heat capacity of water vapor in the range 100–300°C is 4.2 $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$.

(*T. Andreeva*)

Answer: 2.

Solution. According to the definition of efficiency

$$\eta = \frac{P_{\text{Out}}}{P_{\text{In}}}.$$

Calculate the spent power:

$$P_{\text{In}} = \frac{Q_{\text{In}}}{t} = \frac{\rho V c(t_{\text{F}} - t_0) + \rho V r + \rho_{\text{S}} V_{\text{S}} c_{\text{S}}(t_{\text{S}} - t_{\text{F}})}{t}.$$

Here c is the specific heat of water, c_{S} is the specific heat of steam, V is the volume of water, ρ is the density of water, t_{F} is the boiling point, t_{S} is the temperature of the steam, V_{S} is the volume of the steam, ρ_{S} is the density of the steam.

Taking into account that $V_{\text{S}}\rho_{\text{S}} = V\rho$, calculate the useful power:

$$P_{\text{Out}} = \frac{\eta Q_{\text{In}}}{t} = \eta\rho \cdot \frac{V}{t} \cdot \big(c(t_{\text{F}} - t_0) + r + c_{\text{S}}(t_{\text{S}} - t_{\text{F}})\big) = 2 \text{ MW}.$$

Criteria. If the given answer is correct but rounded to tenths («2.1»), it costs 2 points.