



Решения задач для 10 класса

10.1. (7 баллов) В запаянной с одной стороны трубке находится столб воздуха, запертый каплей ртути. Длина столба воздуха при расположении трубки вертикально открытым концом вверх равна 10 см, а при отклонении трубки на 60° от вертикали – 12 см.

[1] Определить в сантиметрах длину столба воздуха, если трубку расположить открытым концом вниз.

(А.Г.Арешкин, О.С. Комарова, В.Г. Мозговая, Д.Л. Федоров)

Ответ: 30.

Решение. 1. Изобразим на рисунке 3 положения трубки и обозначим на нем указанные длины и давления

2. Запишем уравнения равновесия для первых двух случаев

$$P_1 = P_{\text{ат}} + \frac{mg}{S}; P_2 = P_{\text{ат}} + \frac{mg \cos \alpha}{S} \quad (1)$$

3. Выразим объемы воздуха через площадь сечения трубки и длины столба воздуха

$$V_1 = l_1 S; V_2 = l_2 S$$

4. Так как температура постоянна, то

$$PV = \text{const} \quad (2)$$

5. Преобразуем (2) и подставим выражения для объемов

$$P_1 V_1 = P_2 V_2;$$

$$P_1 l_1 S = P_2 l_2 S$$

6. Сокращаем на S и получаем

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{0.12}{0.1} = 1.2$$

Тогда

$$P_1 = 1.2 P_2 \quad (3)$$

7. Подставляем выражения (1) в (3)

$$P_{\text{ат}} + \frac{mg}{S} = 1.2 \left(P_{\text{ат}} + \frac{mg \cos \alpha}{S} \right)$$

Преобразуем и получим

$$P_{\text{ат}} + \frac{mg}{S} = 1.2 P_{\text{ат}} + 1.2 \frac{mg * 0.5}{S}$$

$$P_{\text{ат}} + \frac{mg}{S} = 1.2 P_{\text{ат}} + 0.6 \frac{mg}{S}$$

$$P_{\text{ат}} = 2 \frac{mg}{S} \quad (4)$$

8. Запишем уравнения равновесия для третьего случая

$$P_3 + \frac{mg}{S} = P_{\text{ат}} \quad (5)$$

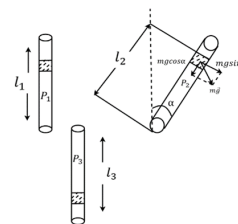


Рис. 8

9. Подставим соотношение (4) в (5) и (1), тогда

$$P_3 = \frac{mg}{S}; P_1 = \frac{3mg}{S} \quad (6)$$

10. Так как температура постоянная, то по аналогии с пунктами 5 - 6

$$P_1 V_1 = P_3 V_3$$

$$P_1 l_1 S = P_3 l_3 S; l_3 = \frac{P_1 l_1}{P_3} = \frac{P_1}{P_3} l_1$$

11. Преобразуем, используя (6), и подставим числовые значения

$$l_3 = \frac{P_1}{P_3} l_1 = 3l_1 = 3 * 0.1 = 0.3 \text{ (м)} = 30 \text{ (см)}$$

10.2. (7 баллов) Газ в цилиндрическом сосуде разделен на две части легкоподвижным поршнем, имеющим массу 40 кг и площадь 10 см². При горизонтальном положении цилиндра давление газа в сосуде по обе стороны поршня одинаково и равно 300 кПа.

[2] Определить в кПа давление газа над поршнем, когда он расположен вертикально. Температура газа по обе стороны поршня одинакова.

(Банк задач по физике для абитуриентов БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Ответ: 200.

Решение. 1. Изобразим на рисунке 9 оба положения цилиндра с обозначением параметров
2. По определению давления

$$P = \frac{F}{S}$$

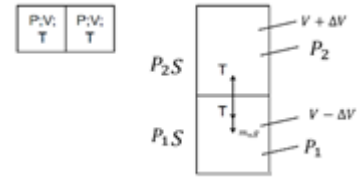


Рис. 9

3. Так как при вертикальном положении цилиндра поршень находится в равновесии, можно записать уравнение равновесия для поршня

$$P_1 S = P_2 S + m_n g \quad (1)$$

4. Так как процесс изотермический и полный суммарный объем двух частей цилиндра остается постоянным, можно записать уравнение

$$P_2(V + \Delta V) = P_1(V - \Delta V) = PV \quad (2)$$

5. Преобразуем (1)

$$P_1 = P_2 + \frac{m_n g}{S} \quad (3)$$

6. Введем обозначение

$$\frac{V}{\Delta V} = x$$

7. И перепишем (2) в виде

$$P_2(x + 1)\Delta V = P_1(x - 1)\Delta V = Px\Delta V \quad (4)$$

8. Преобразуем (4) и подставим в (3)

$$P_1 = \frac{Px}{x - 1}; P_2 = \frac{Px}{x + 1} \quad (5)$$

$$\frac{Px}{x - 1} = \frac{Px}{x + 1} + \frac{m_n g}{S} \quad (6)$$

9. Подставим в (6) числовые значения, преобразуем и получим

$$\frac{3 \cdot 10^5 x}{x-1} = \frac{3 \cdot 10^5 x}{x+1} + \frac{400}{10^{-3}}; \frac{3 \cdot 10^5 x}{x-1} = \frac{3 \cdot 10^5 x}{x+1} + 4 \cdot 10^5$$

$$\frac{3x}{x-1} = \frac{3x}{x+1} + 4$$

$$3x(x+1) = 3x(x-1) + 4(x-1)(x+1)$$

$$3x^2 + 3x = 3x^2 - 3x + 4(x^2 - 1)$$

$$6x = 4x^2 - 4; 3x = 2x^2 - 2; 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$x = 2 \quad (7)$$

так как решением может быть только положительный корень.

10. Подставив корень (7) в соотношение (5), получим

$$P_2 = \frac{P_x}{x+1} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 2}{3} = 2 \cdot 10^5 = 200 \text{ (кПа)}$$

10.3. (7 баллов) Два одинаково заряженных шарика, подвешенных на нитях равной длины, разошлись на некоторый угол.

[3] Какова должна быть плотность материалов шариков, чтобы при погружении их в керосин угол между ними не изменился? Плотность керосина $0,8 \text{ г/см}^3$, диэлектрическая проницаемость равна 2.

(Банк задач по физике для абитуриентов БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Ответ: 1600.

Решение. 1. Изобразим на рисунке 10 силы, действующие на заряженный шарик в воздухе
2. Запишем уравнение равновесия вдоль вертикальной оси

$$T_1 \cos \frac{\alpha}{2} = mg \quad (1)$$

3. Запишем уравнение равновесия вдоль горизонтальной оси

$$T_1 \sin \frac{\alpha}{2} = 9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{l^2} \quad (2)$$

4. Разделим (2) на (1) и получим

$$tg \frac{\alpha}{2} = 9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{l^2 mg} \quad (3)$$

5. Изобразим на рисунке силы, действующие на заряженный шарик в керосине

6. Запишем уравнение равновесия вдоль вертикальной оси

$$F_{\text{арх}} + T_2 \cos \frac{\alpha}{2} = mg$$

тогда

$$T_2 \cos \frac{\alpha}{2} = mg - F_{\text{арх}} \quad (4)$$

7. Запишем уравнение равновесия вдоль горизонтальной оси

$$T_2 \sin \frac{\alpha}{2} = 9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{\epsilon l^2} \quad (5)$$

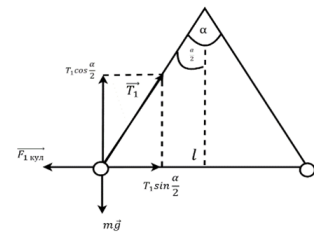


Рис. 10

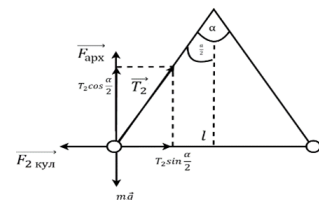


Рис. 11

8. Разделим (5) на (4) и получим

$$tg \frac{\alpha}{2} = 9 * 10^9 \frac{q^2}{\varepsilon l^2 (mg - F_{арх})} \quad (6)$$

9. Так как угол не изменился, из (3) и (6) получим

$$\frac{1}{mg} = \frac{1}{\varepsilon (mg - F_{арх})} \quad (7)$$

преобразуем (7)

$$mg = \varepsilon (mg - \rho_{кер} g V) \quad (8)$$

10. Выразим массу шарика через плотность и объем и подставим в (8)

$$V \rho_{шар} g = \varepsilon (V \rho_{шар} g - \rho_{кер} g V)$$

тогда

$$\rho_{шар} g = \varepsilon g (\rho_{шар} - \rho_{кер})$$

сокращая на g и подставляя значение ε , получим

$$\rho_{шар} = 2\rho_{шар} - 2\rho_{кер} \quad (9)$$

11. Решим уравнение (9) относительно плотности шарика и подставим числовые значения. Тогда

$$\rho_{шар} = 2\rho_{кер} = 2 * 800 = 1600 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right)$$

10.4. (7 баллов) Внешняя цепь, состоит из двух одинаковых сопротивлений.

[4] Найти мощность, выделяемую во внешней цепи, если известно, что на сопротивлениях выделяется одна и та же мощность, как при последовательном, так и при параллельном их соединении. Источником служит элемент с э.д.с. 12 В и внутренним сопротивлением 2 Ом.

(Банк задач по физике для абитуриентов БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Ответ: 16.

Решение. 1. Изобразим на рисунке 12 схему при последовательном соединении проводников
2. Так как $R_{\text{посл}} = 2R$, то ток при последовательном соединении равен

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{2R + r}$$

3. Тогда выделяемая мощность в этом случае

$$P_1 = 2I_1^2 R = 2 \frac{\varepsilon^2 R}{(2R + 2)^2} \quad (1)$$

Изобразим на рисунке 13 схему при параллельном соединении проводников 5. Так как $R_{\text{пар}} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$, то ток при параллельном соединении равен

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{2} + r}$$

6. Тогда выделяемая мощность в этом случае

$$P_2 = I_2^2 R_{\text{пар}} = \frac{\varepsilon^2 R}{\left(\frac{R}{2} + r\right)^2 * 2} \quad (2)$$

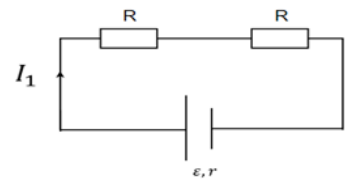


Рис. 12

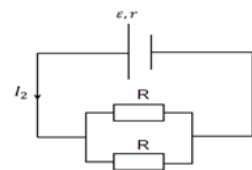


Рис. 13

7. Так как мощности в обоих случаях равны, то из (1) и (2) получаем

$$\frac{2\varepsilon^2 R}{(2R+r)^2} = \frac{\varepsilon^2 R}{\left(\frac{R}{2}+r\right)^2 2}$$

или

$$4\left(\frac{R}{2}+r\right)^2 = (2R+r)^2 \quad (3)$$

8. Раскрываем в (3) скобки, преобразуем и получаем

$$2\left(\frac{R}{2}+r\right) = 2R+r; R+2r = 2R+r; R=r$$

9. Тогда мощность равна

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{\left(\frac{R}{2}+r\right)^2 2} = \frac{\varepsilon^2 r}{2 * 2.25r^2} = \frac{\varepsilon^2}{4.5r} \quad (4)$$

10. Подставляем в (4) числовые значения и получаем

$$P = \frac{144}{9} = 16 \text{ (Вт)}$$

10.5. (7 баллов) Нано-автомобиль катится по абсолютно гладкой горизонтальной поверхности дороги, на которой имеется прямоугольная яма глубиной H и шириной L . Размеры ямы существенно превосходят размеры Нано-автомобиля, что позволяет считать последний материальной точкой.

[5] Какую скорость должен иметь Нано-автомобиль для того чтобы он смог продолжить движение по поверхности дороги по другую сторону от ямы? Считать, что все удары нано-автомобиля о дно и стенки ямы абсолютно упругие. Найдите все возможные решения и дайте для них единую краткую и элегантную форму математической записи.

(А.С. Чириков)

Ответ: $L^*(2k+1)/n^*(g/8H)^{0,5}$ (допускается $L/n^*(g/8H)^{0,5}$).

Решение. 1. Так как потерь при соударении о дно нет, то возможность продолжения движения Нано-автомобиля существует только тогда, когда верхняя точка траектории, где у Нано-автомобиля есть только горизонтальная составляющая скорости, совпадает с границей ямы. Поэтому ширина ямы должна быть равна удвоенной длине падения (расстояние вдоль горизонтальной оси, которое проходит тело от начала падения до первого соударения со дном), умноженной на любое целое число n .

2. Так как длина падения равна $vt_{\text{п}}$, где $t_{\text{п}}$ - время падения, то требуемое соотношение между скоростью и шириной ямы имеет вид

$$L = 2nvt_{\text{п}} \quad (1)$$

3. Время падения определяем из формулы для равноускоренного движения

$$H = \frac{gt_{\text{п}}^2}{2}$$

Тогда

$$t_{\text{п}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (2)$$

4. Подставляем (2) в (1) и получаем

$$L = 2nv\sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (3)$$

5. Преобразуем (3) и получаем

$$v = \frac{L}{n}\sqrt{\frac{g}{8H}}$$

6. Если учитывать отражения от вертикальных стенок, то ответ нужно умножить на любое целое нечетное число

$$v = \frac{L(2k+1)}{n}\sqrt{\frac{g}{8H}}$$

10.6. (6 баллов) Два камня брошены с башни горизонтально в противоположных направлениях со скоростями 8 м/с и 2 м/с.

[6] Через какое время векторы скоростей будут взаимно перпендикулярны. Сопротивлением воздуха пренебречь.

(Банк задач по физике для абитуриентов БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Ответ: 0,4.

Решение. 1. Изобразим на рисунке 14 траектории движения обоих камней и вектора скоростей в произвольный момент времени

2. Условием перпендикулярности векторов является равенство нулю их скалярного произведения

$$(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = V_1 * V_2 \cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = V_{1x}V_{2x} + V_{1y}V_{2y} = 0 \quad (1)$$

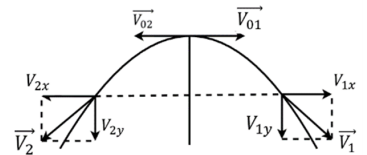


Рис. 14

3. Преобразуем (1) и, исходя из равенства вертикальных компонент обоих камней, получаем

$$V_{1x} |V_{2x}| = V_{1y}V_{2y}$$

$$V_{1y} = V_{2y} = \sqrt{V_{1x} |V_{2x}|} = \sqrt{V_{01}V_{02}} \quad (2)$$

4. Подставим в (2) числовые значения

$$V_{1y} = V_{2y} = \sqrt{V_{01}V_{02}} = \sqrt{8 * 2} = 4 \left(\frac{M}{c}\right)$$

5. Так как

$$V_y = gt$$

то найдем время и подставим числовые значения

$$t = \frac{V_y}{g} = \frac{4}{10} = 0,4 \text{ (с)}$$

10.7. (6 баллов) Дан мяч массой 0.2 кг и объёмом 7 литров.

[7] Найти минимальную работу, необходимую для погружения мяча в воду плотностью 1 г/см³ с глубины 1 м до глубины 21 м. Силу сопротивления воды не учитывать.

(Ю.В. Максимачев)

Ответ: 1360.

Решение. 1. Изобразим силы, действующие на тело, на рисунке 15

2. Минимальная работа будет при бесконечно медленном процессе, когда скорость перемещения тела бесконечно мала и результирующая всех сил равна нулю

$$F_{\text{рез}} = 0$$

3. Тогда

$$F_{\text{min}} + mg = F_A$$

и

$$F_{\text{min}} = F_A - mg = \rho g V - mg = g(\rho V - m);$$

4. По определению работы постоянной силы

$$A_{\text{min}} = F_{\text{min}}(h_2 - h_1) = g(\rho V - m)(h_2 - h_1) \quad (1)$$

5. Подставляем в (1) числовые значения и получаем

$$A_{\text{min}} = 10(10^3 * 7 * 10^{-3} - 0,2) 20 = 6,8 * 200 = 68 * 20 = 1360 \text{ (Дж)}$$

10.8. (5 баллов) Вольтметр, рассчитанный на измерение напряжений до 30 В, имеет внутреннее сопротивление 3 кОм.

[8] Какое дополнительное сопротивление нужно присоединить к вольтметру для измерения напряжения до 300В? Ответ дать в килоомах.

(Ю.В. Максимацев)

Ответ: 27.

Решение. 1. Обозначим через n отношение максимально возможных напряжений, измеряемых вольтметром, в двух случаях

$$\frac{U}{U_v} = n$$

2. Представим напряжение на вольтметре во втором случае как сумму основного и дополнительного напряжений (падения напряжений на основном и дополнительном сопротивлении)

$$U = U_v + U_d$$

тогда

$$U_d = U - U_v = U_v(n - 1) \quad (1)$$

3. Пусть через вольтметр в обоих случаях проходят равные токи

$$I_v = I_d$$

тогда, из (1) и закона Ома получаем

$$\frac{U_v}{R_v} = \frac{U_v(n - 1)}{R_d} \quad (2)$$

3. Произведем в (2) сокращения и подставим числовые значения

$$R_d = R_v(n - 1) = 3 * 10^3(10 - 1) = 27 * 10^3 \text{ (Ом)} = 27 \text{ (кОм)}$$

10.9. (7 баллов) Теплоизолированный цилиндрический горизонтальный сосуд объемом 5V разделен очень тонкими теплопроводящими поршнями на 5 одинаковых отсеков. Поршни могут двигаться в сосуде свободно. Площадь поперечного сечения сосуда S. Первоначально отсеки заполнены идеальным газом, при этом в каждом отсеке поддерживаются соответственно давление Np_0 и температура NT_0 , где N – номер отсека ($N = 1, 2, 3, 4, 5$), а поршни закреплены.

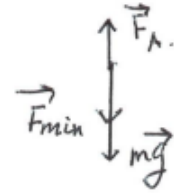


Рис. 15

Поршни отпускают и ждут, когда система придет в равновесие.

[9] Во сколько раз в результате изменится расстояние между вторым и третьим поршнями?

(А.С. Чирцов)

Ответ: 1.

Решение. 1. Для идеального газа справедливо уравнение

$$pV = nRT$$

где n - число молей.

2. Тогда из условия задачи следует, что количество молей в каждом отсеке одинаковое.

3. После установления равновесия (теплового и механического) температуры и давления во всех отсеках должны стать одинаковыми.

4. Так как температуры, давления и число молей во всех отсеках одинаковые, следовательно, одинаковые и объемы. То есть объем не изменится, а значит не изменится и расстояние.