



## Решения задач для 11 класса

**11.1. (7 баллов)** С поверхности земли бросают камень.

- [1] С какой минимальной по модулю начальной скоростью его нужно бросить, чтобы он перелетел через стену толщиной 5,2 м? Высота стены равна ее толщине. Точка бросания камня находится на расстоянии 5,2 м от стены. Траектория камня симметрична относительно стены. Соппротивлением воздуха пренебречь.

(А.Г. Арешкин, О.С. Комарова, В.Г. Мозговая, Д.Л. Федоров)

**Ответ:** 13 (допускается 13,0 с уменьшением балла до 6).

**Решение.** 1. Изобразим на рисунке 16 стену и оптимальную траекторию камня, когда он перелетает через стену

2. В произвольный момент времени скорость камня равна

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad (1)$$

3. Спроецируем (1) для оптимальной траектории на ось  $x$

$$v_x = v_{\text{мин}} \cos \alpha$$

4. Оптимальная траектория должна проходить через обе угловые точки стены, соответственно в моменты  $t_1$  и  $t_2$ , тогда

$$l = v_x t_1 = v_{\text{мин}} \cos \alpha * t_1 \quad (2)$$

5. Так как  $l = d$ , то

$$t_2 = 2t_1$$

и

$$d + l = 2l = v_x t_2 = v_{\text{мин}} \cos \alpha * t_2$$

6. Для равноускоренного движения

$$\vec{r} = \vec{v}_0 + \frac{\vec{a}t^2}{2} \quad (3)$$

7. Спроецируем (3) для оптимальной траектории на ось  $y$

$$h = v_{\text{мин}} \sin \alpha * t - \frac{gt^2}{2}$$

тогда

$$\frac{gt^2}{2} - v_{\text{мин}} \sin \alpha * t + h = 0 \quad (4)$$

8. Подставляем в (4) числовые

$$5t^2 - v_{\text{мин}} \sin \alpha * t + 5.2 = 0 \quad (5)$$

9. Обозначаем  $v_{\text{мин}} \sin \alpha = x$ , тогда

$$5t^2 - xt + 5.2 = 0 \quad (6)$$

10. Решения уравнения (6)

$$t_{1,2} = \frac{x \pm \sqrt{x^2 - 104}}{10} \quad (7)$$

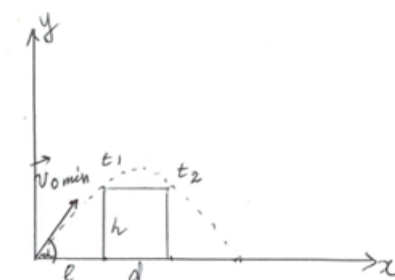


Рис. 16

11. Так как

$$t_2 = 2t_1 \quad (8)$$

, то подставив в (8) решения (7), получаем:

$$x = 3\sqrt{x^2 - 104} \quad (9)$$

12. Возведем обе стороны уравнения (9) в квадрат

$$x^2 = 9x^2 - 936$$

тогда

$$x^2 = \frac{936}{8} = 117 \left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}\right)$$

13. Извлечем квадратный корень, тогда

$$v_{0\text{мин}} \sin \alpha = \sqrt{117} = 3\sqrt{13} \quad (10)$$

14. Так как

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad (11)$$

15. Умножим (11) на  $v_{0\text{мин}}^2$ , тогда

$$v_{0\text{мин}}^2 \sin^2 \alpha + v_{0\text{мин}}^2 \cos^2 \alpha = v_{0\text{мин}}^2 \quad (12)$$

16. Из (2) и (7) получаем

$$v_{0\text{мин}} \cos \alpha = \frac{l}{t_1} = \frac{l}{\frac{x - \sqrt{x^2 - 104}}{10}} = \frac{10l}{x - \sqrt{x^2 - 104}} = \frac{52}{3\sqrt{13} - \sqrt{117 - 104}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13} \quad (13)$$

Тогда

$$v_{0\text{мин}}^2 \cos^2 \alpha = 52 \quad (14)$$

17. Подставляем (10) и (14) в (12), тогда

$$v_{0\text{мин}} = \sqrt{117 + 52} = 13 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

**11.2. (7 баллов)** На одном из островов Бермудского треугольника, почему-то названном Косогравией, ускорение свободного падения, как и везде, равно  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$  по величине, но направлено под углом  $\alpha = 15^\circ$  к вертикали, то есть слегка скошено в Северном направлении. Очень низкорослый туземец стреляет из лука под углом  $\beta = 60^\circ$  к поверхности острова, и сообщает стреле известную начальную скорость  $v_0 = 3 \text{ м/с}$ .

**[2]** На каком расстоянии от туземца стрела упадет на поверхность острова если выстрел производился в северном направлении? В южном направлении? В западном направлении?

**Замечание.** Ответ дать с точностью до одного сантиметра. Ответы указывайте через точку с запятой. (А.С. Чирцов)

**Ответ:** 1,21; 0,44; 0,92 (допускается 1,21; 0,44; 0,91 с уменьшением балла до 6).

**Решение.** 1. Введем систему координат с началом в точке выстрела, осью  $z$ , направленной вертикально вверх, осью  $x$  - в направлении на север и осью  $y$  - в направлении на запад.

2. Тогда составляющие ускорения вдоль осей будут иметь следующие значения

$$g_x = g \sin \alpha$$

$$g_z = -g \cos \alpha$$

$$g_y = 0$$

3. Так как туземец низкорослый, можно считать, что выстрел производится с поверхности земли.

4. Рассмотрим первый случай. Задача двухмерная.

4.1. Компоненты начальной скорости

$$v_{0z} = v_0 \sin \beta \quad (1)$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \beta \quad (2)$$

4.2. Запишем уравнения для координат стрелы в произвольный момент времени

$$x(t) = v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2} \quad (3)$$

$$z(t) = v_{0z}t + \frac{g_z t^2}{2} \quad (4)$$

4.3. Определим время полета  $t_{\text{п}}$ , приравняв высоту к нулю

$$v_{0z}t_{\text{п}} + \frac{g_z t_{\text{п}}^2}{2} = 0$$

Тогда

$$t_{\text{п}} = \frac{2v_{0z}}{-g_z} \quad (5)$$

4.4 Подставив (5) в (3), получим

$$x(t_{\text{п}}) = v_{0x}t_{\text{п}} + \frac{g_x t_{\text{п}}^2}{2} = v_{0x} \frac{2v_{0z}}{-g_z} + \frac{g_x}{2} \left( \frac{2v_{0z}}{-g_z} \right)^2 \quad (6)$$

4.5. Преобразуем (6) и получим

$$L_{\text{север}} = \frac{2v_0^2}{g} \left( \frac{\cos \beta \sin \beta}{\cos \alpha} + \frac{\sin \alpha (\sin \beta)^2}{(\cos \alpha)^2} \right)$$

4.6. Подставив числовые значения, получим

$$L_{\text{север}} = 1,21 \text{ (м)}$$

5. Рассмотрим второй случай. Задача двухмерная.

5.1. Компоненты начальной скорости

$$v_{0z} = v_0 \sin \beta \quad (7)$$

$$v_{0x} = -v_0 \cos \beta \quad (8)$$

5.2. Запишем уравнения для координат стрелы в произвольный момент времени

$$x(t) = v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2} \quad (9)$$

$$z(t) = v_{0z}t + \frac{g_z t^2}{2} \quad (10)$$

5.3. Определим время полета  $t_{\text{п}}$ , приравняв высоту к нулю

$$v_{0z}t_{\text{п}} + \frac{g_z t_{\text{п}}^2}{2} = 0$$

Тогда

$$t_{\text{п}} = \frac{2v_{0z}}{-g_z} \quad (11)$$

5.4 Подставив (11) в (9), получим

$$x(t_{\text{п}}) = v_{0x}t_{\text{п}} + \frac{g_x t_{\text{п}}^2}{2} = v_{0x} \frac{2v_{0z}}{-g_z} + \frac{g_x}{2} \left( \frac{2v_{0z}}{-g_z} \right)^2 \quad (12)$$

5.5. Преобразуем (12) и получим

$$L_{\text{юг}} = \frac{2v_0^2}{g} \left( \frac{\cos \beta \sin \beta}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha (\sin \beta)^2}{(\cos \alpha)^2} \right)$$

5.6. Подставив числовые значения, получим

$$L_{\text{юг}} = 0,44 \text{ (м)}$$

6. Рассмотрим третий случай. Задача трехмерная.

6.1. Компоненты начальной скорости

$$v_{0z} = v_0 \sin \beta \quad (13)$$

$$v_{0y} = v_0 \cos \beta \quad (14)$$

$$v_{0x} = 0 \quad (15)$$

6.2. Запишем уравнения для координат стрелы в произвольный момент времени

$$x(t) = \frac{g_x t^2}{2} \quad (16)$$

$$z(t) = v_{0z}t + \frac{g_z t^2}{2} \quad (17)$$

$$y(t) = v_{0y}t \quad (18)$$

6.3. Определим время полета  $t_{\text{п}}$ , приравняв высоту к нулю

$$v_{0z}t_{\text{п}} + \frac{g_z t_{\text{п}}^2}{2} = 0$$

Тогда

$$t_{\text{п}} = \frac{2v_{0z}}{-g_z} \quad (19)$$

6.4. Подставив (19) в (16) и (18), получим

$$x(t_{\text{п}}) = \frac{g_x t_{\text{п}}^2}{2} = \frac{g_x}{2} \left( \frac{2v_{0z}}{-g_z} \right)^2 \quad (20)$$

$$y(t_{\text{п}}) = v_{0y}t_{\text{п}} = v_{0y} \frac{2v_{0z}}{-g_z} \quad (21)$$

6.5. В этом случае

$$L_{\text{запад}} = \sqrt{(x(t_{\text{п}}))^2 + (y(t_{\text{п}}))^2} \quad (22)$$

6.6. Преобразуем (20) - (22) и получим

$$L_{\text{запад}} = \frac{2v_0^2 \sin \beta}{g \cos \alpha} \sqrt{(\sin \beta \tan \alpha)^2 + (\cos \beta)^2}$$

6.7. Подставив числовые значения, получим

$$L_{\text{запад}} = 0,92 \text{ (м)}$$

**11.3. (5 баллов)** Тело массой 10 г равномерно тонет в воде.

**[3]** Считая, что на нагревание тела идет 50% выделяющейся при движении теплоты, определить, на сколько градусов возрастет температура тела при погружении на 10 м. Теплоемкость тела 0,4 Дж/К. Плотность тела много больше плотности воды.

(Ю.В. Максимачев, Т.Н. Стрелкова, Б.К. Галякевич)

**Ответ:** 1,3 (допускается 1,25 с уменьшением балла до 2).

**Решение.** 1. Изобразим на рисунке 17 силы, действующие на тело  
2. Так как скорость  $v = const$ , то

$$F_{\text{рез}} = 0 \quad (1)$$

3. Спроецируем (1) на вертикальную ось

$$F_{\text{сопр}} + F_A - mg = 0 \quad (2)$$

4. Из формул для силы Архимеда

$$F_A = \rho_v g V$$

5. Так как плотность тела

$$\rho = m/V$$

получим

$$mg = \rho_t g V$$

6. Так как  $\rho_t \gg \rho_v$ , то  $mg \gg F_A$  и поэтому силой Архимеда можно пренебречь и

$$F_{\text{сопр}} = mg \quad (3)$$

7. Полные тепловые потери равны мощности силы  $F_{\text{сопр}}$ . Тогда, используя (3) получаем

$$Q_{\text{полн}} = F_{\text{сопр}} h = mgh \quad (4)$$

8. По определению теплоемкости

$$Q_{\text{тела}} = c\Delta T$$

9. Так как на нагревание тела идет 50% выделяющейся при движении теплоты

$$c\Delta T = 0,5mgh \quad (5)$$

10. Преобразуем (5) и подставляем числовые значения

$$\Delta T = \frac{0,5mgh}{c} = \frac{0,5 * 0,01 * 10 * 10}{0,4} = 1,25 \text{ (К)}$$

11. Округляем

**11.4. (6 баллов)** Электрический чайник имеет две обмотки. При включении только первой из них вода закипает через 40 мин, только второй – через 60 мин.



Рис. 17

[4] Через сколько минут закипит вода при одновременном включении обеих обмоток параллельно?

(Ю.В. Максимачев, Т.Н. Стрелкова, Б.К. Галякевич)

**Ответ:** 24.

**Решение.** 1. По закону Джоуля - Ленца

$$Q = \frac{U^2 t}{R}$$

2. Так как для осуществления процесса закипания воды необходимо определенное (и одинаковое во всех случаях) количество тепла

$$\frac{U^2 t_1}{R_1} = \frac{U^2 t_2}{R_2} = \frac{U^2 t_{\text{пар}}}{R_{\text{пар}}} \quad (1)$$

3. Сопротивление при параллельном соединении

$$R_{\text{пар}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

4. Преобразуя (1) находим отношение сопротивлений обмоток плитки

$$\frac{U^2 t_1}{R_1} = \frac{U^2 t_2}{R_2}$$

тогда

$$\frac{t_1}{R_1} = \frac{t_2}{R_2} \quad (2)$$

5. Подставим в (2) числовые значения

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{t_2}{t_1} = 1.5$$

тогда

$$R_2 = 1.5 R_1 \quad (3)$$

6. Используя (3) определим сопротивление при параллельном соединении

$$R_{\text{пар}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 * 1.5 R_1}{R_1 + 1.5 R_1} = \frac{1.5 R_1^2}{2.5 R_1} = 0.6 R_1$$

7. Из (1) получим

$$\frac{t_1}{R_1} = \frac{t_{\text{пар}}}{R_{\text{пар}}} \quad (4)$$

8. Преобразуем (4) и подставляем числовые значения

$$t_{\text{пар}} = \frac{t_1 R_{\text{пар}}}{R_1} = 0.6 * 40 = 24 \text{ (мин)}$$

**11.5. (7 баллов)** С вершины длинной наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол  $60^\circ$ , бросают вниз тело с начальной скоростью  $10 \text{ м/с}$  под углом  $30^\circ$  к наклонной плоскости.

[5] На каком расстоянии от точки бросания находится точка падения тела на наклонную плоскость? Сопротивлением воздуха пренебречь.

(Ю.В. Максимачев, Т.Н. Стрелкова, Б.К. Галякевич)

**Ответ:** 34,6.

**Решение.** 1. Изобразим на рисунке 18 наклонную плоскость, введенную систему координат и компоненты скорости и ускорения

2. Положение тела в произвольный момент времени при равноускоренном движении задается уравнением

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \quad (1)$$

3. Спроецируем (1) на ось  $x$

$$l = v_0 \cos \beta * t + \frac{g \sin \alpha * t^2}{2} \quad (2)$$

4. Определим момент времени, когда  $v_y = 0$ . Для этого запишем уравнение для скорости в произвольный момент времени при равноускоренном движении

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad (3)$$

5. Спроецируем (3) на ось  $y$  и приравняем результат к нулю

$$v_y = v_0 \sin \beta - g \cos \alpha * t = 0 \quad (4)$$

6. Решая (4) и подставляя числовые значения, получим

$$t = \frac{v_0 \sin \beta}{g \cos \alpha} = 1 \text{ (с)}$$

7. Так как  $t_{\text{полн}} = t_{\text{подъем}} + t_{\text{спуск}} = 2t_{\text{подъем}} = 2\text{с}$ , то подставив численные значения в (2), имеем

$$l = 20 \frac{\sqrt{3}}{2} + 20 \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} = 34.6 \text{ (м)}$$

**11.6. (7 баллов)** Тело массой 0,4 кг начинает скользить с начальной скоростью 12 м/с вверх по наклонной плоскости, составляющей угол  $30^\circ$  с горизонтом.

**[6]** Определить работу сил трения за 3,6 с движения, если коэффициент трения в 6 раз меньше кв. корня из 3.

(Ю.В. Максимачев, Т.Н. Стрелкова, Б.К. Галякевич)

**Ответ:**  $-14,6$ .

**Решение.** 1. Разобьем процесс движения на 2 этапа: подъем и спуск

2. Рассмотрим первый этап - подъем

3. Изобразим на рисунке 19 наклонную плоскость, тело, направление оси и силы, действующие на тело

4. По определению работы постоянной силы

$$A_{F_{\text{тр}}} = -F_{\text{тр}} S \quad (1)$$

5. Так как  $F_{\text{тр}} = \mu N$  и  $N = mg \cos \alpha$ , подставив числовые значения, получим

$$F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha = 1 \text{ (Н)} \quad (2)$$

6. Спроецируем уравнение второго закона Ньютона  $F_{\text{рез}} = ma$  на ось  $x$

$$\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = ma \quad (3)$$

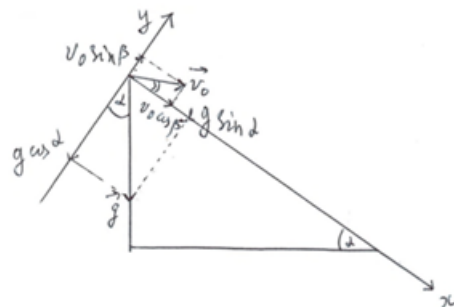


Рис. 18

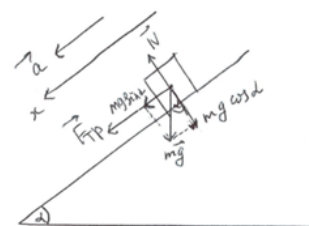


Рис. 19

7. Решая (3) и подставив числовые значения, получим

$$a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = 10 \left( \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = 7.5 \left( \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right) \quad (4)$$

8. Для произвольного момента времени при равноускоренном движении справедливо соотношение

$$v_0^2 - v^2 = 2aS_{\text{подъем}} \quad (5)$$

тогда

$$S_{\text{подъем}} = \frac{v_0^2}{2a} = 9.6 \text{ (м)} \quad (6)$$

9. Согласно (1)

$$A_{F_{\text{тр}}\text{подъем}} = -F_{\text{тр}}S_{\text{подъем}} = -9.6 \text{ (Дж)} \quad (7)$$

10. Определим время подъема. Для этого приравняем к нулю скорость движения вдоль плоскости

$$v = v_0 - at_{\text{подъем}} = 0$$

тогда

$$t_{\text{подъем}} = \frac{v_0}{a} = 1.6 \text{ (с)} \quad (8)$$

11. Рассмотрим второй этап - спуск

12. Изобразим на рисунке 20 наклонную плоскость, тело, направление оси и силы, действующие на тело

13. Учитывая (8), определим время спуска

$$t_{\text{спуск}} = t - t_{\text{подъем}} = 3,6 - 1,6 = 2 \text{ (с)} \quad (9)$$

14. Определим дистанцию спуска

$$S_{\text{спуск}} = \frac{a't_{\text{спуск}}^2}{2} \quad (10)$$

15. Спроецируем уравнение второго закона Ньютона  $F_{\text{рез}} = ma$  на ось  $x$

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma' \quad (11)$$

тогда

$$a' = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = g \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 2.5 \left( \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right) \quad (12)$$

16. Подставив (12) в (10), получим

$$S_{\text{спуск}} = 5 \text{ (м)}$$

17. Согласно (1)

$$A_{F_{\text{тр}}\text{спуск}} = -F_{\text{тр}}S_{\text{спуск}} = -5 \text{ (Дж)} \quad (13)$$

18. Складываем (7) и (13), получим

$$A_{F_{\text{тр}}} = A_{F_{\text{тр}}\text{подъем}} + A_{F_{\text{тр}}\text{спуск}} = -9.6 - 5 = -14.6 \text{ (Дж)}$$

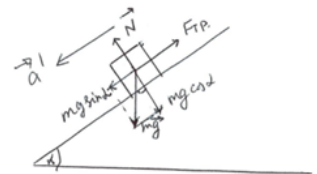


Рис. 20

**11.7. (5 баллов)** При изотермическом расширении 2 молям идеального газа сообщено 249 Дж теплоты. Затем газ перевели в начальное состояние путем изобарического сжатия и изохорического нагревания. Работа газа за цикл равна 83 Дж.

[7] Определить разность максимальной и минимальной температуры газа в цикле.



**Ответ:** 10.

**Решение.** 1. Изобразим на рисунке 21 график рассматриваемого цикла  
2. Так как рассматривается цикл, то начальное и конечное состояния совпадают и, следовательно, полное изменение внутренней энергии равно нулю. Поэтому из первого закона термодинамики

$$A = Q_1 - Q_2 \quad (1)$$

3. Определим количество тепла, потерянного в ходе изобарического сжатия и изохорического нагревания

$$Q_2 = Q_1 - A = 249 - 83 = 166 \text{ (Дж)} \quad (2)$$

4. Если рассмотреть суммарный процесс, состоящий из изобарического сжатия и изохорического нагревания, то в начальной и конечной точках температура газа одинаковая и, следовательно, изменение внутренней энергии равно нулю. Поэтому количество тепла в суммарном процессе равно работе при изобарическом сжатии (так как при изохорическом нагревании работа равна нулю)

$$Q_2 = P_1(V_2 - V_1) = P_1\Delta V \quad (3)$$

5. Тогда из уравнения Майкельсона - Менделеева

$$Q_2 = P_1\Delta V = \nu R\Delta T \quad (4)$$

6. Преобразуем (4) и подставляем числовые значения

$$\Delta T = \frac{Q_2}{\nu R} = \frac{166}{16.6} = 10 \text{ (К)} \quad (5)$$

7. Очевидно, что  $T_1 = T_{min}$ , т.к.  $P_1 = P_{min}$  и  $V_1 = V_{min}$  (см. рис. 21)

8. Докажем, что  $T_2 = T_{max}$ . Выберем и зафиксируем  $V$ , такое что  $V_1 < V < V_2$ ; ему соответствуют 2 значения давления  $p'$  и  $p$ , причем  $p' > p$ . Так как  $V = const$ , то  $T' > T$ , следовательно температура изотермы выше температуры изобары при любом  $V_1 < V < V_2$ , т.к.  $T_2$  - температура изотермы, то  $T_2 = T_{max}$ .

9. Следовательно

$$T_{max} - T_{min} = 10 \text{ (К)}$$

**11.8. (6 баллов)** Бусинка может свободно скользить по обручу радиусом 4,5 м, который вращается относительно вертикальной оси, проходящей через его центр с угловой скоростью 2 рад/с.

**[8]** На какую максимальную высоту относительно нижнего положения поднимется бусинка? Ось лежит в плоскости обруча.

**Ответ:** 2 (допускается 2,0).

**Решение.** 1. Изобразим (рис. 22) обруч и силы, действующие на бусинку при некотором угле отклонения от вертикали

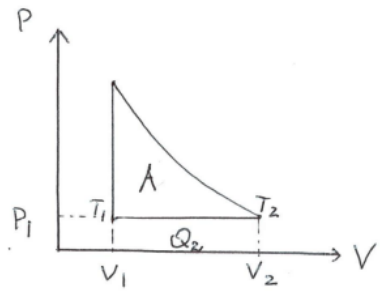


Рис. 21

2. Спроецируем уравнение 2 закона Ньютона  $F_{\text{рез}}^{\vec{}} = m\vec{a}$  на вертикальную и горизонтальную оси, соответственно

$$N \cos \alpha - mg = 0 \quad (1)$$

(так как  $a_y = 0$ )

$$N \sin \alpha = ma_{\text{цс}} = m\omega^2 R_{\text{обр}} \sin \alpha \quad (2)$$

3. Преобразуем (1) и (2) и запишем в виде системы уравнений

$$\begin{cases} N \cos \alpha = mg \\ N = m\omega^2 R_{\text{обр}} \end{cases} \quad (3)$$

4. Из (3) получаем

$$\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 R_{\text{обр}}} \quad (4)$$

5. Используя обозначения на рисунке и формулу (4) и подставив числовые значения, получим

$$h_{\text{max}} = R_{\text{обр}} - R_{\text{обр}} \cos \alpha = R_{\text{обр}} - R_{\text{обр}} \frac{g}{\omega^2 R_{\text{обр}}} = 4.5 - 4.5 * \frac{5}{9} = 2 \text{ (м)}$$

**11.9. (6 баллов)** Два шарика массами 0,2 г и 0,8 г и зарядами 0,3 мкКл и 0,2 мкКл соединены тонкой нитью длиной 20 см и движутся вдоль силовой линии однородного электрического поля с напряженностью 10 кВ/м, направленной вертикально вниз.

**[9]** Определить в миллиньютонах модуль силы натяжения нити.

(Ю.В. Максимачев, Т.Н. Стрелкова, Б.К. Галяжевич)

**Ответ:** 11,5 или 15,5.

**Решение.** 1. Изобразим на рисунке 23 нить, направления оси и вектора напряженности электрического поля и силы, действующие на оба шарика

2. Задача - одномерная, все силы направлены вдоль оси  $x$ . Запишем уравнение второго закона Ньютона для каждого из шариков

$$F_{\text{рез}}^{\vec{}} = m\vec{a} \quad (1)$$

3. По 3 закону Ньютона:  $F_{12} = F_{21}$

4. Спроецируем уравнение (1) для каждого из шариков на ось  $x$ .

$$T + q_1 E + m_1 g - F_{12} = m_1 a \quad (2)$$

$$F_{21} + q_2 E + m_2 g - T = m_2 a \quad (3)$$

Так как шарики движутся вместе, у них одинаковые ускорения.

5. Разделим (3) на (2) и подставим числовые значения

$$\frac{F_{21} + q_2 E + m_2 g - T}{T + q_1 E + m_1 g - F_{12}} = \frac{m_2 a}{m_1 a} = \frac{8 * 10^{-4}}{2 * 10^{-4}} = 4 \quad (4)$$

то есть

$$F_{21} + q_2 E + m_2 g - T = 4T + 4q_1 E + 4m_1 g - 4F_{12} \quad (5)$$

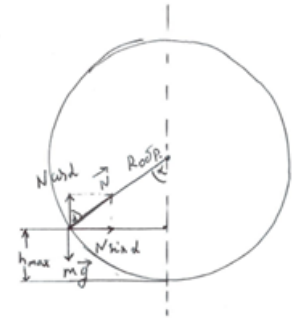


Рис. 22

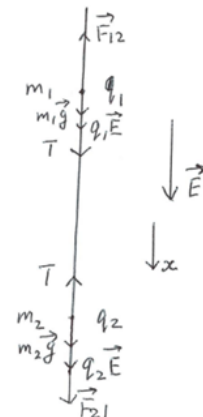


Рис. 23

6. Так как  $\frac{m_2}{m_1} = 4$ , из (5) получим

$$\begin{aligned} T &= F_{21} + \frac{E(q_2 - 4q_1)}{5} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_1 q_2}{c^2} - \frac{E(4q_1 - q_2)}{5} = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-14}}{0.04} + \frac{10(8 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-4}) - 10^4(12 \cdot 10^{-7})}{5} \\ &= \frac{9 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{4} - \frac{10 \cdot 10^{-3}}{5} = 11.5 \cdot 10^{-3} \text{Н} = 11.5 \text{ (мН)} \end{aligned}$$

Возможный ответ: 15,5 (если поменять местами шарики)



Международная физическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»  
2023–2024 учебный год. Отборочный этап



## Таблица констант

Ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$
Скорость света	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Модуль заряда электрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Число Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Коэффициент в законе Кулона	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Нм}^2/\text{Кл}^2$
Молярная масса водорода	$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
Постоянная Планка	$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Молярная масса гелия	$M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
$\pi = 3,14$	$\pi^2 = 10$
$\sqrt{2} = 1,41$	$\sqrt{3} = 1,73$