



Решения задач для 11 класса

11.1. (6 баллов) В школьном кружке по физике Пете поручили построить температурные зависимости в интервале температур от $T_1 = 20^\circ \text{C}$ до $T_2 = 50^\circ \text{C}$ для системы из угольного стержня длиной $l_1 = 3 \text{ см}$ и радиуса $r = 1 \text{ мм}$ и металлического стержня того же радиуса и длиной $l_2 = 20, 60, 80, 90 \text{ см}$. Петя обнаружил, что в одном из этих случаев температурная зависимость отсутствует.

[1] Какова длина металлического стержня в сантиметрах в этом случае?

Замечание. Температурные коэффициенты и удельные сопротивления при 0°C для угля и металла равны $\alpha_1 = -0,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\rho_1 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Ом*м}$, $\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\rho_2 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Ом*м}$.
(А.Б. Яковлев)

Ответ: 80.

Решение. 1) Угольный и металлические стержни соединены последовательно, поэтому их общее сопротивление при температуре T будет равняться:

$$R = R_1(1 + \alpha_1 T) + R_2(1 + \alpha_2 T) = (R_1 \alpha_1 + R_2 \alpha_2)T + R_1 + R_2$$

где $R_1 = \frac{\rho_1 l_1}{S_1}$ и $R_2 = \frac{\rho_2 l_2}{S_2}$ - сопротивления угольного и металлического стержня при $T = 0$ соответственно

2) Сопротивление стержней не будет зависеть от температуры, если

$$(R_1 \alpha_1 + R_2 \alpha_2) = 0$$

Откуда

$$\frac{\rho_1 l_1}{S_1} \alpha_1 = -\frac{\rho_2 l_2}{S_2} \alpha_2$$

И длина металлического стержня:

$$l_2 = -\frac{\rho_1 S_2 \alpha_1}{\rho_2 S_1 \alpha_2} l_1 = -\frac{\rho_1 \alpha_1}{\rho_2 \alpha_2} l_1 = 80 \text{ см}$$

11.2. (9 баллов) Из пушки производят выстрел ядром под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v = 20 \text{ м/с}$, которое взрывается в верхней точке траектории и разлетается во всех направлениях множеством осколков, имеющих одинаковые относительные скорости $v_0 = 5 \text{ м/с}$ относительно ядра.

[2] Найти объем, ограничиваемый осколками через $t_0 = 1 \text{ с}$ после взрыва.

[3] Какими будут максимальная скорость,

[4] минимальная скорость осколков относительно Земли через t_0 ?

Замечание. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 9.8 м/с^2 .
(А.А. Черенков)

Ответ: 500.

Ответ: 25.

Ответ: 15.

Решение. 1) Из закона о движении центра масс ясно, что после взрыва вся система осколков продолжит движение таким образом, чтобы ее центр масс двигался по той же траектории, что и ядро, если бы последнее не взорвалось. Таким образом, введем подвижную систему координат охужестко связанную с центром масс системы осколков, и рассмотрим в ней движение произвольного осколка, чья начальная относительная скорость была направлена под углом β к горизонту. Тогда уравнения движения этого осколка:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \beta t \\ y(t) = v_0 \sin \beta t \end{cases}$$

откуда получаем, что

$$\begin{cases} \frac{x(t)}{v_0 t} = \cos \beta \\ \frac{y(t)}{v_0 t} = \sin \beta \end{cases}$$

а значит, с учетом основного тригонометрического тождества:

$$\frac{1}{v_0^2 t^2} (x^2 + y^2) = 1$$

Следовательно

$$x^2 + y^2 = v_0^2 t^2$$

то есть все время движения осколки от ядра будут находиться на сфере радиуса $R(t) = v_0 t$, с центром в начале координат подвижной системы координат oxy . Поэтому в момент времени t_0 осколки будут занимать объем, равный объему шара с радиусом $R(t_0) = v_0 t_0$:

$$V = \frac{4}{3} \pi (v_0 t_0)^3 = \frac{4}{3} \pi (v_0 t_0)^3 \approx 523.6 \text{ м}^3$$

2) по закону сложения скоростей

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e,$$

где v_a, v_r - абсолютная и относительная скорости, v_e - переносная скорость (скорость подвижной системы координат). Таким образом, наибольшую абсолютную скорость будет иметь тот осколок, чья относительная скорость сонаправлена с переносной скоростью, а минимальная скорость будет у того осколка, чья относительная скорость будет противоположно направлена переносной скорости. Таким образом, получаем:

$$v_{max} = v_r + v_e, v_{min} = |v_r - v_e|$$

Заметим, что относительные скорости всех осколков равны v_0 во все моменты времени. Вычислим переносную скорость через $t_0 = 1 \text{ с}$ после взрыва. Она будет равняться скорости ядра в этот момент, если бы то не взорвалось. Введем неподвижную систему координат в точке выстрела, тогда уравнения проекций скоростей ядра имеют следующий вид:

$$\begin{cases} v_x(t) = v \cos \alpha \\ v_y(t) = v \sin \alpha - gt \end{cases}$$

Когда ядро достигнет высшей точки траектории, вертикальная проекция скорости будет равняться нулю:

$$0 = v_y(T) = v \sin \alpha - gT,$$

откуда

$$T = \frac{v \sin \alpha}{g}$$

тогда

$$v_e(t_0 + T) = \sqrt{v_x^2(t_0 + T) + v_y^2(t_0 + T)} = \sqrt{(v \cos \alpha)^2 + (v \sin \alpha - g(t_0 + \frac{v \sin \alpha}{g}))^2} = \sqrt{(v \cos \alpha)^2 + (gt_0)^2}$$

Окончательные выражения для максимальной и минимальной скоростей осколков:

$$v_{max} = v_r + v_e = v_0 + \sqrt{(v \cos \alpha)^2 + (gt_0)^2} \approx 24.9 \text{ м/с}$$

$$v_{min} = |v_0 - \sqrt{(v \cos \alpha)^2 + (gt_0)^2}| = 14.9 \text{ м/с}$$

Так как наименьшее количество значащих цифр равно единице, то верный ответ в пункте 1: 500 м^3 .

По правилу об определении значащих цифр при извлечении корня верные ответы в пункте 2: 25 м/с ; 15 м/с .

11.3. (5 баллов) У Дани есть игрушечная железная дорога, по которой может ехать поезд со скоростью 25 км/ч . К рельсам он присоединил вольтметр.

[5] Какие будут показания вольтметра при приближении к нему поезда, если расстояние между рельсами $d = 10 \text{ см}$?

Замечание. Считать, что нормальная составляющая магнитной индукции Земли $B_n = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$. (А.А. Черенков)

Ответ: 0,00003.

Решение. 1) По закону электромагнитной индукции Фарадея ЭДС возникающее в цепи связано с изменением потока магнитной индукции:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B_n \Delta S}{\Delta t}$$

2) Изменение площади контура в единицу времени выразим через скорость поезда:

$$\Delta S = v \Delta t d$$

3) Окончательно получаем:

$$\varepsilon = \frac{B_n v \Delta t d}{\Delta t} = B_n v d = 27.8 \text{ мкВ}$$

Так как наименьшее количество значащих цифр равно единице и ответ необходимо дать в системе СИ, то ответ: 0,00003 В.

11.4. (9 баллов) Петя собирается участвовать в ракетостроительном чемпионате. Мальчик собрал тестовую модель ракеты массой $M = 2 \text{ кг}$ и решил ее проверить. Ракета стартует с поверхности земли с начальной скоростью $v_0 = 25 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Три раза через равные промежутки времени $\Delta t = 0.3 \text{ с}$ из ракеты выбрасывается масса $\Delta m = 0.5 \text{ кг}$ со скоростью $u = 5 \text{ м/с}$ относительно ракеты.

[6] Какую скорость будет иметь ракета при подлете к Земле?

Замечание. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 9.8 м/с^2 . (А.А. Черенков)

Ответ: 33 (допустим ответ 30).

Решение. 1) Введем неподвижную прямоугольную систему координат oxy в месте взлета ракеты. Тогда законы изменения координат и скоростей имеют следующий вид:

$$\begin{cases} y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \\ v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases}$$

К моменту времени Δt будем иметь:

$$\begin{cases} y(\Delta t) = v_0 \sin \alpha \Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2} = y_1 \approx 3.31\text{м} \\ v_x(\Delta t) = v_0 \cos \alpha = v_{1x} \approx 21.65\text{м/с} \\ v_y(\Delta t) = v_0 \sin \alpha - g\Delta t = v_{1y} \approx 9.56\text{м/с} \end{cases}$$

В это время из ракеты выбросится масса Δm . Вычислим новые проекции скоростей ракеты v_{01x}, v_{01y} после выброса массы. Запишем закон сохранения импульса в проекциях на оси:

$$\begin{cases} Mv_{1x} = (M - \Delta m)v_{01x} + \Delta m(v_{1x} - u_x) \\ Mv_{1y} = (M - \Delta m)v_{01y} + \Delta m(v_{1y} - u_y) \end{cases}$$

Где $u_x = u \frac{v_{1x}}{\sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}}, u_y = u \frac{v_{1y}}{\sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}}$ - проекции скорости выброшенной массы

Тогда решая систему, получим:

$$\begin{cases} v_{01x} = v_{1x} + \frac{\Delta m}{M - \Delta m} u \frac{v_{1x}}{\sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}} \approx 23.17\text{м/с} \\ v_{01y} = v_{1y} + \frac{\Delta m}{M - \Delta m} u \frac{v_{1y}}{\sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}} \approx 10.23\text{м/с} \end{cases}$$

2) Запишем теперь новые уравнения движения ракеты, отсчет времени снова начнем с нуля. Получим:

$$\begin{cases} y(t) = y_1 + v_{01y}t - \frac{gt^2}{2} \\ v_x(t) = v_{01x} \\ v_y(t) = v_{01y} - gt \end{cases}$$

К моменту времени Δt будем иметь:

$$\begin{cases} y(\Delta t) = y_1 + v_{01y}\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2} = y_2 \approx 5.94\text{м} \\ v_x(\Delta t) = v_{01x} = v_{2x} \approx 23.17\text{м/с} \\ v_y(\Delta t) = v_{01y} - g\Delta t = v_{2y} \approx 7.29\text{м/с} \end{cases}$$

Рассуждая аналогично пункту 1, из закона сохранения импульса найдем новые проекции скоростей ракеты v_{02x}, v_{02y} после выброса массы:

$$\begin{cases} (M - \Delta m)v_{2x} = (M - 2\Delta m)v_{02x} + \Delta m(v_{2x} - u_x) \\ (M - \Delta m)v_{2y} = (M - 2\Delta m)v_{02y} + \Delta m(v_{2y} - u_y) \end{cases}$$

Где $u_x = u \frac{v_{2x}}{\sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2}}, u_y = u \frac{v_{2y}}{\sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2}}$ - проекции скорости выброшенной массы

Тогда решая систему, получим:

$$\begin{cases} v_{02x} = v_{2x} + \frac{\Delta m}{M - 2\Delta m} u \frac{v_{2x}}{\sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2}} \approx 25.56\text{м/с} \\ v_{02y} = v_{2y} + \frac{\Delta m}{M - 2\Delta m} u \frac{v_{2y}}{\sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2}} \approx 8.04\text{м/с} \end{cases}$$

3) Снова запишем новые уравнения движения ракеты, отсчет времени снова начнем с нуля. Получим:

$$\begin{cases} y(t) = y_2 + v_{02y}t - \frac{gt^2}{2} \\ v_x(t) = v_{02x} \\ v_y(t) = v_{02y} - gt \end{cases}$$

К моменту времени Δt будем иметь:

$$\begin{cases} y(\Delta t) = y_2 + v_{02y}\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2} = y_3 \approx 7.91\text{м} \\ v_x(\Delta t) = v_{02x} = v_{3x} \approx 25.56\text{м/с} \\ v_y(\Delta t) = v_{02y} - g\Delta t = v_{3y} \approx 5.10\text{м/с} \end{cases}$$

Рассуждая аналогично пункту 1-2, из закона сохранения импульса найдем новые проекции скоростей ракеты v_{03x}, v_{03y} после выброса массы:

$$\begin{cases} (M - 2\Delta m)v_{1x} = (M - 3\Delta m)v_{01x} + \Delta m(v_{1x} - u_x) \\ (M - 2\Delta m)v_{1y} = (M - 3\Delta m)v_{01y} + \Delta m(v_{1y} - u_y) \end{cases}$$

Где $u_x = u \frac{v_{3x}}{\sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2}}, u_y = u \frac{v_{3y}}{\sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2}}$ - проекции скорости выброшенной массы

Тогда решая систему, получим:

$$\begin{cases} v_{03x} = v_{3x} + \frac{\Delta m}{M-3\Delta m} u \frac{v_{3x}}{\sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2}} \approx 30.46\text{м/с} \\ v_{03y} = v_{3y} + \frac{\Delta m}{M-3\Delta m} u \frac{v_{3y}}{\sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2}} \approx 6.09\text{м/с} \end{cases}$$

При этом полная скорость вычисляется как:

$$v_3 = \sqrt{v_{03x}^2 + v_{03y}^2}$$

4) Наконец, чтобы вычислить скорость ракеты при подлете к Земле запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{\tilde{M}v^2}{2} = \frac{\tilde{M}v_3^2}{2} + \tilde{M}gy_3,$$

где $\tilde{M}$ - текущая масса ракеты

Откуда получаем:

$$v = \sqrt{v_3^2 + 2gy_3} = \sqrt{v_{03x}^2 + v_{03y}^2 + 2gy_3} \approx 33.46\text{м/с}$$

По правилу об определении значащих цифр при извлечении корня верный ответ: 33 м/с. Так как наименьшее количество значащих цифр равно единице, то допустимый ответ: 30 м/с

11.5. (8 баллов) В скейтпарке есть две ramпы – одна прикреплена к земле и неподвижна, а вторая на подвижной опоре. Обе ramпы одинаковой высоты $h = 2$ м. Местный скейтбордист сначала скатился с первой ramпы, а затем со второй.

[7] Во сколько раз изменится скорость скейтбордиста во втором случае по сравнению с первым, если масса скейтбордиста в два раза меньше массы ramпы?

Замечание. Трением пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 9.8 м/с^2 .

(А.А. Черенков)

Ответ: 1,2.

Решение. 1) В первом случае ramпа остается неподвижной, тогда запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

Откуда находим скорость скейтбордиста в конце спуска:

$$v = \sqrt{2gh}$$

2) Во втором случае при спуске скейтбордиста ramпа приходит в движение. Запишем закон сохранения импульса на ось ix :

$$mv_1 = MV$$

Откуда скорость, которую приобретает рампя:

$$V = \frac{mv_1}{M}$$

По закону сохранения энергии:

$$mgh = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$$

$$2gh = v_1^2 + \frac{m}{M}v_1^2$$

Откуда скорость скейтбордиста в конце спуска:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{m}{M}}}$$

3) Таким образом, найдем отношение скоростей:

$$\frac{v_1}{v} = \sqrt{1 + \frac{m}{M}} = 1,22$$

По правилу об определении значащих цифр при извлечении корня верный ответ: 1,2.

11.6. (7 баллов) В школьной лаборатории изучают равновесие твердых тел в жидкостях. Для этого учитель взял пустой стакан цилиндрической формы и аккуратно погрузил его дном кверху и отпустил. При этом стакан оказался в положении равновесия.

[8] На какую глубину погружен стакан?

Замечание. Стакан имеет высоту $H = 15$ см, диаметр $D = 3$ см и массу $m = 0,1$ кг. Атмосферное давление принять равным $p_0 = 10^5$ Па, ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с². Плотность воды - $\rho = 1000$ кг/м³. (А.А. Черенков)

Ответ: 0,6.

Решение. 1) Давление воды на искомой глубине h :

$$p_1 = p_0 + \rho gh,$$

где ρ - плотность воды, p_0 - атмосферное давление

2) Для воздуха в стакане справедлив закон Бойля-Мариотта:

$$p_0 V_0 = p_1 V_1$$

где V_0, V_1 - объемы воздуха в стакане до и после погружения соответственно

3) Учтем, что стакан находится в равновесии, поддерживаемый архимедовой силой воздуха в нем:

$$\rho g V_1 = mg$$

4) Решая систему уравнений 1-3, получаем искомую глубину:

$$h = \frac{p_0}{mg} \left(V_0 - \frac{m}{\rho} \right) = \frac{p_0}{mg} \left(\frac{\pi D^2}{4} H - \frac{m}{\rho} \right) = 0,6 \text{ м}$$

11.7. (7 баллов) Петя прочитал в учебнике метод, по которому можно определить заряд капли. Для этого необходимо взять плоский конденсатор и измерить времена падения капли с одной обкладки на другую при различной разности потенциалов. В первый раз Петя приложил разность потенциалов 100 В, а во второй 200 В. Измеренные времена при этом получились $t_1 = 2$ с, $t_2 = 3$ с.

[9] Чему равен модуль заряда капли, если ее масса $m = 50$ мкг?

Замечание. Ускорение свободного падения принять равным $9,8$ м/с². (А.А. Черенков)

Ответ: 0,00002.

Решение. 0) Заметим, что при увеличении разности потенциалов между обкладками конденсатора время падения капли увеличивается. Это значит, что сила Кулона, действующая на каплю, направлена вертикально вверх.

1) На каплю действует сила тяжести и сила Кулона. Запишем второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось:

$$mg - F_k = ma$$

Откуда:

$$a = g - \frac{F_k}{m} = g - \frac{Eq}{m} = g - \frac{Uq}{dm},$$

где E, U, d - напряженность, напряжение и расстояние между обкладками конденсатора соответственно, q - заряд капли.

2) Тогда уравнение движения капли в проекции на вертикальную ось имеет вид:

$$y(t) = \frac{at^2}{2}$$

В момент T , когда капля закончила падение:

$$y(T) = d = \frac{aT^2}{2} = \frac{T^2}{2} \left(g - \frac{Uq}{dm} \right)$$

3) Записывая последнее уравнение для первого и второго случая падения капли, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} d = \frac{t_1^2}{2} \left(g - \frac{U_1 q}{dm} \right) \\ d = \frac{t_2^2}{2} \left(g - \frac{U_2 q}{dm} \right) \end{cases}$$

Для решения системы сначала домножим каждое уравнение на $2dm$ и приравняем правые части:

$$t_1^2(gdm - U_1 q) = t_2^2(gdm - U_2 q)$$

После приведения подобных членов, можно выразить d :

$$d = \frac{q(U_2 t_2^2 - U_1 t_1^2)}{gm(t_2^2 - t_1^2)}$$

Подставим теперь это выражение в первое уравнение:

$$\frac{q(U_2 t_2^2 - U_1 t_1^2)}{gm(t_2^2 - t_1^2)} = \frac{t_1^2 g}{2} \left(1 - \frac{U_1(t_2^2 - t_1^2)}{U_2 t_2^2 - U_1 t_1^2} \right)$$

Разделим на коэффициент при q , окончательно получим:

$$q = g^2 t_1^2 t_2^2 m \frac{(U_2 - U_1)(t_2^2 - t_1^2)}{(2 * (U_2 t_2^2 - U_1 t_1^2))^2} \approx 0,000022 \text{ Кл}$$

Так как наименьшее количество значащих цифр равно единице и ответ необходимо дать в системе СИ, то ответ: 0,00002 Кл.

11.8. (5 баллов) Медный шарик радиусом 1 мм подвешен на ниточке над заземленной неограниченной плоской металлической поверхностью. Расстояние между шариком и поверх-

ностью $l = 5$ см. Шарику сообщают некоторый заряд.

[10] Во сколько раз изменится сила взаимодействия между пластиной и шариком, если расстояние между ними увеличить на $l_0 = 2$ см.

(А.А. Черенков)

Ответ: 0,5.

Решение. 1) Действие проводящей плоскости с ее индуцированными зарядами можно заменить действием точечного заряда, являющегося зеркальным отображением данного заряда в проводящей плоскости. Тогда сила действующая на заряд, находящийся на расстоянии l от плоскости:

$$F = k \frac{q^2}{(2l)^2}$$

2) Таким образом, отношение сил, действующих на заряд:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{l_1^2}{l_2^2} = \frac{l^2}{(l + l_0)^2} = 0,5$$

11.9. (7 баллов) Учеников одной школы пригласили на экскурсию в физическую лабораторию. На одной из установок детям показали эксперимент, демонстрирующий влияние электрического поля на движущийся в нем электрон. В плоский конденсатор влетает электрон с энергией 1000 эВ под углом $\alpha_1 = 30^\circ$ к обкладкам, а вылетает под углом $\alpha_2 = 60^\circ$.

[11] Какое было напряжение на конденсаторе, если его длина $l = 10$ см и расстояние между обкладками $d = 1$ см?

Замечание. Действием силы тяжести пренебречь.

(А.А. Черенков)

Ответ: 200.

Решение. 1) Вычислим начальную скорость электрона:

$$W = \frac{mv_0^2}{2}$$

тогда

$$v_0^2 = \frac{2W}{m}$$

2) Введем прямоугольную систему координат. ось x направим вдоль пластин конденсатора, а ось y - перпендикулярно поверхности пластин конденсатора. Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось y :

$$F = ma$$

тогда

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m} = \frac{Uq}{dm}$$

3) Уравнение движения электрона вдоль конденсатора:

$$x(t) = v_x t$$

Проекции скоростей электрона меняются по законам:

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha_1 \\ v_y(t) = v_0 \sin \alpha_1 + at \end{cases}$$

Тогда время, за которое электрон пролетает конденсатор:

$$T = \frac{x(T)}{v_x(T)} = \frac{l}{v_0 \cos \alpha_1}$$

4) По условию, электрон вылетает под углом α_2 , тогда:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{v_y(T)}{v_x(T)} = \frac{v_0 \sin \alpha_1 + aT}{v_0 \cos \alpha_1}$$

Откуда окончательно находим, подставив выражения для времени T и ускорения a :

$$U = (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1) \frac{2W \cos \alpha_1^2 d}{ql}$$

Расчет ведем, взяв за единицу энергии 1эВ , тогда заряд электрона равен единице. Получаем:

$$U = 173B$$

Так как наименьшее количество значащих цифр равно единице, то ответ: 200 В.