



Решения задач для 8 класса

8.1. (7 баллов) На дне аквариума, заполненного водой, находятся два стальных кубика, положенных друг на друга. Длины ребер кубиков – $L_1 = 10$ см, $L_2 = 5$ см, глубина аквариума $H = 30$ см, плотность стали $\rho = 7900$ кг/м³, плотность воды – $\rho_0 = 1000$ кг/м³. Вычислить силу давления конструкции на дно аквариума в случаях, когда:

[1] Первый кубик лежит на дне

[2] Второй кубик лежит на дне.

Замечание. Ускорение свободного падения принять равным 9.8 м/с². (А.А. Черенков)

Ответ: 100.

Ответ: 90.

Решение. 1) Сила давления конструкции на дно аквариума есть вес конструкции P , который по третьему закону Ньютона равняется силе реакции N аквариума

По второму закону Ньютона равнодействующая всех действующих на конструкцию сил равна нулю, так как система в равновесии:

$$0 = m_1g + m_2g + F_1 + F_2 - N,$$

где F_2 - давление воды на верхнюю грань кубика с ребром L_2 , F_1 - давление воды на ту часть верхней грани кубика с ребром L_1 , которая не находится в контакте со вторым кубиком. Таким образом :

$$N = m_1g + m_2g + F_1 + F_2$$

Вычислим :

$$F_1 = p_1S_1 = \rho_0g(H - L_1)(L_1^2 - L_2^2)$$

$$F_2 = p_2S_2 = \rho_0g(H - L_1 - L_2)L_2^2$$

Тогда после подстановки получим, что

$$P = N = (L_1^3 + L_2^3)\rho g + \rho_0g(HL_1^2 - L_1^3 - L_2^3) = 108H$$

2) Сила давления конструкции на дно аквариума есть вес конструкции P , который по третьему закону Ньютона равняется силе реакции N аквариума.

По второму закону Ньютона равнодействующая всех действующих на конструкцию сил равна нулю, так как система в равновесии:

$$0 = m_1g + m_2g + F_1 - F_2 - N,$$

где F_1 - давление воды на верхнюю грань кубика с ребром L_1 , F_2 - давление воды на ту часть нижней грани кубика с ребром L_1 , которая не находится в контакте со вторым кубиком. Таким образом :

$$N = m_1g + m_2g + F_1 - F_2$$

Вычислим :

$$m_1g + m_2g = (V_1 + V_2)\rho g = (L_1^3 + L_2^3)\rho g$$

$$F_1 = \rho_1S_1 = \rho_0g(H - L_1 - L_2)L_1^2$$

$$F_2 = p_2 S_2 = \rho_0 g (H - L_2) (L_1^2 - L_2^2)$$

Тогда после подстановки получим, что

$$P = N = (L_1^3 + L_2^3) \rho g + \rho_0 g (H L_2^2 - L_1^3 - L_2^3) = 85,1 H$$

Так как минимальное число значащих цифр в условии равно единице, то проводим округление.

8.2. (6 баллов) Вадим экспериментирует с сообщающимися сосудами, которые имеют диаметры $D_1 = 15$ см и $D_2 = 10$ см. Сначала Вадим заполняет сосуды водой и измеряет уровень жидкости в них. Затем он кладет деревянный кубик массой $m = 500$ г в первый сосуд и снова измеряет уровень жидкости. Далее Вадим перекладывает кубик во второй сосуд и повторяет измерения. На сколько будут отличаться эти измерения по сравнению с первоначальным уровнем воды в сосудах

[3] в первом случае,

[4] во втором случае?

Замечание. Плотность воды - $\rho = 1000$ кг/м³.

(А.А. Черенков)

Ответ: 0.020 (допустим ответ: 0.02).

Ответ: 0.020 (допустим ответ: 0.02).

Решение. Так как плотность дерева меньше плотности воды, то кубик будет плавать в воде. Вычислим объем V погруженной части кубика. Запишем второй закон Ньютона для равновесия кубика:

$$F_{Arh} - mg = 0$$

с учетом $F_{Arh} = \rho g V$, получим:

$$V = \frac{m}{\rho}$$

Ясно, что при погружении кубика в сосуды уровень воды в них меняется на одинаковую величину Δh , чтобы гидростатическое давление компенсировало давление, оказываемое кубиком. Кубик оказывает такое давление, какой оказывает объем вытесненной им жидкости. Таким образом:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{V \rho g}{S_1 + S_2} = \frac{mg}{S_1 + S_2}$$

Это же давление равно изменению гидростатического давления:

$$\frac{mg}{S_1 + S_2} = \rho g \Delta h$$

Откуда

$$\Delta h = \frac{V}{\rho(S_1 + S_2)} = \frac{4m}{\rho\pi(D_1^2 + D_2^2)} \approx 2 \text{ см}$$

Так как проведенные рассуждения верны при помещении кубика в любой из сосудов, то уровень жидкости в обоих случаях изменится на одинаковую величину.

Так как наименьшее количество значащих цифр равно двум и ответ необходимо записать в системе СИ (единицы - метры), то ответ 0,020 м.

8.3. (6 баллов) В калориметре холодная и теплая вода разделены перегородкой. Масса холодной воды $m_1 = 200$ г, а ее температура $t_1 = 3^\circ$ С. Теплая вода имеет массу $m_2 = 300$ г и температуру $t_2 = 10^\circ$ С. В некоторый момент перегородку убрали.

[5] На сколько процентов изменится полный объем, занимаемый жидкостями, после выравнивая температур?

Замечание. Коэффициент температурного расширения принять равным $\alpha = 0,0002 \text{ K}^{-1}$. Плотность воды при нормальных условиях $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. (А.А. Черенков)

Ответ: 0.

Решение. 1) Составим уравнение теплового баланса и найдем равновесную температуру:

$$cm_1(t - t_1) = cm_2(t_2 - t)$$

Преобразуем:

$$m_1 t_1 + m_2 t_2 = (m_1 + m_2) t$$

2) Найдем объемы жидкостей до и после выравнивания температур. Тогда исходные объемы жидкостей:

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_1}{\rho_0}(1 + \alpha t_1), V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{m_2}{\rho_0}(1 + \alpha t_2),$$

где ρ_1, ρ_2 - начальные плотности холодной и теплой воды соответственно, ρ_0 - плотность воды при нормальных условиях. Суммарный объем, занимаемый водой:

$$V_1 + V_2 = \frac{1}{\rho_0}((m_1 + m_2) + \alpha(m_1 t_1 + m_2 t_2))$$

Аналогично объемы жидкостей после установления теплового равновесия:

$$\tilde{V}_1 = \frac{m_1}{\rho_0}(1 + \alpha t), \tilde{V}_2 = \frac{m_2}{\rho_0}(1 + \alpha t)$$

И их суммарный объем:

$$\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2 = \frac{1}{\rho_0}((m_1 + m_2) + \alpha(m_1 + m_2)t)$$

Подставим $(m_1 + m_2)t = m_1 t_1 + m_2 t_2$, получим:

$$\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2 = \frac{1}{\rho_0}((m_1 + m_2) + \alpha(m_1 t_1 + m_2 t_2)) = V_1 + V_2$$

Таким образом, объем, занимаемый жидкостями, не изменится.

8.4. (7 баллов) Мощность двигателя автомобиля Лада Веста $N = 90$ лошадиных сил, а КПД $\eta = 25 \%$.

[6] Какое минимальное количество литров бензина надо залить на заправке, чтобы проехать $s = 200$ км с постоянной скоростью $v = 72$ км/ч.

Замечание. Плотность бензина $\rho = 0.76 \text{ г/см}^3$, удельная теплота сгорания бензина $q = 4.6 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$. Принять одну лошадиную силу равной 735 Вт. (А.А. Черенков)

Ответ: 76.

Решение. 1) Работа, которую совершает двигатель при перемещении на расстояние s :

$$A = Fs = Fvt = N \frac{s}{v}$$

2) Найдем полезную работу, совершаемую двигателем:

$$A = \eta Q = \eta q m = \eta q \rho V$$

3) Тогда получаем:

$$Ns/v = \eta q \rho V$$

Откуда:

$$V = Ns/vq\rho\eta \approx 75.7\text{л}$$

Так как наименьшее количество значащих цифр равно двум, то округляем и ответ 76 л.

8.5. (5 баллов) В школьной лаборатории изучают равновесие твердых тел в жидкостях. Для этого учитель взял пустой стакан цилиндрической формы и аккуратно погрузил его дном кверху и отпустил. При этом стакан оказался в положении равновесия.

[7] Какой объем воды оказался в стакане?

Замечание. Стакан имеет высоту $H = 15$ см, диаметр $D = 5$ см и массу $m = 0.1$ кг.

(А.А. Черенков)

Ответ: 0.0002.

Решение. 1) Стакан находится в равновесии, поддерживаемый архимедовой силой воздуха в стакане, получаем:

$$mg = \rho V_1 g,$$

где V_1 - объем, занимаемый воздухом. Таким образом:

$$V_1 = \frac{m}{\rho}$$

2) Тогда объем воды в стакане:

$$V = V_0 - V_1 = \frac{\pi D^2}{4} H - \frac{m}{\rho} \approx 194.5 \text{ см}^3$$

Так как наименьшее количество значащих цифр равно единице и ответ необходимо дать в системе СИ, то ответ 0.0002 м^3 .

8.6. (7 баллов) Полый алюминиевый шар (внешний радиус $R = 10$ см, внутренний - $r = 9$ см) плавает на поверхности воды.

[8] Веществом какой максимальной плотности можно заполнить внутренность шара, чтобы он все еще плавал в жидкости?

Замечание. Плотность алюминия $\rho_1 = 2700 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

(А.А. Черенков)

Ответ: 400.

Решение. 1) Пусть в шар залито вещество максимальной плотности ρ_2 . Тогда шар будет целиком погружен в воду, причем архимедова сила уравнивает силу тяжести:

$$\rho g V = m_1 g + m_2 g$$

$$\rho g V = \rho_1 g (V - V_0) + \rho_2 g V_0$$

где V_0 и V - внутренний и внешний объемы соответственно.

Тогда получаем:

$$\rho_2 = \frac{V\rho - (V - V_0)\rho_1}{V_0} = \frac{V}{V_0}(\rho - \rho_1) + \rho_1 = \frac{R^3}{r^3}(\rho - \rho_1) + \rho_1 \approx 368 \text{ кг/м}^3$$

Так как наименьшее количество значащих цифр равно единице и ответ необходимо дать в системе СИ, то ответ 400 кг/м^3 .

8.7. (7 баллов) На дополнительном уроке по физике школьники изучали явление теплового баланса, проводя опыты. Они поместили в сосуд с водой, имеющей общую теплоемкость $C = 1550 \text{ Дж/К}$ и температуру $T = 25^\circ \text{ C}$, кусок льда массой $m = 150 \text{ г}$ при температуре $T_1 = -10^\circ \text{ C}$.

[9] Какая установится температура в сосуде после того, как система придет в равновесие?

Замечание. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 0.33$ МДж/кг, удельная теплоемкость $c = 2.1$ кДж/кг * К (А.А. Черенков)

Ответ: 0.

Решение. 1) Найдем количество теплоты, необходимое для полного расплавления льда. Теплота, необходимая для нагрева льда:

$$Q_1 = cm\Delta T_1 = 3150 \text{ Дж}$$

Теплота, необходимая для полной расплавки льда:

$$Q_2 = \lambda m = 49500 \text{ Дж}$$

Суммарная теплота:

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 = 52650 \text{ Дж}$$

2) Найдем количество теплоты, необходимое для того, чтобы калориметр с водой остудились до нулевой температуры

$$Q = C\Delta T = 38750 \text{ Дж}$$

3) Таким образом, лед не успеет целиком расплавиться, но достигнет температуры плавления. То есть итоговая установившаяся температура - нулевая

8.8. (6 баллов) В школьной лаборатории проводят эксперименты, демонстрирующие теплообмен между телами. Имеется алюминиевый куб, разогретый до некоторой температуры. Этот куб кладут на кусок льда при температуре $t_2 = -20^\circ \text{C}$ и ждут, пока он полностью не погрузится в лед.

[10] Какая при этом должна быть минимальная температура куба?

Замечание. Удельная теплоемкость алюминия $c_1 = 836$ Дж/кг * К, плотность $\rho_1 = 2700$ кг/м³. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 0.33$ МДж/кг, удельная теплоемкость $c_2 = 2.1$ кДж/кг * К, плотность $\rho_2 = 920$ кг/м³. (А.А. Черенков)

Ответ: 150.

Решение. 1) Куб полностью погрузится в лед, если его теплоты хватит для того, чтобы нагреть и расплавить количество льда, заключенного в объеме, равном объему куба. При этом сам куб охладится до нуля градусов. Тогда уравнение теплового баланса примет вид:

$$\begin{aligned} \lambda m_2 + c_2 m_2 (0 - t_2) &= c_1 t m_1 \\ m_2 = V \rho_2 = a^3 \rho_2 \quad m_1 &= V \rho_1 = a^3 \rho_1 \\ t &= \frac{\lambda - c_2 t_2}{c_1} \frac{m_2}{m_1} = \frac{\lambda - c_2 t_2}{c_1} \frac{\rho_2}{\rho_1} \approx 152^\circ \text{C} \end{aligned}$$

Так как наименьшее количество значащих цифр равно двум, то проводим округление.

8.9. (5 баллов) В детском лагере вожатые решили научить строить детей малую электростанцию. Для этого они пошли отрядом на речку Черную, которая образует водопад высотой $h = 2$ м. Речка течет со скоростью $v = 3$ м/с, а сечение потока у нее $s = 3$ м².

[11] Какую максимальную мощность может развивать водопад?

(А.А. Черенков)

Ответ: 200000.

Решение. 1) Мощность потока равна работе, которую может совершать поток в единицу времени при полном переходе его кинетической энергии у основания водопада в работу:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{E_k}{t}$$

2) По закону сохранения энергии:

$$E_k = E_{k0} + \Pi = \frac{mv^2}{2} + mgh$$

3) Масса воды, проходящей через сечение водопада в единицу времени:

$$m = V\rho = Svt\rho$$

4) Таким образом, находим мощность потока

$$N = \frac{m}{t}(\frac{v^2}{2} + gh) = Sv\rho(\frac{v^2}{2} + gh) = 216900\text{Вт}$$

Так как наименьшее количество значащих цифр равно единице, ответ округляем.