



Решения задач для 8 класса

8.1. (5 баллов) Дмитрий пришел с отцом в городской парк развлечений, в котором увидел оригинально организованный тир. В частности там был свинцовый шар подвешенный с помощью шнура, две части которого соединены мишенью. При попадании стрелка в мишень происходит её разрушение, и шар падает вниз. Отец предложил Дмитрию на два вопроса:

- [1] Какова скорость шара в конце его падения, если высота, на которой подвешен шар, равна 5 м? Ускорение свободного падения считать равным $9,8 \text{ Н/кг}$.
- [2] На сколько градусов нагреется шар, если, если на нагрев идёт половина от всей механической энергии шара. Удельная теплоёмкость свинца равна $140 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$. Нить считать невесомой и нерастяжимой, разрушение мишени считать мгновенным, сопротивлением воздуха пренебречь.

(Л.С.Ласкавый)

Ответ: 10.

Ответ: 0,2.

Решение. При разрушении мишени шар начинает падать вниз без начальной скорости. Поскольку потерями механической энергии из-за отсутствия сопротивления воздуха пренебрегаем, воспользуемся законом сохранения механической энергии:

$$E_{к1} + E_{п1} = E_{к2} + E_{п2} = \text{const},$$

где кинетическая энергия равна $E_{к} = mv^2/2$, а потенциальная энергия $E_{п} = mgh$.

Пусть первое состояние - в момент разрушения мишени, второе - в конце падения. Поскольку в начале падения скорость равна нулю, то $E_{к1} = 0$. Взяв за нулевую отметку высоты поверхность, на которую падает шар, получим, что в конце падения высота равна нулю, значит $E_{п2} = 0$. В итоге закон сохранения выглядит следующим образом:

$$E_{п1} = E_{к2}.$$

Подставляя выражения для кинетической и потенциальной энергий, получим

$$mgh = mv_2^2/2$$

или

$$2gh = v_2^2.$$

В итоге

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 5} = \sqrt{98} \approx 9,89 \text{ м/с}.$$

Учитывая минимальное число значащих цифр в условии равное единице, проводим округление, так что $v = 10 \text{ м/с}$. Для нахождения разности температур при нагреве шара после его падения, учтём, что на нагрев идёт половина механической энергии шара:

$$\eta = Q/E_{\text{мех}}.$$

Учитывая, что потерь механической энергии не происходит, можем взять состояние энергии не в конце падения, а в его начале:

$$E_{\text{мех}} = E_{п} = mgh.$$

Количество теплоты, полученное телом при нагревании:

$$Q = cm\Delta T.$$

Подставив значения в формулу с КПД, получим

$$\eta = cm\Delta T / (mgh).$$

В итоге:

$$\Delta T = \eta gh / c = 0.5 \cdot 9.8 \cdot 5 / 140 = 0,175 K.$$

Учитывая минимальное число значащих цифр в условии равное единице, проводим округление, так что $\Delta T = 0,2 K$.

Ответ: $v = 10 \text{ м/с}$, $\Delta T = 0,2 K$.

8.2. (6 баллов) В составе школьной команды Алексей пошел в зимний турпоход на Алтай. На привале Алексею поручили приготовить чай, растопив лед. Алексей использовал примус и чашку из нержавеющей стали массой 200,0 г., поместив в нее 1,5 кг льда. За процессом не уследили, и 150,0 г воды выкипело. КПД примуса 45,0 %. В результате на процесс ушло 97,0 мл бензина марки АИ-98, плотность которого 780,0 кг/м³, а удельная теплота сгорания $4,50 \cdot 10^7$ Дж/кг.

[3] Найти начальную температуру льда. Ответ дать в градусах Цельсия.

Замечание. Удельные теплоёмкости воды 4200,0 Дж/(кг · К), льда 2100,0 Дж/(кг · К), стали 500,0 Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $3,30 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования $2,30 \cdot 10^6$ Дж/кг. (Л.С.Ласкавый)

Ответ: -16.

Решение. Переведём температуру в абсолютные показатели. Далее температура будет учтена как абсолютная. Будем искать $T_{\text{нач}}$.

Известно, что $T_{\text{пл}} = 273 K$, $T_{\text{кип}} = 373 K$.

Примус преобразует внутреннюю энергию топлива в количество теплоты, получаемое телами при тепловых процессах. Формула для КПД:

$$\eta = Q_{\text{пол}} / Q_{\text{затр}}$$

где $Q_{\text{пол}}$ — полезная энергия, $Q_{\text{затр}}$ — затраченная энергия.

Раскроем каждое из слагаемых:

$$Q_{\text{затр}} = Q_{\text{сгор}} = qm_{\text{бенз}}$$

С учётом

$$m_{\text{бенз}} = \rho_{\text{бенз}} V$$

$$Q_{\text{затр}} = Q_{\text{сгор}} = q\rho_{\text{бенз}} V$$

Полезная энергия состоит из количества теплоты при нагреве льда (Q_1), при плавлении льда (Q_2), нагреве воды до кипения (Q_3), кипении части воды (Q_4) и нагреве стальной чашки от начальной температуры до 100 градусов (Q_5), то есть

$$Q_{\text{пол}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$$

Раскроем каждое слагаемое:

$$Q_1 = c_{\text{л}} m (T_{\text{пл}} - T_{\text{нач}})$$

$$Q_2 = \lambda m$$

$$Q_3 = c_{\text{в}} m (T_{\text{кип}} - T_{\text{пл}})$$

$$Q_4 = L m_{\text{пар}}$$

$$Q_5 = c_{\text{ст}} m_{\text{ст}} (T_{\text{кип}} - T_{\text{нач}})$$

Подставим выражения в формулу для полезной энергии:

$$Q_{\text{пол}} = c_{\text{л}}m(T_{\text{пл}} - T_{\text{нач}}) + \lambda m + c_{\text{в}}m(T_{\text{кип}} - T_{\text{пл}}) + Lm_{\text{пар}} + c_{\text{ст}}m_{\text{ст}}(T_{\text{кип}} - T_{\text{нач}})$$

Тогда формула КПД примет вид:

$$\eta = (c_{\text{л}}m(T_{\text{пл}} - T_{\text{нач}}) + \lambda m + c_{\text{в}}m(T_{\text{кип}} - T_{\text{пл}}) + Lm_{\text{пар}} + c_{\text{ст}}m_{\text{ст}}(T_{\text{кип}} - T_{\text{нач}}))/q\rho_{\text{бенз}}V$$

Выражая начальную температуру, получим в итоге

$$T_{\text{нач}} = (c_{\text{л}}mT_{\text{пл}} + \lambda m + c_{\text{в}}m(T_{\text{кип}} - T_{\text{пл}}) + Lm_{\text{пар}} + c_{\text{ст}}m_{\text{ст}}T_{\text{кип}} - \eta q\rho_{\text{бенз}}V)/(c_{\text{л}}m + c_{\text{ст}}m_{\text{ст}})$$

Подставляя значения, получим

$$T_{\text{нач}} = (2100 \cdot 1.5 \cdot 273 + 3.3 \cdot 10^5 \cdot 1.5 + 4200 \cdot 1.5 \cdot (373 - 273) + 2.3 \cdot 10^6 \cdot 0.15 + \\ + 500 \cdot 0.2 \cdot 373 - 0.45 \cdot 4.5 \cdot 10^7 \cdot 780 \cdot 97 \cdot 10^{-6}) / (2100 \cdot 1.5 + 500 \cdot 0.2)$$

$$T_{\text{нач}} = 256,9646\text{K}$$

Учитывая минимальное число значащих цифр в условии равное двум, проводим округление, так что $T_{\text{нач}} = 257\text{K}$.

Переводя значение в градусы Цельсия, получим $t_{\text{нач}} = -16^\circ\text{C}$.

Ответ: $t_{\text{нач}} = -16^\circ\text{C}$.

8.3. (7 баллов) На школьную экскурсию в Эрмитаж выехали ученики двух классов на автобусах, имеющих форму прямоугольных параллелепипедов, отличающихся только длиной в два раза. Как обычно, в этот день в Санкт-Петербурге шел дождь. По пути до музея на автобусы упали $1,0 \cdot 10^5$ и $1,8 \cdot 10^5$ капель дождя, причем автобусы ехали с равными скоростями.

[4] Сколько капель дождя упало на длинный автобус на обратном пути, если он двигался вдвое медленнее, чем по пути в музей?

Замечание. При решении считать, что ветер не действует на капли и не отклоняет их, а интенсивность дождя постоянна. (А.А. Черенков)

Ответ: 340000.

Решение. 1) Короткий автобус на пути «туда».

Число капель дождя, коснувшихся автобуса, пропорционально времени t рейса, концентрации n капель в воздухе, их скорости v_r относительно автобуса и эффективной площади S поверхности, находящейся под дождём:

$$N = nt v_r S. \quad (1)$$

Пусть L — расстояние от школы до музея, v — скорость автобуса, u — скорость падения капель относительно земли. Тогда

$$t = \frac{L}{v}. \quad (2)$$

Эффективную площадь поверхности, находящейся под дождём, можно найти как площадь проекции автобуса на плоскость, перпендикулярную скорости капель относительно автобуса. Пусть d, b, h — соответственно длина, ширина и высота автобуса, α — угол наклона потока капель в системе отсчёта, связанной с автобусом, тогда суммарная площадь, проекций от крыши и лобовой поверхности автобуса имеет вид

$$S = b(d \cos \alpha + h \sin \alpha). \quad (3)$$

Подставляя равенства (2) и (3) в формулу (1) и используя выражения $\cos \alpha = \frac{u}{v_r}$ и $\sin \alpha = \frac{v}{v_r}$,

получаем

$$N = Lnb \left(\frac{du}{v} + h \right). \quad (4)$$

2) Длинный автобус на пути «туда».

Рассуждая аналогично или просто заменив N на $1,8N$ и d на $2d$ в формуле (4), получим

$$1,8N = Lnb \left(\frac{2du}{v} + h \right). \quad (5)$$

Из формул (4) и (5) находим соотношение между слагаемыми в скобках в формуле (4):

$$\frac{2du}{v} : h = 8 : 1.$$

3) Длинный автобус на пути «обратно»

Если в формуле (5) заменить v на $v/2$, то первое слагаемое, составляющее $8/9$ от суммы, возрастёт в 2 раза, таким образом, искомое число капель составляет:

$$n = 17/9 \cdot 1,8N = 3,4 \cdot 10^5$$

Ответ: $3,4 \cdot 10^5$

8.4. (6 баллов) Маша вместе с классом поехала на экскурсию в город Гусь-Хрустальный, где им показали процесс производства изделий из стекла. В одном из цехов Маша увидела, что в поступившем в обработку стеклянном бруске имелся достаточно большой воздушный пузырь в виде шара. При взвешивании бруса на динамометре его вес равен $3,0 \cdot 10^3$ Н, а при погружении в воду — 1300 Н.

[5] Определите объём пузыря в бруске.

Замечание. Массу воздуха в пузыре считать пренебрежимо малой, влияние воздуха при взвешивании не учитывать. Плотность стекла принять равной $2,5 \cdot 10^3$ кг/м³. (Л.С.Ласкавый)

Ответ: 0,05.

Решение. В случае, когда брус взвешивается в воздухе, его вес равен силе тяжести, откуда можно найти массу бруса

$$P_1 = mg$$

$$m = P_1/g$$

С учётом

$$m = \rho c V_{\text{вещ}}$$

объём, занимаемый веществом (то есть стеклом), равен

$$V_{\text{вещ}} = m/\rho c$$

$$V_{\text{вещ}} = P_1/\rho c g.$$

При взвешивании бруса, опущенного в воду, сила тяжести компенсируется силой упругости со стороны динамометра (равной весу) и силой Архимеда со стороны жидкости, то есть

$$mg = P_2 + F_{\text{арх}}$$

Объём бруса — сумма объёма вещества (стекла) и объёма пузыря:

$$V = V_{\text{вещ}} + V_{\text{пуз}}$$

Подставив выражение для силы Архимеда, получим

$$mg = P_2 + \rho_v g(V_{\text{вещ}} + V_{\text{пуз}})$$

Выражая объём пузыря, получим

$$V_{\text{пуз}} = (mg - P_2)/\rho_v g - V_{\text{вещ}}$$

Заменив объём вещества и массу выражениями для них, получим в итоге:

$$V_{\text{пуз}} = (P_1 - P_2)/\rho_v g - P_1/\rho_c g = (3000 - -1300)/(1000 \cdot 10) - 3000/(2500 \cdot 10) = 0,05 \text{ м}^3$$

Учитывая минимальное число значащих цифр в условии равное единице, ответ остаётся без изменений.

Ответ: $V_{\text{пуз}} = 0,05 \text{ м}^3$.

8.5. (6 баллов) Однажды Саша простудился и не захотел рассказывать об этом родителям. Он решил вылечиться самостоятельно и нашел в интернете народную методику заварки лечебного чая. Для этого необходимо взять 5,0 грамм зеленого чая с ромашкой, высыпать в кастрюлю и последовательно заполнять его порциями воды по 50,0 мл. Каждая следующая порция на $\Delta t = 1,0^\circ \text{ С}$ горячее предыдущей, а первая порция берется при температуре $t = 20,0^\circ \text{ С}$.

[6] Какой температуры получился лечебный чай, если Саша взял кастрюлю формы прямоугольного параллелепипеда с размерами 13,0 см $\times$ 15,0 см $\times$ 9,00 см, чья начальная температура была $t_0 = 10,0^\circ \text{ С}$, а теплоемкость 540 Дж/К ?

Замечание. Плотность воды принять равной $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, теплоемкость $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.
(А.А. Черенков)

Ответ: 310.

Решение. 1) Из величины объема кастрюли $V = 15 \cdot 13 \cdot 9 = 1755 \text{ мл}$ следует, что Саша добавил $n = [V/\Delta V] = [1755/50] = 35$ порций воды, а оставшееся место осталось для 5 грамм чая. Найдем среднюю температуру налитой воды:

$$t_{cp} = \frac{t_1 + t_n}{2} = \frac{t_1 + (t_1 + (n - 1))}{2} = 37^\circ \text{ С} = 310^\circ \text{ К}$$

2) Согласно уравнению теплового баланса:

$$Ct_0 + cn\rho\Delta V t_{cp} = Q = Ct + cn\rho\Delta V t$$

где t_0 - начальная температура кастрюли, C - ее теплоёмкость, t - конечная температура системы. Выразим конечную температуру системы:

$$t = \frac{Ct_0 + cn\rho\Delta V t_{cp}}{C + cn\rho\Delta V} \approx 308 \text{ К}$$

Так как минимальное количество значащих цифр в условии равно двум, то округляем.

Ответ: 310 К

8.6. (6 баллов) В школьной химической лаборатории Наде поставили задачу определить плотность неизвестного газа в запаянной лабораторной колбе. Надя взвесила колбу и определила, что вес колбы с газом равен 58,3 Н. Колба имеет форму сферы с постоянной толщиной стенок в 0.20 см и внешним диаметром 60.0 см.

[7] Определите плотность неизвестного газа.

Замечание. Плотность стекла 2500 кг/м³. Плотность воздуха принять равной 1.224 кг/м³, а ускорение свободного падения 10,0 м/с².
(Л.С. Ласкавый)

Ответ: 3,2.

Решение. При взвешивании колбы на колбу действуют сила упругости, равная весу, показыва-

емому на весах, силе тяжести, действующей на стекло и на газ в колбе, а также силе Архимеда, действующей на колбу со стороны воздуха. Соотношение уравнивания этих сил:

$$P + F_{\text{арх}} = m_c g + m_r g$$

Сила Архимеда

$$F_{\text{арх}} = \rho_{\text{возд}} g V_{\text{вн}} = \rho_{\text{возд}} g \cdot 4\pi R^3 / 3.$$

Радиус внутренности колбы

$$r = R - d.$$

Масса стекла

$$m_c = \rho_c V_c = \rho_c (V_{\text{внеш}} - V_{\text{внутр}}) = \rho_c \cdot 4\pi (R^3 - r^3) / 3.$$

Масса газа

$$m_r = \rho_r V_{\text{внутр}} = \rho_r \cdot 4\pi r^3 / 3.$$

Подставляя всё это в уравнение для сил, получим

$$P + \rho_{\text{возд}} g \cdot 4\pi R^3 / 3 = \rho_c \cdot 4\pi (R^3 - (R - d)^3) g / 3 + \rho_r \cdot 4\pi (R - d)^3 g / 3.$$

Выражая плотность газа, получим в итоге

$$\rho_g = \frac{3P}{4\pi (R - d)^3 g} + \frac{\rho_a R^3}{(R - d)^3} - \rho_{gl} \frac{R^3 - (R - d)^3}{(R - d)^3}.$$

Подставим значения:

$$\rho_g = \frac{3 \cdot 58,3}{4 \cdot 3,14 \cdot (0,3 - 0,002)^3 \cdot 10} + \frac{1,224 \cdot 0,3^3}{(0,3 - 0,002)^3} - 2500 \cdot \frac{0,3^3 - (0,3 - 0,002)^3}{(0,3 - 0,002)^3} \approx 3,195 \text{ кг/м}^3.$$

Учитывая минимальное число значащих цифр в условии равное двум, проводим округление, так что $\rho_r = 3,2 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $\rho_r = 3,2 \text{ кг/м}^3$.

8.7. (7 баллов) В школьной лаборатории Наталья проводит эксперимент по изучению процессов нагревания и охлаждения тел. Она кладёт нагретый стальной цилиндр радиусом и высотой по 5,0 см основанием на толстый слой льда при температуре плавления. В результате образовалась цилиндрическая лунка радиуса 5,5 см. Температура цилиндрика равна $26,2^\circ \text{C}$.

[8] Рассчитайте, сколько воды выплеснется из образовавшейся лунки.

Замечание. Считать, что потерь энергии в атмосферу не происходит, вся энергия цилиндрика идёт на нагрев льда. Удельная теплоёмкость стали равна $0,50 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$, удельная теплота плавления льда $3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, плотность стали 7800 кг/м^3 , льда $0,90 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, воды $1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.
(Л.С.Ласкавый)

Ответ: 0,098.

Решение. Потерями энергии в атмосферу пренебрегаем. Составим уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + \dots + Q_n = 0$$

Плавление льда обеспечивается за счёт количества теплоты, отдаваемого цилиндриком, так что:

$$Q_1 = \lambda m_{\text{л}}$$

$$Q_2 = c_{\text{ст}} m_{\text{ст}} (t_{\text{пл}} - t_{\text{ст}})$$

Таким образом, уравнение теплового баланса имеет вид:

$$\lambda m_{\text{л}} + c_{\text{ст}} m_{\text{ст}} (t_{\text{пл}} - t_{\text{ст}}) = 0$$

Раскроем массу цилиндрика. Объём цилиндрика:

$$V = Sh = \pi r^2 h$$

Тогда масса

$$m_{\text{ст}} = \rho_{\text{ст}} \pi r^2 h$$

Тогда новый вид уравнения теплового баланса:

$$\lambda m_{\text{л}} + c_{\text{ст}} \rho_{\text{ст}} \pi r^2 h (t_{\text{пл}} - t_{\text{ст}}) = 0$$

Выразим массу воды (равную массе растаявшего льда), в итоге:

$$m_{\text{л}} = -c_{\text{ст}} \rho_{\text{ст}} \pi r^2 h (t_{\text{пл}} - t_{\text{ст}}) / \lambda$$

Определим глубину лунки. Для этого найдём объём расплавившегося льда и через объём цилиндра найдём его высоту. Объём лунки:

$$V_{\text{лунк}} = \pi R^2 H$$

С другой стороны:

$$m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} V_{\text{лунк}}$$

$$V_{\text{лунк}} = m_{\text{л}} / \rho_{\text{л}}$$

Тогда глубина лунки:

$$H = \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}} \pi R^2}.$$

Подставляя выражение для массы льда, получим

$$H = - \frac{c_{\text{ст}} \rho_{\text{ст}} r^2 h (t_{\text{пл}} - t_{\text{ст}})}{\lambda \rho_{\text{л}} R^2}.$$

Вычисляя глубину лунки, получим:

$$H = - \frac{500 \cdot 7800 \cdot 0.05^2 \cdot 0.05 \cdot (0 - 26,2)}{3.3 \cdot 10^5 \cdot 900 \cdot 0.05^2} \approx 0.01422 \text{ м.}$$

Отсюда видно, что высота лунки меньше чем высота цилиндрика. Объём части цилиндрика, находящейся в лунке — это цилиндр радиусом r и высотой H :

$$V_{\text{ст_в_лунке}} = \pi \cdot r^2 \cdot H$$

объём в лунке, который может занять вода:

$$V_{\text{воды_в_лунке}} = V_{\text{лунк}} - V_{\text{ст_в_лунке}} = \pi \cdot H \cdot (R^2 - r^2)$$

Находим объём воды, получившейся из льда $V_{\text{воды}}$

$$V_{\text{воды}} = m_{\text{л}} / \rho_{\text{в}}$$

Разница между ним и объёмом оставшейся воды — это и есть объём выплеснувшейся воды.

$$V_{\text{вып}} = V_{\text{воды}} - V_{\text{воды_в_лунке}} = V_{\text{воды}} - \pi \cdot H \cdot (R^2 - r^2)$$

Тогда

$$m_{\text{вып}} = \rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{вып}}$$

Подставляем выражения для объема и получаем

$$m_{\text{вып}} = \rho_{\text{в}} \left(\frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} - \frac{\pi m_{\text{л}} (R^2 - r^2)}{\rho_{\text{л}} \pi R^2} \right) = m_{\text{л}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{в}} (R^2 - r^2)}{\rho_{\text{л}} R^2} \right) = - \frac{\rho_{\text{ст}} c_{\text{ст}} \pi r^2 h (t_{\text{пл}} - t_{\text{ст}})}{\lambda} \left(1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) \right)$$

$$m_{\text{вып}} = - \frac{7800 \cdot 500 \cdot \pi \cdot 0,05^2 \cdot 0,05 (0 - 26,2)}{3,3 \cdot 10^5} \left(1 - \frac{1000}{900} \left(1 - \left(\frac{0,05}{0,055} \right)^2 \right) \right) \approx 0,09815$$

Учитывая минимальное число значащих цифр в условии равное двум, проводим округление, так что $m_{\text{вып}} = 0,098 \text{ кг}$.

Ответ: $m_{\text{вып}} = 0,098 \text{ кг}$.