Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задание 1. (25 баллов) Современное искусство порой очень необычная штука. Так и в этот раз, посещая новую выставку, Саша встретил очень необычную картину. Она представляла собой табличку из n столбцов и m строк, при этом в каждой клеточке таблицы находилось какое-то целое число. По пути домой Саша, конечно же, забыл какие именно числа были в каждой из клеток. Зато Саша помнил, что для каждого набора клеточек, образующего полоску размером 1×3 (а также 3×1) клеточек выполнялось, что сумма чисел в этих клетках равнялась 32.
Больше современного искусства Саша любит только странные вопросы к олимпиадным задачам, поэтому он просит Вас вычислить сумму чисел, написанных в клетках, находящихся по периметру картины. То есть таких клеток, что располагаются в первом и последнем столбцах, и в первой, и последней строчках.
1) (3 балла) Помогите Саше ответить на вопрос задачи при $n = 256$ и $m = 1024$.
2) (22 балла) Помогите Саше ответить на вопрос задачи при $n = 503$ и $m = 2024$. Но при условии, что один из уголков, то есть квадратик 1×1, вырезан из картины.

Задание 2. (25 баллов) Будем называть *красотой* массива из N положительных целых чисел следующее выражение

$$\sum_{i=0}^{N-1} |a_i - a_{i+1}|$$

где a_i — элемент массива с номером i. Назовем *минимальной красотой* наименьшее значение *красоты* массива по всем его перестановкам, иными словами по всем способам переупорядочить элементы массива. Сколько существует массивов с *минимальной красотой* и *красотой* равной 2048 из 1024 положительных целых чисел, не превосходящих 10000?

Задание 3. (25 баллов) Один из способов задавать перестановку чисел от 1 до n – это ориентированный граф, где из вершины с номером i выходит ориентированное ребро в вершину с номером $f(i)$, где $f(i)$ – это значение, которое располагается на позиции i. Очевидно, что в таком графе могут быть циклы. Будем задавать циклы как множество номеров вершин, которые в него входят. Пусть функция

$$s(X) = \sum_{x \in X} 2^x$$

где X - цикл, представленный способом, описанным выше. Пусть $C(P)$ – множество всех циклов перестановки P. Зададим функцию $g(P)$, где P – это перестановка чисел от 1 до n. Для вычисления функции $g(P)$ нужно от каждого элемента $C(P)$ посчитать функцию s, а затем взять xor получившихся значений. Иначе говоря

$$g(P) = xor_{x \in C(P)} s(x)$$

Вам же нужно посчитать значение, которое получится, если взять xor значений функции g по всем перестановкам чисел от 1 до n.

Задание 4. (25 баллов) Здесь могло бы быть длинное, красивое и запутанное условие задачи, но авторы задач устали, поэтому вот вам функция от двух переменных

$$F(n,k) = \sum_{i=1}^{n} gcd\,(i, i + k)$$

где $gcd\,(a, b)$ — наибольший общий делитель чисел a и b.
1) (1 балл) Найдите $F(10, 7)$
2) (24 балла) Найдите $F(1621620, 16380)$