

Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задание 1. (25 баллов) Данил и Саша живут на шахматной доске со стороной длиной N клеток, где N — целое положительное число. Данил живет в левом нижнем углу, а Саша в правом верхнем. Ребята настолько похожи, что перемещаются по доске похожим образом. Данил может перемещаться по доске следующим образом:

- Перейти на одну клетку вверх, при этом Саша одновременно с этим переместится на одну клетку вниз.
 - Перейти на одну клетку вправо, при этом Саша одновременно с этим переместится на одну клетку влево.
- Каждый из ребят хочет дойти до дома другого, чтобы оставить там сюрприз. Однако, если в какой-то момент ребята окажутся в одной клетке, то увидят друг друга и сюрприз будет испорчен. Помогите ребятам подсчитать количество различных маршрутов, таких что они дойдут до домов друг друга и при этом не встретятся. Два маршрута считаются различными, если существует хотя бы один момент времени, где в одном маршруте Саша пошел вниз, а в другом налево.

Задание 2. (35 баллов) Саша очень любит гулять по Екатеринбургу и в уме проверять числа на простоту. Но поскольку Саша прогуливал лекции по теории чисел, то проверяет он их не совсем обычным способом. Саша считает число N простым, если для всех чисел p таких, что $p^2 < N$ и p — простое по его мнению, выполняется следующее условие: p не делит N нацело. Также Саша абсолютно точно уверен, что число 2 — простое.

Мы очень хотим показать Саше, что он не прав, поэтому помогите нам подсчитать насколько различается количество простых чисел в классическом смысле и количество простых чисел по версии Саши среди положительных целых чисел меньших 10000.

Напомним, что простым числом в классическом смысле является число, которое делится только на 1 и на само себя.

Задание 3. (40 баллов) У Васи и Пети есть n кучек камней. Кучки пронумерованы от 1 до n , в кучке с номером k лежит kn камней.

Ребята играют в игру, игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За ход в игре можно выбрать кучку, забрать из неё $n - 1$ камень, а затем из $n - 1$ других кучек забрать по одному камню и положить их в исходную кучку. При этом если невозможно забрать $n - 1$ камень из выбранной в текущий ход кучки или же по 1 камню из всех $n - 1$ других кучек, то ход невозможен.

Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Кто выигрывает при правильной игре?