

Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задание 1. (25 баллов) Саша очень любит гулять по Екатеринбургу и в уме проверять числа на простоту. Но поскольку Саша прогуливал лекции по теории чисел, то проверяет он их не совсем обычным способом. Саша считает число N простым, если для всех чисел p таких, что $p^2 < N$ и p — простое по его мнению, выполняется следующее условие: p не делит N нацело. Также Саша абсолютно точно уверен, что число 2 — простое.

Мы очень хотим показать Саше, что он не прав, поэтому помогите нам подсчитать насколько различается количество простых чисел в классическом смысле и количество простых чисел по версии Саши среди положительных целых чисел меньших 10000.

Напомним, что простым числом в классическом смысле является число, которое делится только на 1 и на само себя.

Задание 2. (35 баллов) У Васи и Пети есть n кучек камней. Кучки пронумерованы от 1 до n , в кучке с номером k лежит kn камней.

Ребята играют в игру, игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За ход в игре можно выбрать кучку, забрать из неё $n - 1$ камень, а затем из $n - 1$ других кучек забрать по одному камню и положить их в исходную кучку. При этом если невозможно забрать $n - 1$ камень из выбранной в текущий ход кучки или же по 1 камню из всех $n - 1$ других кучек, то ход невозможен.

Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Кто выигрывает при правильной игре?

Задание 3. (40 баллов) Перестановкой чисел от 1 до n будем называть упорядоченное множество из n элементов, в котором каждое из чисел от 1 до n встречается ровно один раз. Индексацию элементов перестановки будем начинать с 1.

Назовём перестановку P *интересной*, если для неё существует два таких индекса её элементов $i_{first} < i_{second}$, что одновременно выполняются три условия

- для $1 \leq i < i_{first}$ верно, что $P_i < P_{i+1}$
- для $i_{first} \leq i < i_{second}$ верно, что $P_i > P_{i+1}$
- для $i_{second} \leq i < n$ верно, что $P_i < P_{i+1}$

Найдите количество *интересных* перестановок чисел от 1 до n .