



Задания, ответы и критерии оценивания

Выпускник университета решил организовать собственное малое инновационное предприятие. Взяв кредит в банке, он купил киберфизическую производственную систему для изготовления координатно-измерительных машин (КИМ) для точных измерений и контроля машиностроительных изделий (рис. 1). Такая КИМ содержит несущую систему, приводы, узлы координатных перемещений, измерительную головку, линейные измерительные преобразователи (энкодеры). В цехе предприятия было установлено следующее оборудование: токарный и фрезерный обрабатывающие центры с компьютерным управлением, сварочный робот и робот-манипулятор. В процессе изготовления различных деталей молодой инженер столкнулся с рядом производственных задач, представленных ниже.



Рис. 1

Задача № 1

Электродвигатель привода контрольно-измерительной машины закреплен на подставке так, что его ось вращения и общий центр масс находятся посередине между опорами, расстояние между которыми равно $L=0,2$ м (рис. 2). Найдите силу действия правой и левой опор двигателя на опорную поверхность в момент запуска двигателя, если после включения ротор двигателя раскручивается с угловым ускорением $w=10$ рад/с², а его момент инерции равен $J=5$ кг*м², масса двигателя с подставкой равна $m=10$ кг. Ускорение свободного падения принять равным $g=10$ м/с². Ротор двигателя вращается по часовой стрелке.

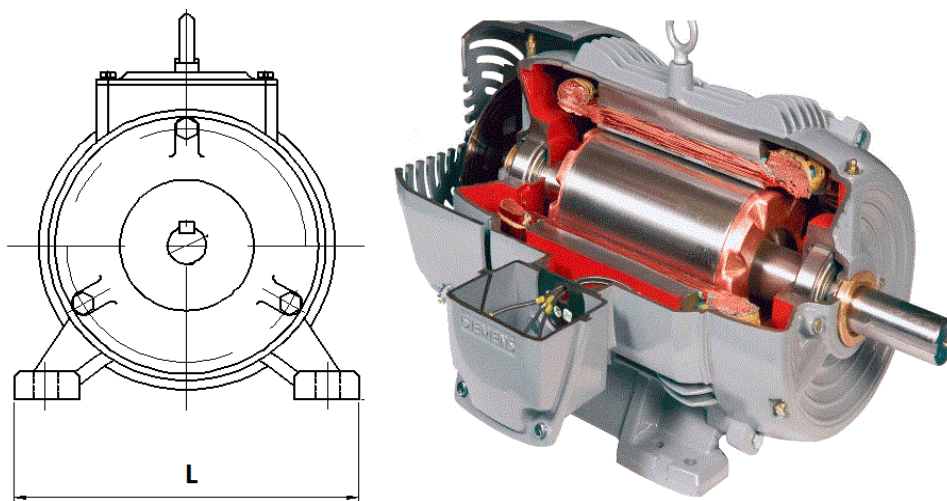


Рис. 2

Решение.

Решение: На правую опору действует вес $(m \cdot g)/2$ **плюс** дополнительный момент вызванный вращением ротора равный $M=J \cdot w$. Сила, вызванная этим моментом равна $M/(0,5 \cdot L)$. Таким образом, сила под правой опорой равна $P_1 = (m \cdot g)/2 + J \cdot w / (0,5 \cdot L) = 10 \cdot 10 / 2 + 10 \cdot 5 / (0,5 \cdot 0,2) = 550$ Н. Аналогично, на левую опору действует сила тяжести $(m \cdot g)/2$ **минус** дополнительный момент вызванный вращением ротора равный $M=J \cdot w$. Сила, вызванная этим моментом равна $M/(0,5 \cdot L)$. Таким образом, сила под левой опорой равна $P_2 = (m \cdot g)/2 - J \cdot w / (0,5 \cdot L) = 10 \cdot 10 / 2 - 10 \cdot 5 / (0,5 \cdot 0,2) = 450$ Н.

Ответ: 550 Н; 450 Н.

Задача № 2

При измерении изделий машиностроения с помощью контрольно-измерительной машины (КИМ) контролируемая деталь устанавливается на столе такой машины, при этом часто бывает необходимость зафиксировать ее положение. Для этого может применяться электромагнитное приспособление, которое может зафиксировать деталь из ферромагнитного материала (рис. 3). Приспособление состоит из корпуса (3) с электромагнитами (6) и крышки (4) в которой установлены полюса (2) с изоляцией из изолятора (5). Каждый электромагнит состоит из обмотки и сердечника. Деталь (1) устанавливается на рабочую поверхность крышки, являясь проводником она замыкает магнитный поток (7) между полюсами

(2), что создает силу притяжения детали к крышке. Определить диаметр сердечника одного электромагнита в мм, если известно, что 20 таких электромагнитов создают суммарную прижимную силу $F=50$ Н. Магнитная индукция катушки электромагнита $B=0,5$ Тл. Сила тока в катушке $A=2$ А, магнитная постоянная $\mu_0=1,26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м. Относительная магнитная проницаемость сердечника $\mu=10$.

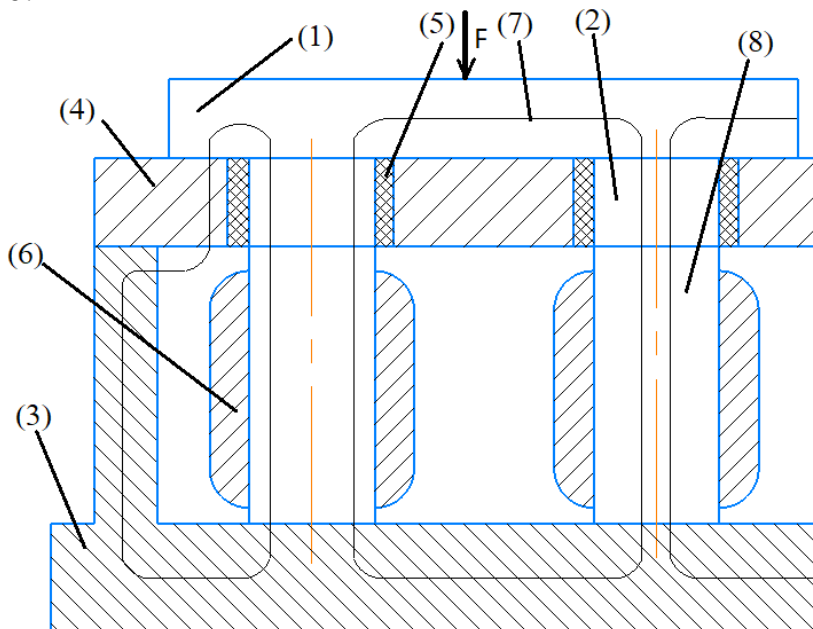


Рис. 3

Решение.

Всего используется 10 пар полюсов (двухполюсников). Сила, приходящаяся на 1 пару полюсов равна $P=F/10=50/10=5$ Н. Электромагнитная сила одного электромагнита равна $P_{эм}=B^2S/\mu_0\mu$. Отсюда $S=P\mu\mu_0/B^2=(5 \cdot 1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 10)/0,5^2=0,000252$ м².

Диаметр сердечника равен $d=\sqrt{\frac{4S}{\pi}}=\sqrt{\frac{4 \cdot 0,000252}{3,14}} \approx 0,018$ м.

Ответ 18 мм.

Задача № 3

Для сварки рамы КИМ применяется робот-манипулятор. Данный робот работает в сферической системе координат, это значит, что координаты конца К сварочного электрода задаются тройкой чисел (r, θ, φ) (рис. 4), углы измеряются в градусах, расстояние в метрах. В начальный момент электрод находился в точке 1 с координатами $(\sqrt{2}, 45^\circ, 90^\circ)$. В следующий момент времени рабочий орган робота переместился по прямой в точку 2 с координатами $(\sqrt{5}, 63,44^\circ, 90^\circ)$. Далее робот последовательно по прямой перемещался в точки 3, 4, 5, 6, 7, 8 с координатами соответственно:

$3(\sqrt{8}, 45^\circ, 90^\circ)$; $4(\sqrt{5}, 26,62^\circ, 90^\circ)$; $5(\sqrt{14}, 57,72^\circ, 18,42^\circ)$; $6(\sqrt{17}, 60,99^\circ, 33,66^\circ)$; $7(\sqrt{14}, 74,51^\circ, 33,66^\circ)$; $8(\sqrt{11}, 72,45^\circ, 18,42^\circ)$.

Определить объем фигуры (м³), образованной точками 1,2,3,4,5,6,7,8.

Решение.

Объем удобнее определять в декартовых координатах. Декартовы координаты точек 1–8 соответственно равны:

$$x_1 = r \sin \theta \cos \varphi = \sqrt{2} \sin(45^\circ) \cos(90^\circ) = 0;$$

$$y_1 = r \sin \theta \sin \varphi = \sqrt{2} \sin(45^\circ) \sin(90^\circ) = 1;$$

$$z_1 = r \cos \theta = \sqrt{2} \cos(45^\circ) = 1;$$

$$x_2 = r \sin \theta \cos \varphi = \sqrt{5} \sin(63,44^\circ) \cos(90^\circ) \approx 0;$$

$$y_2 = r \sin \theta \sin \varphi = \sqrt{5} \sin(63,44^\circ) \sin(90^\circ) \approx 2;$$

$$z_2 = r \cos \theta = \sqrt{5} \cos(63,44^\circ) \approx 1;$$

$$x_3 = r \sin \theta \cos \varphi = \sqrt{8} \sin(45^\circ) \cos(90^\circ) \approx 0;$$

$$y_3 = r \sin \theta \sin \varphi = \sqrt{8} \sin(45^\circ) \sin(90^\circ) \approx 2;$$

$$z_3 = r \cos \theta = \sqrt{8} \cos(45^\circ) \approx 2;$$

$$x_4 = r \sin \theta \cos \varphi = \sqrt{5} \sin(26,62^\circ) \cos(90^\circ) \approx 0;$$

$$y_4 = r \sin \theta \sin \varphi = \sqrt{5} \sin(26,62^\circ) \sin(90^\circ) \approx 1;$$

$$z_4 = r \cos \theta = \sqrt{5} \cos(26,62^\circ) \approx 2;$$

$$x_5 = r \sin \theta \cos \varphi = \sqrt{14} \sin(57,72^\circ) \cos(18,42^\circ) \approx 3;$$

$$y_5 = r \sin \theta \sin \varphi = \sqrt{14} \sin(57,72^\circ) \sin(18,42^\circ) \approx 1;$$

$$z_5 = r \cos \theta = \sqrt{14} \cos(57,72^\circ) \approx 2;$$

$$x_6 = r \sin \theta \cos \varphi = \sqrt{17} \sin(60,99^\circ) \cos(33,66^\circ) \approx 3;$$

$$y_6 = r \sin \theta \sin \varphi = \sqrt{17} \sin(60,99^\circ) \sin(33,66^\circ) \approx 2;$$

$$z_6 = r \cos \theta = \sqrt{17} \cos(60,99^\circ) \approx 2;$$

$$x_7 = r \sin \theta \cos \varphi = \sqrt{14} \sin(74,51^\circ) \cos(33,66^\circ) \approx 3;$$

$$y_7 = r \sin \theta \sin \varphi = \sqrt{14} \sin(74,51^\circ) \sin(33,66^\circ) \approx 2;$$

$$z_7 = r \cos \theta = \sqrt{14} \cos(74,51^\circ) \approx 1;$$

$$x_8 = r \sin \theta \cos \varphi = \sqrt{11} \sin(74,51^\circ) \cos(33,66^\circ) \approx 3;$$

$$y_8 = r \sin \theta \sin \varphi = \sqrt{11} \sin(74,51^\circ) \sin(33,66^\circ) \approx 2;$$

$$z_8 = r \cos \theta = \sqrt{11} \cos(74,51^\circ) \approx 1;$$

Из анализа декартовых координат видно, что точки 1–8 являются вершинами параллелепипеда с длиной сторон соответственно 3, 1, 1 м. Объем фигуры равен 3 м^3 .

Ответ: 3 м^3 .

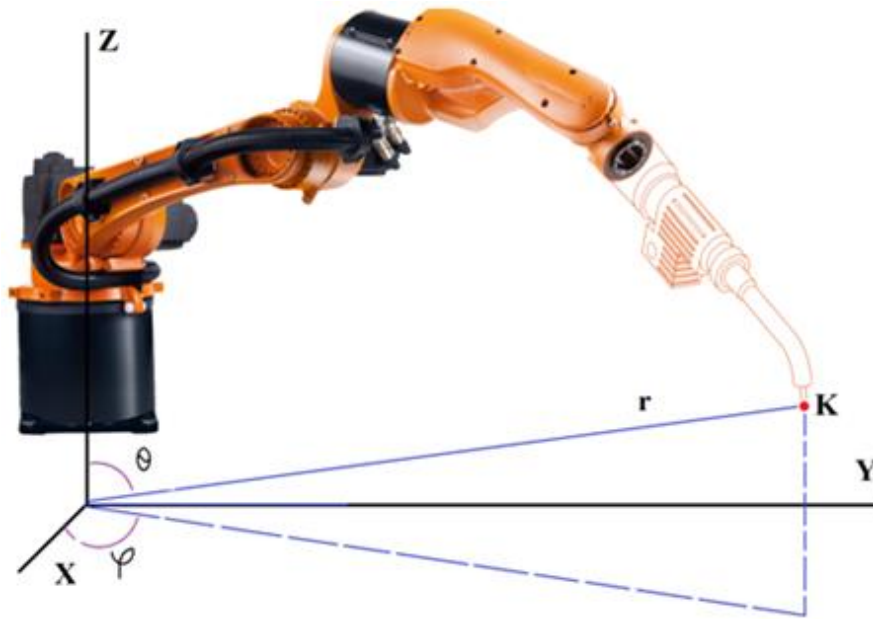


Рис. 4

Задача № 4

Для обработки детали привода КИМ на фрезерном обрабатывающем центре возникла задача закрепления призматической заготовки. Для закрепления используется устройство, состоящее из рычага и механизма, показанного на рис. 3. Заготовка (1) прижимается к опоре (2) с помощью рычага (3), который шарнирно связан с плунжером (4). Плунжер подпирается клином (6). Угол клина $\alpha=15^\circ$. Плунжер и клин опираются о корпус (5). Длины плеч рычага $L_1=100$ мм и $L_2=300$ мм. Коэффициент трения между клином и корпусом равен $f_1=0,1$; коэффициент трения между плунжером и корпусом равен $f_2=0,15$; коэффициент трения между клином и плунжером равен $f_3=0,2$. Определить силу зажима действующую на заготовку W , если известно, что сила привода равна $Q=200$ Н. КПД (коэффициент полезного действия) рычага $\eta_1=0,95$; КПД механизма $\eta_2=0,54$.

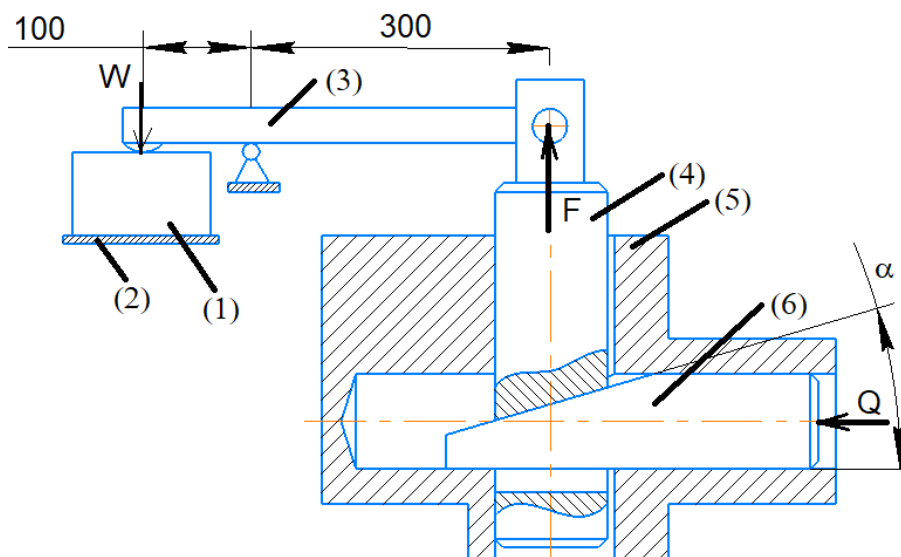


Рис. 5

Решение.

Расчетная схема на рис. 6.

Углы трения равны:

$$\varphi_1 = \arctg(f_1) = \arctg(0,1) = 5,71^\circ;$$

$$\varphi_2 = \arctg(f_2) = \arctg(0,2) = 11,3^\circ;$$

$$\varphi_3 = \arctg(f_3) = \arctg(0,15) = 8,53^\circ;$$

Из рассмотрения равновесия клина в проекции на ось X следует $F_1 = \frac{Q}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi_3) + \operatorname{tg}\varphi_1}$.

Из равновесия плунжера следует: $F = F_1 - F_2$.

$$F_2 = N \cdot \operatorname{tg}\varphi_2; N = F_1 \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi_1) = \frac{Q \operatorname{tg}(\alpha + \varphi_1)}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi_3) + \operatorname{tg}\varphi_1}.$$

$$F = \frac{Q(1 - \operatorname{tg}(\alpha + \varphi_1)\operatorname{tg}\varphi_2)}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi_3) + \operatorname{tg}\varphi_1} \cdot \eta_2 = \frac{200(1 - \operatorname{tg}(15^\circ + 5,71^\circ)\operatorname{tg}(11,3^\circ))}{\operatorname{tg}(15^\circ + 8,53^\circ) + \operatorname{tg}(5,71^\circ)} \cdot 0,54 = 543,5 \cdot 0,54 = 293,5 \text{ Н.}$$

$$W = F \cdot \frac{L_2}{L_1} \eta_1 = 293,5 \cdot 3 \cdot 0,95 \approx 836,5 \text{ Н.}$$

Ответ: 836,5 Н.

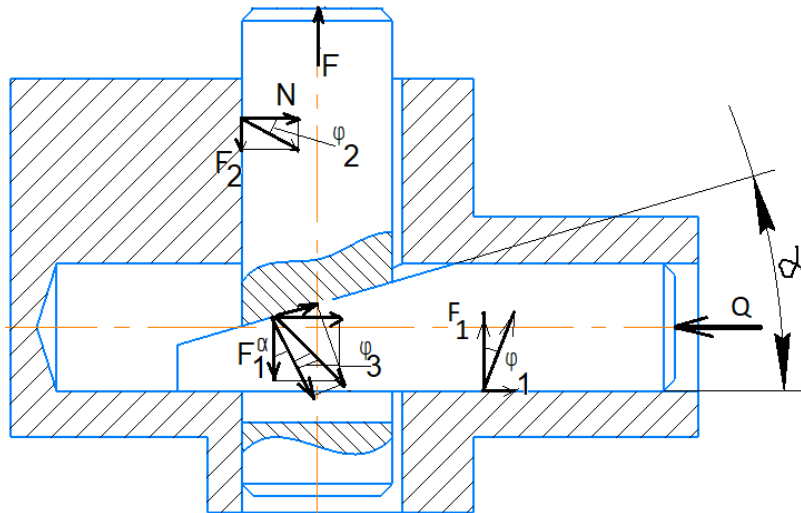


Рис. 6

Задача № 5

На участке обработки деталей для КИМ, где работает выпускник, возникла проблема отказа конструктивных элементов режущего инструмента (рис 7). Высокие механические напряжения служили причиной разрушения режущей пластины токарного проходного резца, так как момент затяжки винта был чрезмерным. Сменная многогранная пластина токарного проходного резца (1) крепится в державке резца с помощью прижима (3), который затягивается винтом (4). Упрощенная расчетная схема представлена на рис. 8. На пластину действует сила резания P_1 . Требуется определить минимальную силу закрепления P_2 , действующую со стороны прижима на пластину, если известна сила резания $P_1 = 500$ Н, а размеры плеч приложенных сил относительно точек А и В равны:

$$1 \quad a = 1,9 \text{ мм};$$

- 2 $b = 3,8$ мм;
- 3 $c = 2,7$ мм;
- 4 $d = 3,8$ мм;
- 5 $e = 10,3$ мм.

Коэффициент трения между пластиной и державкой равен $f = 0,16$. Трение между прижимом и пластиной не учитывать.



Рис. 7

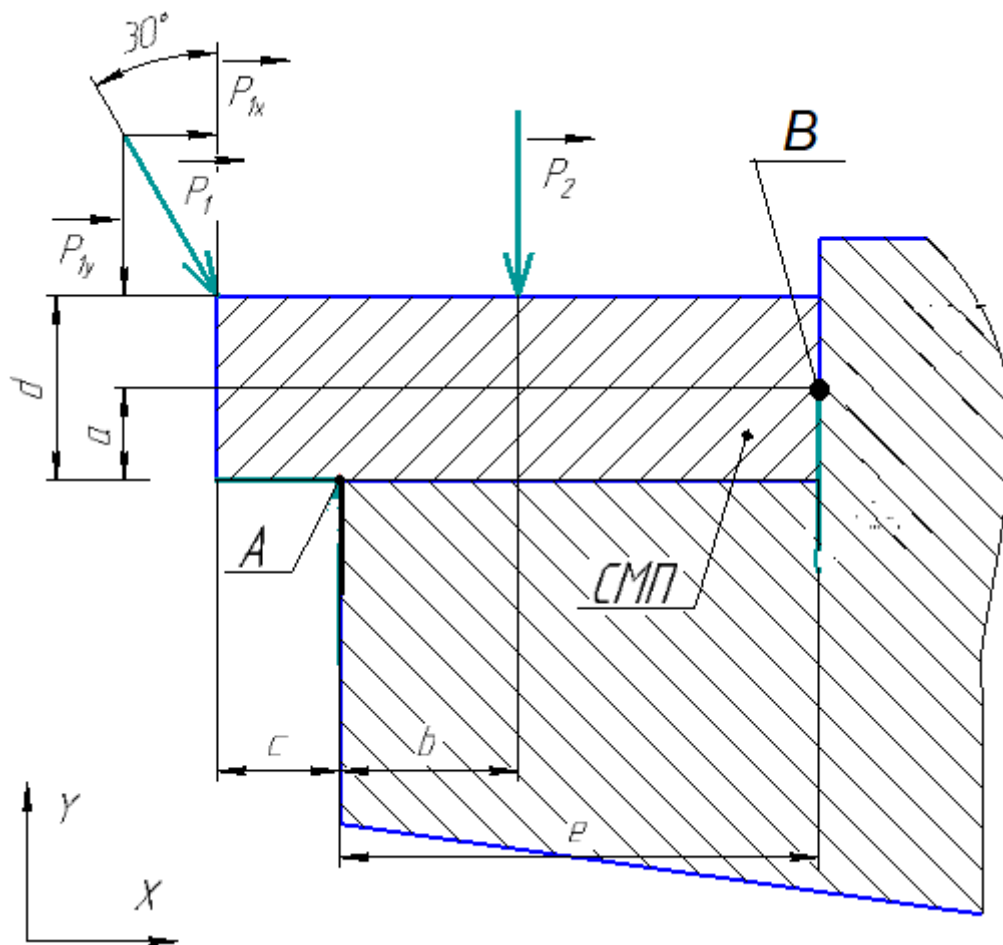
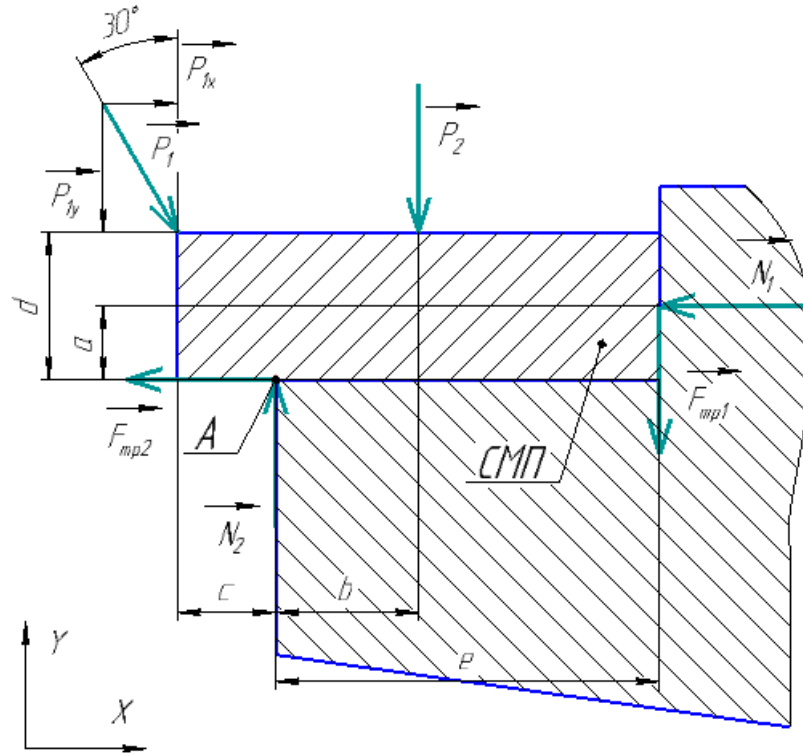


Рис. 8

Решение.

Минимальной силой закрепления будет та сила, при которой конструкция будет находиться в статическом равновесии (без коэффициента запаса). Плечи действия сил известны из конструктивных параметров узла установки СМП, величина и направление сил резания определяется исходя из параметров обработки.



P_1 – сила резания; P_2 – сила закрепления;
 N_1, N_2 – сила реакции опоры в месте контакта СМП с гнездом державки;
 a, b, c, d, e – размеры плеч приложенных сил;
 $F_{тр1}, F_{тр2}$ – сила трения

Рис. 9

Из условия статического равновесия (сумма проекций всех сил на ось X и Y, а также сумма моментов всех сил равны нулю) составим уравнения (рис. 9):

$$\begin{cases} \sum F_x = P_1 \sin(30^\circ) - N_1 - F_{тр2} = 0 \\ \sum F_y = -P_1 \cos(30^\circ) - P_2 + N_2 - F_{тр1} = 0 \\ \sum M_A = P_1 \cos(30^\circ) c - P_1 \sin(30^\circ) d - P_2 b + N_1 a - F_{тр1} e = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Необходимо найти три переменные:

- 1 P_2 – сила закрепления СМП;
- 2 N_1, N_2 – силы реакции опоры в месте контакта СМП с гнездом державки.

Сила трения определяется по формуле:

$$F_{\text{тр}} = fN, \quad (2)$$

где f – коэффициент трения покоя.

Преобразуем формулу (1) и выразим переменные P_2 , N_1 , N_2 :

$$N_1 = P_1 \sin(30^\circ) - fN_2 \quad (3)$$

$$N_2 = P_1 \cos(30^\circ) + P_2 + fN_1 \quad (4)$$

$$P_2 = \frac{(P_1 \cos(30^\circ) c - P_1 \sin(30^\circ) d + N_1 a - f N_1 e)}{b} \quad (5)$$

Подставим (3) и (5) в уравнение (4):

$$N_2 = P_1 \cos(30^\circ) + \frac{(P_1 \cos(30^\circ) c - P_1 \sin(30^\circ) d + P_1 \sin(30^\circ) a - f N_2 a - f e P_1 \sin(30^\circ) + f^2 N_2 e)}{b} + f P_1 \sin(30^\circ) - f^2 N_2 \quad (6)$$

Преобразуем уравнение (6):

$$N_2 = \frac{P_1 (b \cos(30^\circ) + \cos(30^\circ) c - \sin(30^\circ) d + \sin(30^\circ) a - f e \sin(30^\circ) + b f \sin(30^\circ))}{(1 + f a - f^2 e + b f^2)} \quad (7)$$

Таким образом, система уравнений статического равновесия принимает вид:

$$\begin{cases} N_1 = P_1 \sin(30^\circ) - f N_2 \\ N_2 = \frac{P_1 (b \cos(30^\circ) + \cos(30^\circ) c - \sin(30^\circ) d + \sin(30^\circ) a - f e \sin(30^\circ) + b f \sin(30^\circ))}{(1 + f a - f^2 e + b f^2)} \\ P_2 = \frac{(P_1 \cos(30^\circ) c - P_1 \sin(30^\circ) d + N_1 a - f N_1 e)}{b} \end{cases} \quad (8)$$

Размеры плеч приложенных сил равны:

$$1 \quad a = 1,9 \text{ мм} = 0,0019 \text{ м};$$

$$2 \quad b = 3,8 \text{ мм} = 0,0038 \text{ м};$$

$$3 \quad c = 2,7 \text{ мм} = 0,0027 \text{ м};$$

$$4 \quad d = 3,8 \text{ мм} = 0,0038 \text{ м};$$

$$5 \quad e = 10,3 \text{ мм} = 0,0103 \text{ м}.$$

Коэффициент трения покоя f равен 0,16.

Зададим силу резания $P_1 = 500$ Н и рассчитаем N_2 , N_1 и P_2 , по формуле (8).

$$N_2 = \frac{P_1(b \cos(30^\circ) + \cos(30^\circ)c - \sin(30^\circ)d + \sin(30^\circ)a - fe \sin(30^\circ) + bf \sin(30^\circ))}{(1 + fa - f^2e + bf^2)}$$

$$= \frac{500 \cdot (0,0038 \cdot 0,87 + 0,87 \cdot 0,0027 - 0,5 \cdot 0,0038 + 0,5 \cdot 0,0019 - 0,16 \cdot 0,0103 \cdot 0,5 + 0,0038 \cdot 0,16 \cdot 0,5)}{(1 + 0,16 \cdot 0,0019 - 0,16^2 \cdot 0,0103 + 0,0038 \cdot 0,16^2)}$$

$$= 2,1 \text{ Н}$$

$$N_1 = P_1 \sin(30^\circ) - fN_2 = 500 \cdot 0,5 - 0,16 \cdot 2,1 = 249,664 \text{ Н.}$$

$$P_2 = \frac{(P_1 \cos(30^\circ)c - P_1 \sin(30^\circ)d + N_1 a - fN_1 e)}{b} =$$

$$\frac{(500 \cdot 0,87 \cdot 0,0027 - 500 \cdot 0,5 \cdot 0,0038 + 249,664 \cdot 0,0019 - 0,16 \cdot 249,664 \cdot 0,0103)}{0,0038} = 75,73 \text{ Н.}$$

Ответ: 75,73 Н.