



Задания, ответы и критерии оценивания

Задача № 1 (40 баллов)

При полете беспилотного летательного аппарата (рисунок 1) из-за расхода топлива положение центра тяжести относительно носовой части изменяется. Определите изменение центра тяжести по горизонтали через 30 мин. Расход из баков пропорционально объему. Объем первого топливного бака $V_1 = 30$ л, второго топливного бака $V_2 = 70$ л. Суммарный массовый расход $\dot{m} = 100$ л/ч. Плотность топлива $\rho_T = 800$ кг/м³. Взлетная масса беспилотного летательного аппарата (далее – БПЛА) $m_b = 100$ кг.

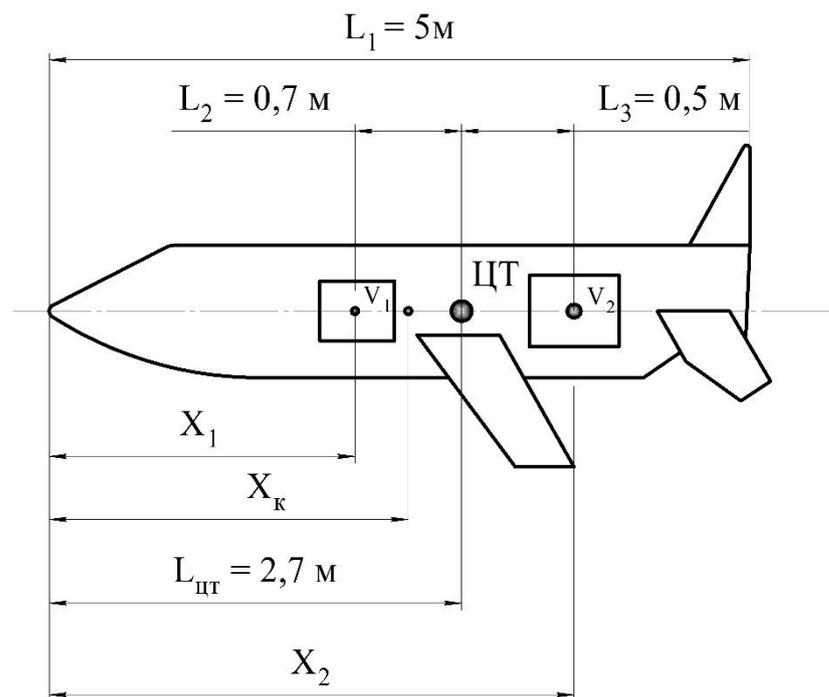


Рисунок 1 – Расчетная схема

Решение:

1. Переведем объемы баков из литров в м³
– объем первого бака – $V_1 = 30$ л = $0,03$ м³;
– объем второго бака – $V_2 = 70$ л = $0,07$ м³.

2. Общий объем баков – $V = V_1 + V_2 = 0,03 + 0,07 = 0,1 \text{ м}^3$.

3. Масса топлива $m_T = 0,1 \cdot 800 = 80 \text{ кг}$.

4. Масса корпуса $m_k = m_b - m_T = 100 - 80 = 20 \text{ кг}$.

Масса первого топливного бака $m_1 = 0,03 \cdot 800 = 24 \text{ кг}$.

Масса второго топливного бака $m_2 = 0,07 \cdot 800 = 56 \text{ кг}$.

5. Длина от носа БПЛА до центра первого бака

$$X_1 = 2,7 - 0,7 = 2 \text{ м.}$$

Длина от носа БПЛА до центра второго бака

$$X_2 = 2,7 + 0,5 - 0,7 = 3,2 \text{ м.}$$

6. Исходя из равновесия

$$m_b \cdot L_{\text{цт}} = m_1 \cdot X_1 + m_2 \cdot X_2 + m_k \cdot X_k$$

определим положение центра тяжести корпуса

$$X_k = \frac{m_b \cdot L_{\text{цт}} - m_1 \cdot X_1 - m_2 \cdot X_2}{m_k}$$

отсюда $X_k = 2,14 \text{ м}$.

7. Исходя из того, что суммарный массовый расход $\dot{m} = 100 \text{ л/ч}$ за 30 мин

было потрачено половина топлива и расход из баков происходит пропорционально объему; тогда после 30 минут полета масса первого топливного бака стала $m'_1 = 12 \text{ кг}$, масса второго топливного бака стала $m'_2 = 28 \text{ кг}$.

Масса БПЛА после 30 минут полета равна

$$M_{\text{БПЛА}} = m_k + m'_1 + m'_2$$

$$M_{\text{БПЛА}} = 20 + 12 + 28 = 60 \text{ кг.}$$

8. Исходя из равновесия

$$M_{\text{БПЛА}} L_{\text{цт}} = m'_1 \cdot X_1 + m'_2 \cdot X_2 + m_k \cdot X_k$$

найдем $L_{\text{цт}}$

$$L_{\text{цт}} = \frac{m'_1 \cdot X_1 + m'_2 \cdot X_2 + m_k \cdot X_k}{M_{\text{БПЛА}}}$$

$$L_{\text{цт}} = \frac{12 \cdot 2 + 28 \cdot 3,2 + 20 \cdot 2,14}{60} = 2,6 \text{ м.}$$

9. Изменение центра тяжести по горизонтали через 30 мин составляет

$$\Delta L_{\text{цт}} = 2,7 - 2,6 = 0,1 \text{ м.}$$

Задача № 2 (40 баллов)

В конструкции крыла беспилотного летательного аппарата предусмотрен силовой элемент – лонжерон (рисунок 2), который предназначен для укрепления конструкции и восприятия внешних нагрузок. **Определите** массу лонжерона из алюминия, стали и титана (модуль упругости для алюминия $E_{Al} = 70 \cdot 10^9 \text{ Па}$, плотность $\rho_{Al} = 2712 \text{ кг/м}^3$; модуль упругости для стали $E_{cm} = 200 \cdot 10^9 \text{ Па}$, плотность $\rho_{cm} = 7900 \text{ кг/м}^3$; для титана $E_{Ti} = 110 \cdot 10^9 \text{ Па}$, плотность $\rho_{Ti} = 4420 \text{ кг/м}^3$) при одинаковом максимальном прогибе крыла от распределенной нагрузки q .

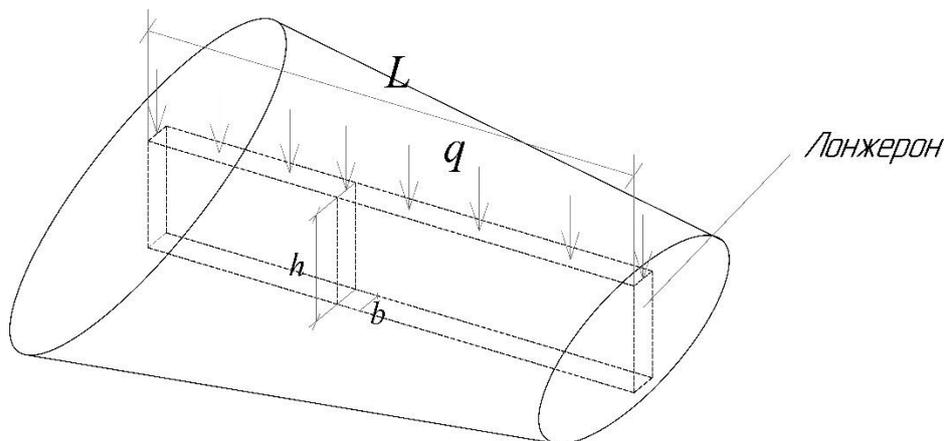


Рисунок 2 – Расчетная схема

При этом максимальный прогиб крыла определяется по формуле

$$f_{\text{max}} = \frac{qL^4}{8EI'}$$

где I – момент инерции, который определяется по формуле

$$I = \frac{bh^3}{12},$$

L – длина лонжерона, $L_{Al} = L_{cm} = L_{Ti} = 2 \text{ м}$;

b – ширина лонжерона, $b_{Al} = b_{cm} = b_{Ti} = 20 \text{ мм}$.

h – высота лонжерона, $h_{Al} = 100$ мм.

Сделайте вывод о наиболее предпочтительном материале для лонжерона получения наименьшей массы конструкции крыла беспилотного летательного аппарата.

Решение:

1. Так как для разных материалов максимальный прогиб крыла одинаков, справедливо равенство

$$\frac{qL^4}{8E_{Al}I_{Al}} = \frac{qL^4}{8E_{ст}I_{ст}} = \frac{qL^4}{8E_{Ti}I_{Ti}}$$

Из данного равенства определим толщину лонжерона из стали и титана

– для лонжерона из стали из равенства

$$\frac{qL^4}{8E_{Al}I_{Al}} = \frac{qL^4}{8E_{ст}I_{ст}}$$

$$\frac{1}{E_{Al}I_{Al}} = \frac{1}{E_{ст}I_{ст}}$$

подставим момент инерции

$$\frac{12}{E_{Al}bh^3_{Al}} = \frac{12}{E_{ст}bh^3_{ст}}$$

$$h_{ст} = h_{Al} \sqrt[3]{\frac{E_{Al}}{E_{ст}}}$$

$$h_{ст} = 100 \sqrt[3]{\frac{70 \cdot 10^9}{200 \cdot 10^9}} = 70,7 \text{ мм};$$

– аналогично для лонжерона из титана

$$h_{Ti} = h_{Al} \sqrt[3]{\frac{E_{Al}}{E_{Ti}}}$$

$$h_{ст} = 100 \sqrt[3]{\frac{70 \cdot 10^9}{110 \cdot 10^9}} = 86 \text{ мм.}$$

2. Объем лонжерона определим по формуле

$$V = b \cdot h \cdot L$$

– для лонжерона из алюминия

$$V = 0,02 \cdot 0,1 \cdot 2 = 0,004 \text{ м}^3;$$

– для лонжерона из стали

$$V = 0,02 \cdot 0,0707 \cdot 2 = 0,0028 \text{ м}^3.$$

– для лонжерона из титана

$$V = 0,02 \cdot 0,086 \cdot 2 = 0,0034 \text{ м}^3.$$

3. Масса лонжерона

$$m = V \cdot \rho$$

– для лонжерона из алюминия

$$m_{Al} = 0,004 \cdot 2712 = 10,8 \text{ кг};$$

– для лонжерона из стали

$$m_{ст} = 0,0028 \cdot 7900 = 22,12 \text{ кг};$$

– для лонжерона из титана

$$m_{ст} = 0,0034 \cdot 4420 = 15,03 \text{ кг}$$

Предпочтительный материал для лонжерона для получения наименьшей массы конструкции крыла беспилотного летательного аппарата – алюминий.

Задача № 3 (20 баллов)

Беспилотный летательный аппарат (БПЛА) массой 11 [т] совершает прямолинейный полет с постоянной скоростью 850 [км/ч] по траектории, наклоненной под углом к горизонту (см. рисунок 3). Сила лобового сопротивления направлена противоположно скорости БПЛА, подъемная сила - перпендикулярно скорости БПЛА, а тяга - по продольной оси БПЛА. Сила тяжести G направлена вертикально вниз. Плотность воздуха на высоте 12 км ρ

$\rho = 0,3 \text{ [кг/м}^3\text{]}$, площадь крыльев $S = 38 \text{ [м}^2\text{]}$. Оптимальный угол атаки составляет $\alpha = 7,3^\circ$.
 Угол к горизонту $\theta = 30^\circ$.

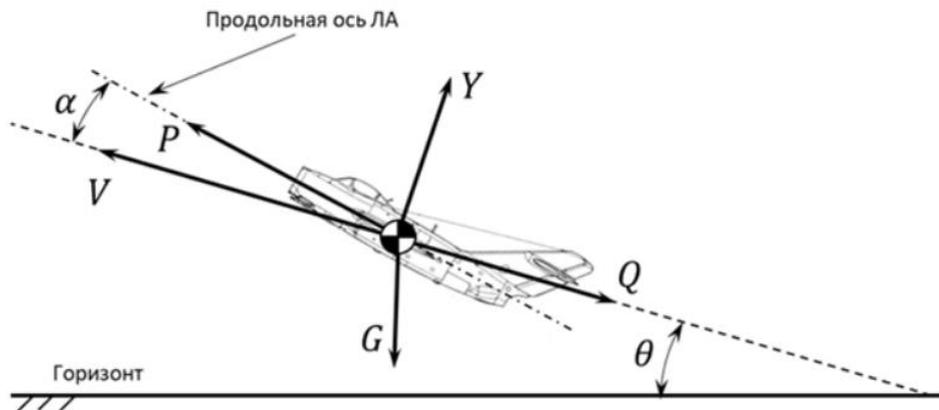


Рисунок 3 – Расчетная схема

Сила сопротивления вычисляется как:

$$Q = C_x \cdot S \cdot \rho V^2 / 2$$

$$C_x = 0,18.$$

Определите значение тяги P , которая требуется для установившегося полета в данных условиях.

Считать, что ускорение свободного падения на высоте 12 км $g = 9,78 \text{ м/с}^2$.

Решение:

При решении задачи необходимо перевести параметры в систему СИ.

Скорость $V = 850 \text{ [км/ч]} \approx 236 \text{ м/с}$.

Воспользуемся 2-м законом Ньютона и спроецируем на ось вдоль скорости все силы, действующие на аппарат

$$-Q + P \cdot \cos(\alpha) - G \cdot \sin(\theta) = 0$$

$$P = \frac{C_x \cdot S \cdot \frac{\rho V^2}{2} + m \cdot g \cdot \sin \theta}{\cos \alpha}$$

$$P = \frac{0,18 \cdot 38 \cdot 0,3 \frac{236^2}{2} + 11000 \cdot 9,78 \cdot \sin 30}{\cos 7,3} = 111840 \text{ Н}$$