



Задача (30 баллов)

На восьмидекадном магазине P4831 класса точности $0,02/2 \cdot 10^{-6}$ выставлено сопротивление X со следующими значениями декад от старшей к младшей: 01234567. Определить абсолютную (Δ), относительную (δ) и приведенную (γ) погрешности выставленного номинала сопротивления. Результат представить в форме: $R = (X \pm \Delta)$ [ед. изм.].



Магазин сопротивлений P4831

Справка.

1) Под абсолютной погрешностью понимают отклонение измеренного значения величины от истинного:

$$\Delta_X = X - A,$$

где X – измеренное значение, A – истинное значение величины.

На практике зачастую ни значение, ни знак абсолютной погрешности Δ_x не известен. В этом случае вместо неизвестного теоретического значения абсолютной погрешности вводят ее оценку сверху, так называемое предельное значение абсолютной погрешности. Под предельной абсолютной погрешностью приближенного числа понимается всякое положительное число, не меньшее модуля абсолютной погрешности этого числа:

$$|\Delta_x| \leq \Delta$$

или

$$|X - A| \leq \Delta.$$

Из последнего неравенства следует, что истинное значение A заключено в границах

$$X - \Delta \leq A \leq X + \Delta.$$

Тогда, $X - \Delta$ есть оценка истинного значения снизу, а $X + \Delta$ есть оценка истинного значения сверху.

В этом случае для краткости пользуются записью

$$A = X \pm \Delta.$$

Абсолютная погрешность выражается в единицах измеряемой величины X .

2) Абсолютная погрешность (или предельная абсолютная погрешность) не достаточна для характеристики точности измерения или вычисления.

Так, например, если при измерении длин двух стержней получены результаты:

$$L_1 = 100 \text{ см} \pm 1 \text{ см} \text{ и } L_2 = 2 \text{ см} \pm 1 \text{ см},$$

то, несмотря на совпадение предельных абсолютных погрешностей, качество первого измерения выше, чем второго.

Для точности данных измерений существенна абсолютная погрешность, приходящаяся на единицу длины, которая носит название относительной погрешности.

Относительной погрешностью δ называют отношение абсолютной погрешности Δ к истинному значению величины A (при $A \neq 0$):

$$\delta = \frac{\Delta}{A}$$

отсюда

$$\Delta = \delta A.$$

Поскольку истинное значение величины A зачастую неизвестно, то на практике в последних формулах его заменяют измеренным значением X :

$$\delta = \frac{\Delta}{X}$$

отсюда

$$\Delta = \delta X.$$

Для результатов измерения длин двух стержней:

$$L_1 = 100 \text{ см} \pm 1 \text{ см} \text{ и } L_2 = 2 \text{ см} \pm 1 \text{ см}$$

соответствующие относительные погрешности

$$\delta_1 = 1\% \text{ и } \delta_2 = 50\%.$$

3) Приведенной погрешностью γ называется относительная погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности средства измерений к условно принятому значению величины (нормирующему значению X_N), постоянному во всем диапазоне измерений или в части диапазона:

Относительной погрешностью называют отношение абсолютной погрешности Δ к нормирующему значению величины:

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_N}$$

отсюда

$$\Delta = \gamma X_N.$$

Нормирующее значение X_N выбирается в зависимости от вида и характера шкалы прибора. Если нулевая отметка находится на краю или вне рабочей части шкалы, то нормирующее значение принимается равным конечному значению X_K рабочей части шкалы текущего диапазона измерений. Приведенная погрешность так же выражается в процентах.

4) Согласно ГОСТ 8.401-80 «Государственная система обеспечения единства измерений. Классы точности средств измерений. Общие требования» обозначения класса точности средств измерений приводятся в соответствии со следующей таблицей:

Обозначение	Предел допускаемой основной погрешности, %	Пояснения
1,5	$\gamma = 1,5$	Приведенная погрешность определена по формуле: $\gamma = \frac{\Delta}{X_N} = q,$ где q – число, выраженное в процентах; X_N – выражено в единицах измеряемой величины
, ,	$\delta = 0,02 + 0,01 \left(\left \frac{X_K}{X} \right - 1 \right)$	Относительная погрешность определена по формуле: $\delta = \frac{\Delta}{X} = c + d \left(\left \frac{X_K}{X} \right - 1 \right),$ где c и d – числа, выраженные в процентах
0,5	$\delta = 1,5$	Относительная погрешность определена по формуле: $\delta = \frac{\Delta}{X} = q,$ где q – число, выраженное в процентах

Проектное задание (70 баллов)

Проводится косвенное измерение некоторого неизвестного активного сопротивления R_x методом вольтметра-амперметра по различным возможным схемам подключения вольтметра и амперметра к измеряемому сопротивлению. При этом возникает методическая погрешность измерения по этим схемам, обусловленная влиянием самих средств измерений на результат измерения. Это влияние заключается в неидеальности характеристик приборов как составных элементов измерительной схемы наряду с объектом измерения. Для данной задачи такими характеристиками являются внутренние сопротивления вольтметра R_V и амперметра R_A . Для каждой из возможных схем подключения:

- запишите выражения для погрешности измерения сопротивления R_x в абсолютной и относительной формах;
- постройте график, отражающий зависимость относительной погрешности от значения измеряемого сопротивления R_x ;
- определите условие, определяющее такое значение измеряемого сопротивления R_x , при котором относительные погрешности по этим схемам будут одинаковы.

Предложите свободную от этих недостатков измерительную схему, реализующую нулевой метод измерения. Суть метода заключается в том, что результирующий эффект воздействия неизвестной измеряемой величины и величины, воспроизводимой известной мерой на прибор сравнения доводят до нуля.

Простейшим примером реализации такого метода является измерение с помощью равноплечих рычажных весов неизвестной массы X путем ее уравнивания гирями известных номиналов общей массой M . Регулированием массы M доводят разность между X и M до нуля, индикатором чего является нулевое положение указателя весов (устройства сравнения).

Регулируемой мерой в предлагаемой задаче может являться магазин сопротивлений, а устройством сравнения – гальванометр (нуль-индикатор), который является высокочувствительным прибором, предназначенным для измерения малых токов или определения отсутствия электрического тока на участке цепи (нуль-индикации). Приведите условие равновесия предлагаемой схемы.

Решение сопроводите необходимыми пояснениями и формулами.