



Задания, ответы и критерии оценивания

Полет на Марс

Ракетная техника – это наиболее эффективный инструмент исследования Солнечной системы. С помощью ракет возможна высадка на планеты и непосредственное их изучение.

На сегодняшний день наиболее доступной планетой для исследований является Марс. Для этого необходимо решить целый комплекс задач. Первая задача – выбор даты полета. Эта проблема связана с тем, что Земля и Марс движутся вокруг Солнца по эллиптическим траекториям. Поэтому расстояние между планетами переменное. Минимальное расстояние составляет 54,6 млн. км и наблюдается через каждые 15-17 лет. Такое явление называется Великим противостоянием. Среднее расстояние между Землей и Марсом 225 млн. км. Второе – необходимо разработать схему полета, третье и самое важное – разработать и построить ракетный комплекс, который может включать: ракету для вывода комплекса на земную орбиту, корабль в котором находится экипаж и оборудование, транспортный модуль, обеспечивающий перелет, и взлетно-посадочный комплекс. Транспортный модуль – это большая ракета с возможностью многократного включения двигателей позволяющей осуществлять маневрирование.

Какие этапы может включать полет?

1. Вывод корабля на околоземную орбиту.
2. Старт с орбиты и переход в межпланетный полет.
3. Вывод транспортного модуля на околомарсианскую орбиту.
4. Отделение и посадка взлетно-посадочного комплекса на поверхность Марса.
5. После окончания работ, вывод взлетно-посадочного комплекса на околомарсианскую орбиту.
6. Стыковка комплекса с транспортным модулем.
7. Старт к Земле и выход на околоземную орбиту.
8. Посадка на Землю.

Предлагаемые задания позволят сформировать представление о возможном полете человека на Марс.

Задача №1 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

Рассчитать силу притяжения между Землей и Марсом, (масса Земли $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, масса Марса $m = 6,4 \cdot 10^{23}$ кг) когда расстояние r между центрами планет минимально (Великое противостояние). Принять расстояние $r = 54,6$ млн. км. Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ

$$r = 54,6 \text{ млн. км} = 54,6 \cdot 10^9 \text{ м.}$$

2. Закон Всемирного тяготения

$$F = G \frac{Mm}{r^2},$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{(54,6 \cdot 10^9)^2} = 8,59 \cdot 10^{16} \text{ Н.}$$

Ответ: $F = 8,59 \cdot 10^{16} \text{ Н}$

Задача №2 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

Вычислить первую космическую скорость для Марса (Скорость летательного аппарата, при которой он становится спутником планеты). Радиус планеты $R = 3430$ км. Ускорение свободного падения на поверхности Марса $g = 3,70$ м/с²

Решение

1. На тело, движущееся по круговой орбите вокруг планеты, действуют:
– сила тяжести

$$F_T = mg;$$

и

– центробежная сила

$$F_{цб} = m \frac{v^2}{R};$$

силы уравновешены, т.е. $|F_T| = |F_{цб}|$.

$$mg = m \frac{v^2}{R},$$

отсюда $v = \sqrt{gR}$;

$$v = \sqrt{3,7 \cdot 3,43 \cdot 10^6} = 3,56 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v = 3,56 \cdot 10^3$ м/с.

Задача №3 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

Топливо в камеру сгорания ракетного двигателя вытесняется из топливного бака гелием, который находится в баллоне объемом $V = 100$ л под давлением $P = 10^7$ Па при температуре $T_1 = 27^\circ\text{C}$. После того, как из баллона взят 1 кг гелия ($m = 1$ кг), его температура понизилась до 17°C . Определить давление гелия, оставшегося в баллоне. Масса киломоля гелия $\mu = 4$ кг.

Решение

1. Переведем температуру из $^\circ\text{C}$ в Кельвины

$$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300\text{K}; \quad T_2 = 17^\circ\text{C} = 290\text{K};$$

2. Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона.

Начальное состояние:

$$P_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \quad (1)$$

Конечное состояние

$$P_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT_2 \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) выражаем массы газа

$$m_1 = \frac{\mu P_1 V}{RT_1};$$

$$m_2 = \frac{\mu P_2 V}{RT_2};$$

$$m = m_1 - m_2 = \frac{\mu P_1 V}{RT_1} - \frac{\mu P_2 V}{RT_2}.$$

Искомое давление P_2 определим

$$P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1 - \frac{m}{\mu} \frac{RT_2}{V};$$

$$P_2 = \frac{290}{300} \cdot 10^7 - \frac{10^{-2}}{4} \frac{8,31 \cdot 10^3}{10^{-2}} 290 = 3,68 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Ответ: $3,68 \cdot 10^6$ Па

Задача №4 (56 за правильный ответ, 206 за правильный ответ с решением)

Зонд для исследования атмосферы Марса на высоте 3000 м разделился на два объекта, имеющие массы $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 2$ кг, которые продолжают лететь по вертикали, первый – вниз, второй – вверх. Найти скорости объектов v_1 и v_2 через время $\tau = 2$ с. после разделения зонда, если их полная энергия непосредственно после разделения $E = 247$ кДж. Ускорение свободного падения $g = 3,7$ м/с².

Решение

1. Полная энергия после разделения:

$$E = (m_1 + m_2) g h + \frac{m_1 v_{10}^2}{2} + \frac{m_2 v_{20}^2}{2},$$

где v_{10} и v_{20} – скорости объектов после разделения зонда.

2. Из закона сохранения импульса следует:

$$m_1 \cdot v_{10} + m_2 \cdot v_{20} = 0,$$

из приведенных уравнений следует:

$$v_{10} = -\sqrt{2 \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{E - (m_1 + m_2) g h}{m_1 + m_2}}; \quad v_{20} = \sqrt{2 \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{E - (m_1 + m_2) g h}{m_1 + m_2}}$$

Знак « $-$ » указывает направление скорости.

$$v_{10} = -\sqrt{2 \frac{2}{3} \cdot \frac{247 \cdot 10^3 - (3+2) \cdot 3,7 \cdot 3 \cdot 10^3}{3+1}} = 252,6 \text{ м/с};$$

$$v_{20} = \sqrt{2 \frac{3}{2} \cdot \frac{247 \cdot 10^3 - (3+2) \cdot 3,7 \cdot 3 \cdot 10^3}{3+1}} = 378,9 \text{ м/с.}$$

$$v_1 = v_{10} - g\tau ;$$

$$v_2 = v_{20} - g\tau ;$$

$$v_1 = 252,6 - 3,7 \cdot 2 = 254,2 \text{ м/с.}$$

$$v_2 = 378,9 - 3,7 \cdot 2 = 371,5 \text{ м/с.}$$

Ответ 1: $v_1 = 254,2 \text{ м/с}$

Ответ 2: $v_2 = 371,5 \text{ м/с}$

Задача №5 (56 за правильный ответ, 206 за правильный ответ с решением)

Какую работу A нужно совершить, чтобы вывести спутник $m = 500 \text{ кг}$ на круговую орбиту вблизи поверхности Марса? Радиус Марса $R = 3430 \text{ км}$. Ускорение свободного падения $g = 3,7 \text{ м/с}^2$.

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ $R = 3430 \text{ км} = 3,43 \cdot 10^6 \text{ м}$.

2. Для того, чтобы вывести спутник на орбиту, ему необходимо сообщить энергию, которая будет равна совершенной работе.

$$A = \frac{mv^2}{2}.$$

3. Скорость тела, находящегося на круговой орбите определится из уравнения:

$$mg = m \frac{v^2}{R}$$

4. Тело находится в равновесии под действием силы тяжести и центробежной силы.

$$v^2 = g R, \text{ тогда } A = \frac{mgR}{2}.$$

$$A = \frac{500 \cdot 3,7 \cdot 3,43 \cdot 10^6}{2} = 3,17 \cdot 10^9 \text{ Дж}$$

Ответ: $A = 3,17 \cdot 10^9 \text{ Дж}$