

11 класс, заключительный (очный) тур

Задание 1. Олимпиада, задача: Система конденсаторов (15 баллов)

Конденсатор емкостью $C_0=84$ мкФ заряжен до напряжения $U_0=400$ В и отключён от источника. От него заряжают по одному $N=29$ одинаковых незаряженных конденсаторов ёмкостью $C=3.4$ мкФ каждый, подсоединяя их параллельно к конденсатору C_0 и отключая сразу после установления равновесия. Определите:

- 1) Какую суммарную энергию E_1 будут иметь все вновь заряженные конденсаторы.
 - 2) Какую суммарную энергию E_2 будут иметь все вновь заряженные конденсаторы, если после зарядки соединить их все параллельно.
 - 3) Какой энергией E_3 будет обладать батарея из N конденсаторов C , если, не заряжая, соединить их параллельно, а потом подключить к заряженному конденсатору C_0 .
- Ответы вводите с точностью не хуже, чем до одного процента.

Введите ответ:

$$E_1 = \boxed{} \text{ мДж, } (2962.42 \pm 35.5)$$
$$E_2 = \boxed{} \text{ мДж, } (2674.1 \pm 32.1)$$
$$E_3 = \boxed{} \text{ мДж, } (1668.6 \pm 20.0)$$

Задание 2. Олимпиада, модель: Масс-спектрограф (20 баллов)

В масс-спектрографе имеется источник ионизированных частиц одного типа. Частицы можно по одной запускать нажатием на кнопку "Пуск" или изменением напряжения V на высоковольтном источнике напряжения. Степень ионизации получаемых частиц лежит в диапазоне от +1 до +4 и переключается (с неизвестным порядком и значением) выбором кнопок 1, 2, 3 в правом верхнем углу камеры.

Вся система находится в однородном магнитном поле $B=0.1$ Тесла, направление поля перпендикулярно траектории частицы, оно показано около кнопки "Пуск". После запуска первоначально нейтральная частица, имеющая скорость, которую можно считать нулевой, ионизируется, после чего ускоряется продольным электрическим полем от этой области, имеющей нулевой потенциал, до потенциала U .

Затем заряженная частица пролетает между пластинами конденсатора, расстояние между которыми $d=1$ см, на которые подано напряжение V с регулируемого источника напряжения. Направление напряженности E этого поперечного электрического поля показана красной стрелкой.

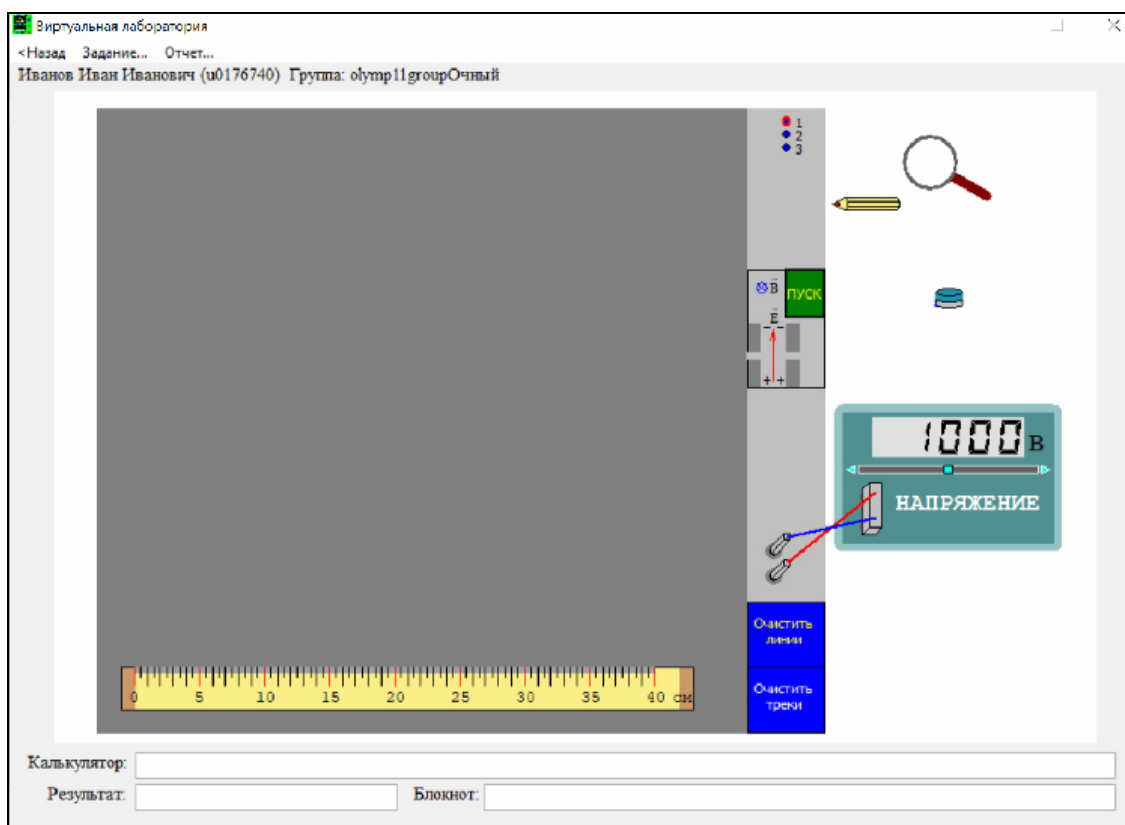
Если сила, создаваемая этим полем, компенсирует силу, создаваемую магнитным полем, заряженная частица пролетает сквозь отверстие, и в камере появляется трек от частицы. Если не компенсирует, частица ударяется в стенку, и наблюдается вспышка выше или ниже выходного отверстия - в зависимости от того, куда попала частица.

Найдите чему равны:

- скорость v однократно ионизированной частицы;
- массу M частицы (в килограммах);
- массу m частицы (в $\text{МэВ}/c^2$, где c - скорость света);
- потенциал U .

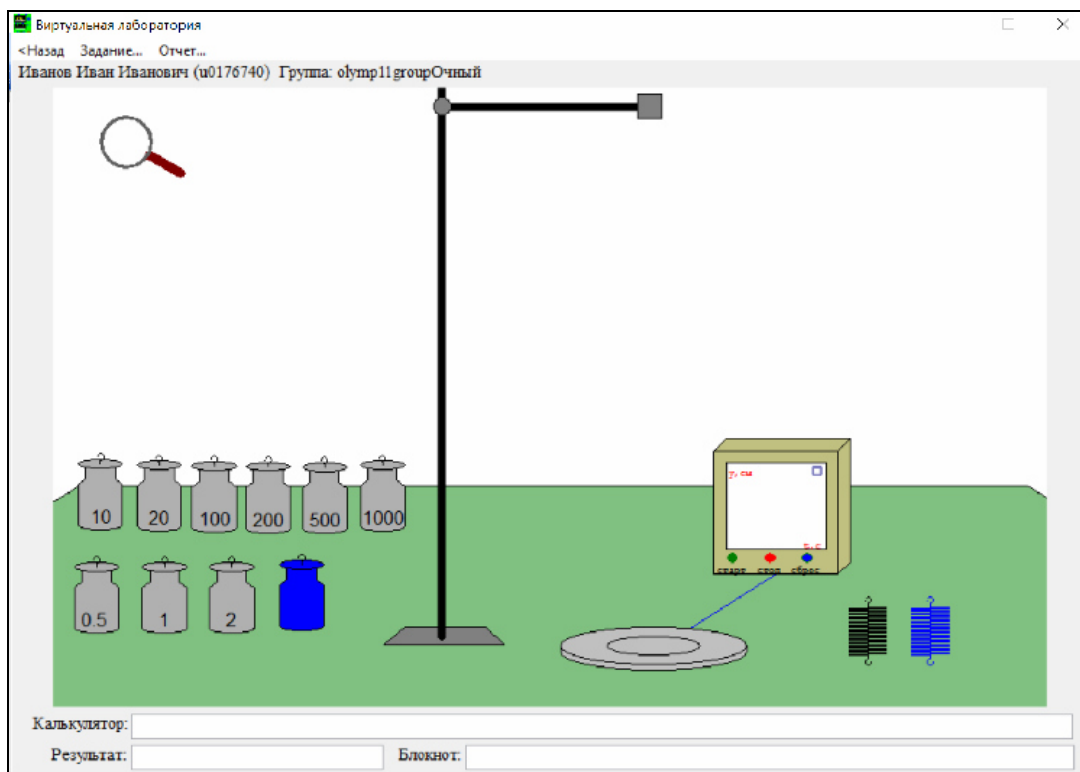
Ответы вводите с точностью не хуже чем до десятой процента.

Напряжение V регулируется движком или нажатиями на голубые треугольники по бокам от него. Элементарный заряд $q_0=1.6022 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c=299\,792$ км/с .



Скорость v	<input type="text"/>	м/с	353431 ± 706
Масса M	<input type="text"/>	кг	$2.15926\text{E}-26 \pm 4.3\text{E}-29$
Масса m	<input type="text"/>	$\text{МэВ}/c^2$	12112 ± 24
Потенциал U	<input type="text"/>	В	-8417 ± 17

Задание 3. Олимпиада, модель: Колебания грузов на линейной и нелинейной пружинах (35 баллов)



Имеется: неподписанная синяя гиля неизвестной массы; чёрная невесомая обычная пружина, у которой возвращающая сила при отклонении x от недеформированного состояния пружины

$$F_1 = -k_1 \cdot x,$$

синяя нелинейная пружина, у которой возвращающая сила при отклонении x от недеформированного состояния пружины

$$F_2 = -k_1 \cdot x - k_2 \cdot x^2,$$

штатив, в **лапку которого** (зажим) можно закреплять пружину, а к ней - подвешивать гилю; прибор с датчиком координаты. Также имеются гиля различной массы, масса гиль указана в граммах. Определите:

- Коэффициент упругости пружины k_1 .
- Коэффициент нелинейности пружины k_2 .
- Массу M синей гиля.
- Энергию E (в миллиДжоулях) упругой деформации черной пружины в состоянии равновесия после подвешивания на неё синей гиля.
- Работу A (в миллиДжоулях), которую совершит сила тяжести, если из этого состояния равновесия снять синюю гилю с крючка, поставить на стол, сменить

черную пружину на синюю и повесить синюю гирю на синюю пружину в состояние равновесия получившейся системы.

- Частоту f малых колебаний синей гири на синей пружине около положения равновесия.
- Частоту f_2 малых колебаний, которая будет у гири массой $m_2=2.75$ кг около положения равновесия, если ее подвесить на синей пружине достаточно высоко над столом.

k_1 и X_1 определите с точностью до сотых, f и f_2 - с точностью до тысячных, остальные величины - с точностью до десятых, и отошлите результаты на сервер. Ускорение свободного падения $g=9.8$ м/с², число $\pi=3.1416$.

Экран прибора с датчиком координаты можно увеличивать с помощью лупы или значка максимизатора, находящегося в правом верхнем углу экрана прибора. Участок графика можно увеличивать движением мыши слева направо сверху вниз, в том числе несколько раз. Движение мыши справа налево снизу вверх восстанавливает первоначальный масштаб. С помощью меню, вызываемого правой кнопкой мыши, можно переходить к предыдущим масштабам и обратно.

Коэффициент k_1		Н/м	15.5 ± 0.05
Коэффициент k_2		Н/м ²	66 ± 0.4
Масса M		г	345 ± 1.5
Энергия E		мДж	368.75 ± 2.5
Работа A		мДж	-272.5 ± 2.5
Частота f		Гц	1.572 ± 0.005
Частота f_2		Гц	0.8888 ± 0.002

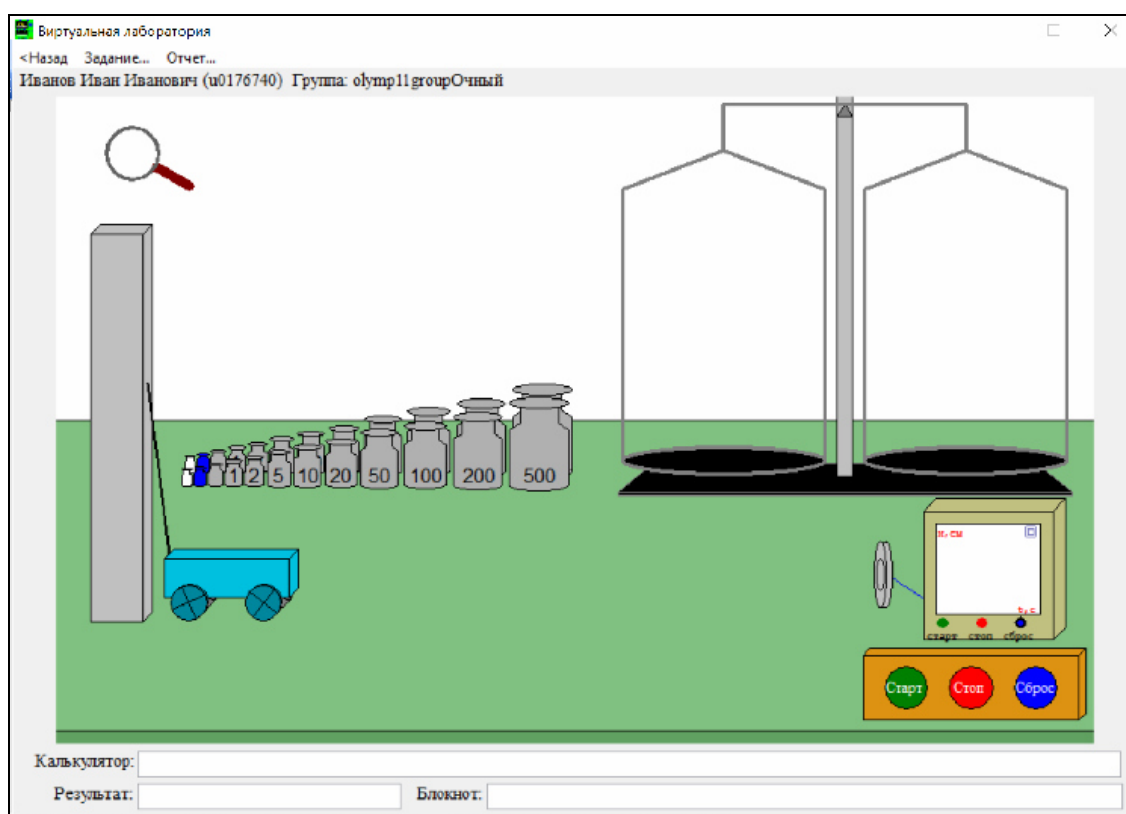
Задание 4. Олимпиада, модель: Параметры машинки с подвижным стержнем (35 баллов)

Имеется: радиоуправляемая машинка с прикреплённым к ней массивным тонким стержнем, которая стоит недалеко от стенки; пульт управления этой машинкой, позволяющий отключать и включать у машинки тормоза и возвращать её в первоначальное состояние; эхолот с подключенным к нему прибором индикации; весы с набором гирь. Масса машинки $M=68$ г. Трение в системе при выключенных тормозах отсутствует. Определите:

- Массу m стержня, прикреплённого к машинке.
- Длину L стержня.
- Первоначальное расстояние D от стенки до задней части машинки.
- Угол (в радианах) первоначального отклонения стержня от вертикали.

- Длину W машинки.
- Энергию E_0 машинки со стержнем, перешедшую из потенциальной в тепловую, если машинка после старта начала двигаться из первоначального положения и в итоге остановилась из-за автоматического включения тормозов около датчика эхолота.
- Значение h_0 понижения центра масс машинки со стержнем при этом.

Ответы найдите с максимальной возможной точностью и отошлите результаты на сервер. Кнопка **Сброс** пульта управления возвращает машинку в первоначальное состояние, которое было при заходе в модель. Масса подписанных гирь указана в граммах. Ускорение свободного падения $g=9.8 \text{ м/с}^2$. Толщиной стержня пренебречь.



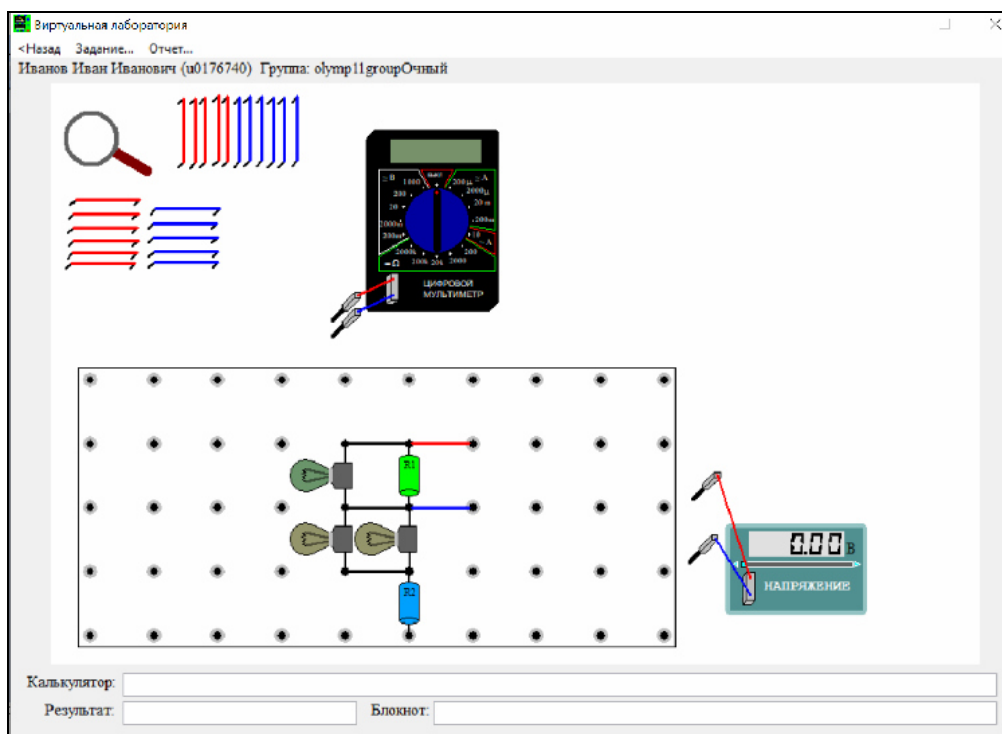
Масса m стержня	<input type="text"/> г	12.198 ± 0.06
Длина L стержня	<input type="text"/> см	13.401 ± 0.03
Расстояние D	<input type="text"/> см	1.701 ± 0.03
Угол отклонения стержня	<input type="text"/> радиан	0.1264 ± 0.008
Длина W машинки	<input type="text"/> см	9.6 ± 0.03
Энергия E_0	<input type="text"/> мДж	7.944 ± 0.08
Понижение h_0 центра масс	<input type="text"/> см	1.011 ± 0.01

Задание 5. Олимпиада, модель: Параметры лампочек и резисторов (20 баллов)

Имеется цепь из соединённых двух резисторов и трех лампочек с одинаковым сопротивлением, но разным напряжением перегорания. В ней можно подсоединяться только к внешним клеммам. Сопротивления лампочек не зависят от протекающего через них тока. Напряжение источника можно менять в большом диапазоне с помощью движка и с небольшими шагами с помощью маленьких треугольников по бокам движка. Найдите чему равны:

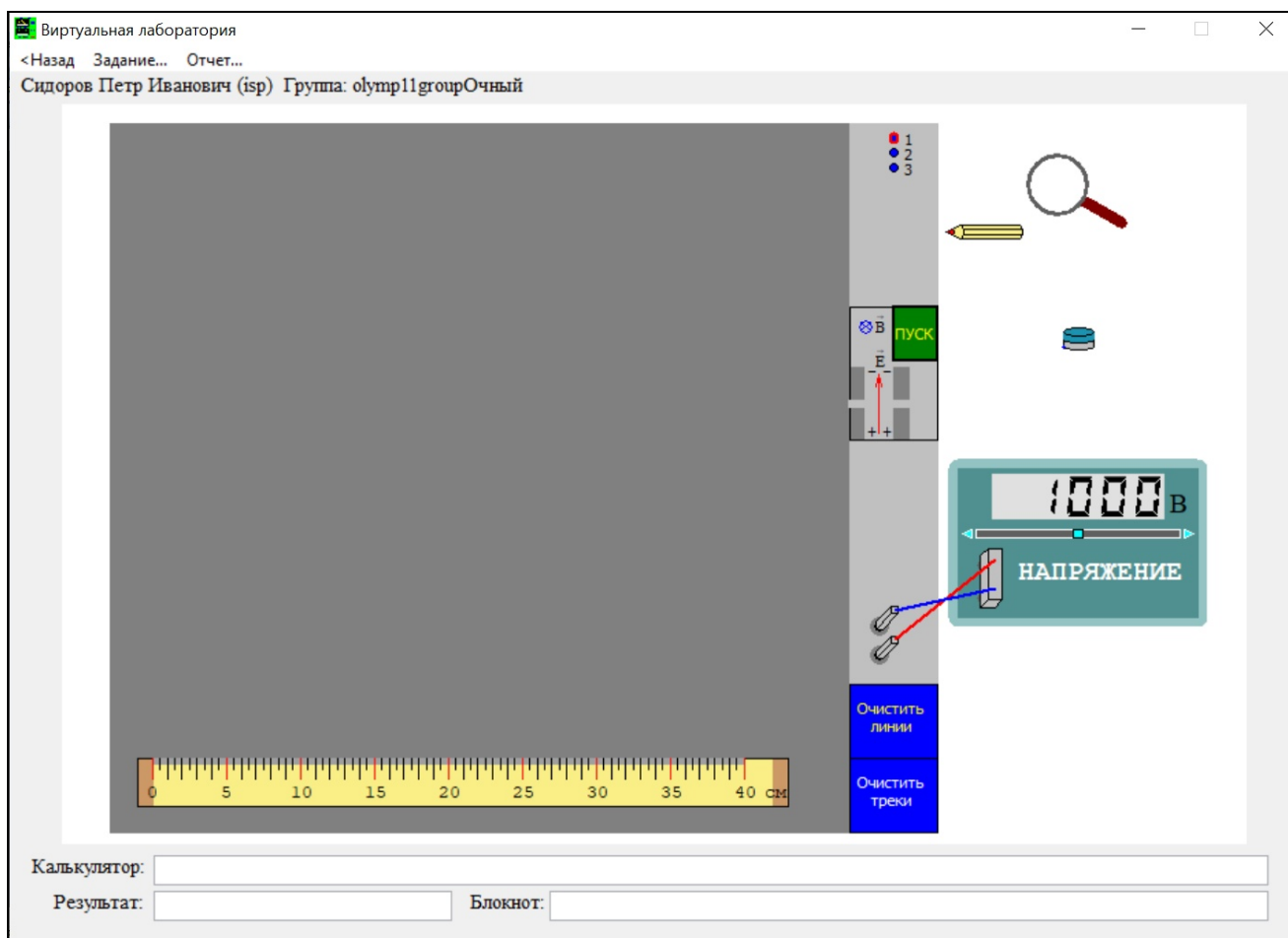
- сопротивление r одной лампочки;
- сопротивление резистора R_1 ;
- сопротивление резистора R_2 ;
- напряжение V_{\max} на желтой лампочке, при котором она перегорает.

Ответы вводите с точностью не хуже чем до десятых процента. Соберите для этого необходимые электрические схемы, проведите измерения и выполните расчеты. Ответы вводите с точностью не хуже чем до десятых процента. Занесите результаты в отчет и отошлите его на сервер.



Сопротивление r лампочки	<input type="text"/>	Ом	52.7 ± 0.13
Сопротивление R_1	<input type="text"/>	Ом	50.5 ± 0.13
Сопротивление R_2	<input type="text"/>	Ом	15.45 ± 0.06
Напряжение V_{\max}	<input type="text"/>	В	3.215 ± 0.015

5. Тур 3. 11 класс. Модель: Масс-спектрограф (20 баллов)



В масс-спектрографе имеется источник ионизированных частиц одного типа. Частицы можно по одной запускать нажатием на кнопку "Пуск" или изменением напряжения V на высоковольтном источнике напряжения. Степень ионизации получаемых частиц лежит в диапазоне от +1 до +4 и переключается (с неизвестным порядком и значением) выбором кнопок 1, 2, 3 в правом верхнем углу камеры.

Вся система находится в однородном магнитном поле $B=0.1$ Тесла, направление поля перпендикулярно траектории частицы, оно показано около кнопки "Пуск". После запуска первоначально нейтральная частица, имеющая скорость, которую можно считать нулевой, ионизируется, после чего ускоряется продольным электрическим полем от этой области, имеющей нулевой потенциал, до потенциала U .

Затем заряженная частица пролетает между пластинами конденсатора, расстояние между которыми $d = 1$ см, на которые подано напряжение V с регулируемого источника напряжения. Направление напряженности E этого поперечного электрического поля показана красной стрелкой.

Если сила, создаваемая этим полем, компенсирует силу, создаваемую магнитным полем, заряженная частица пролетает сквозь отверстие, и в камере появляется трек от частицы. Если не компенсирует, частица ударяется в стенку, и наблюдается вспышка выше или ниже выходного отверстия - в зависимости от того, куда попала частица. Найдите чему равны:

- скорость v однократно ионизированной частицы;

- массу M частицы (в килограммах). Ответ вводить в научной нотации. Например, $1,56 \cdot 10^{-25}$ в научной нотации записывается как 1.56E-25;
- массу m частицы (в МэВ/ c^2 , где c - скорость света);
- потенциал U .

Ответы вводите с точностью не хуже чем до десятой процента.

Напряжение V регулируется движком или нажатиями на голубые треугольники по бокам от него. Элементарный заряд $q_0 = 1.6022 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c = 299\,792$ км/с. Электрон-Вольт (эВ) - энергия, необходимая для переноса элементарного заряда в электростатическом поле между точками с разницей потенциалов в 1 В.

Задание возможно переделывать, но за повторные попытки начисляется до 4 штрафных баллов.

Решение.

5.1 Уравнения, описывающих поведение заряженных частиц в масс-спектрографе.

Для частицы зарядом q , массой M и скоростью v , движущейся перпендикулярно вектору индукции магнитного поля величиной B , сила центростремительного ускорения равна силе, вызванной магнитным полем, и выполняется соотношение

$$\frac{M v^2}{R} = qvB. \quad (1)$$

Для того чтобы частица пролетела в отверстие в масс-спектрографе, сила, вызванная магнитным полем, должна быть уравновешена силой электрического поля напряженностью E .

$$qvB = qE = q \frac{V}{d}, \quad (2)$$

где по условию $d = 1$ см, а напряжение V мы находим по напряжению источника питания, при котором появляется трек частицы. Из (2) получаем формулу для нахождения скорости частицы.

$$v = \frac{V}{Bd}. \quad (3)$$

Из (1) и (3) следует выражение для радиуса траектории частицы

$$R = \frac{M v}{qB} = \frac{MV}{zq_0 B^2 d}, \quad (4)$$

где z – степень ионизации иона.

Энергия, которую приобретает частица при разгоне разностью потенциалов U

$$\frac{M v^2}{2} = zq_0 U, \quad (5)$$

где мы пока для простоты не учитываем знак U . Поэтому из (3) и (5) получаем

$$V^2 = \frac{2zq_0 U (Bd)^2}{M} \quad (6)$$

Так как частицы одинакового типа, как отношение радиусов, так и отношение позволяет найти степень ионизации частиц. Обозначим как R_{z1} и R_{z2} радиусы, соответствующие степеням

ионизации z_1 и z_2 , как V_{z1} и V_{z2} – напряжения источника питания, и аналогично для других величин. Из (4) и (6) следует

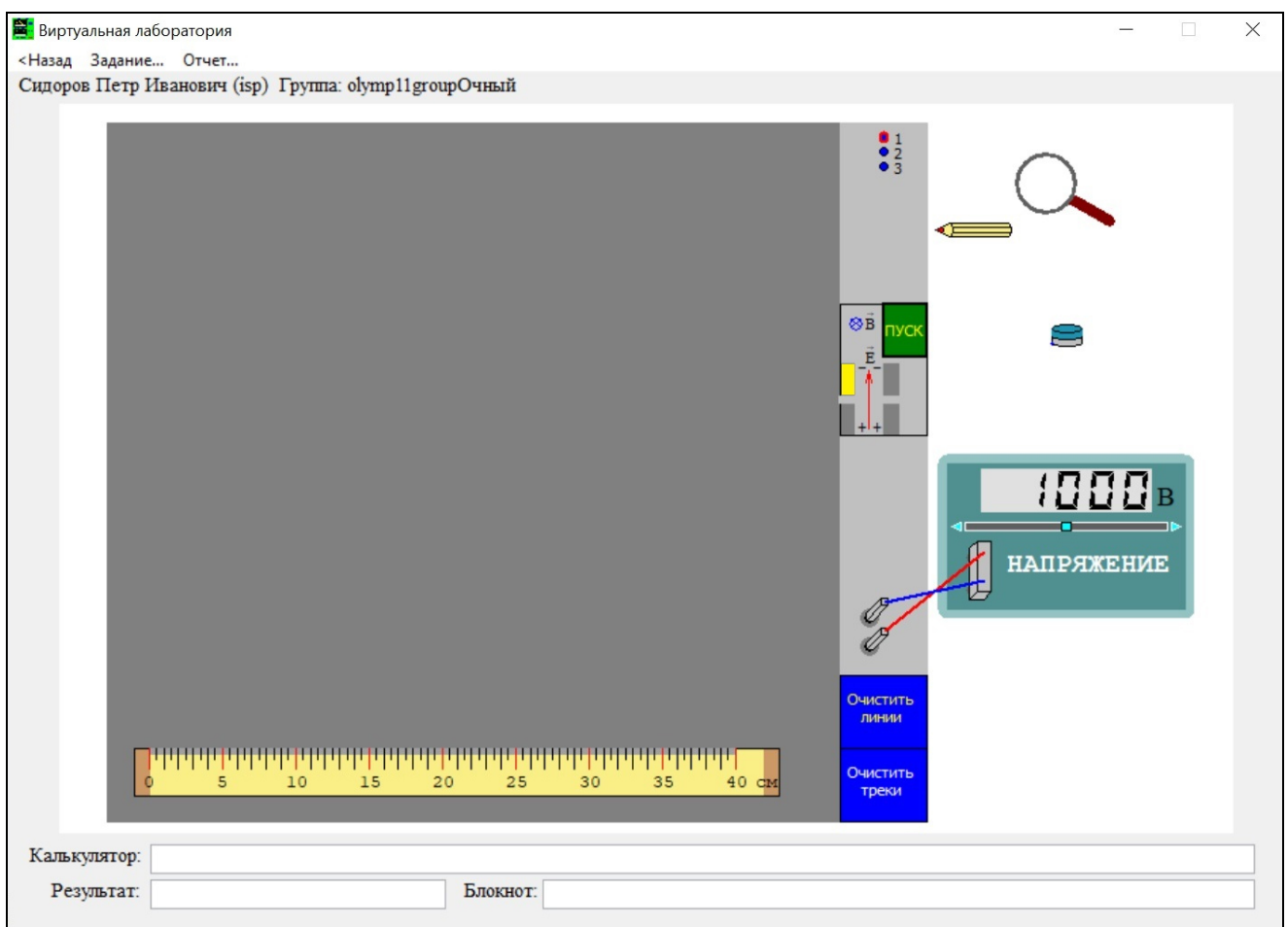
$$\frac{R_{z1}}{R_{z2}} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (6)$$

$$\frac{(V_{z1})^2}{(V_{z2})^2} = \frac{z_1}{z_2}, \quad (7)$$

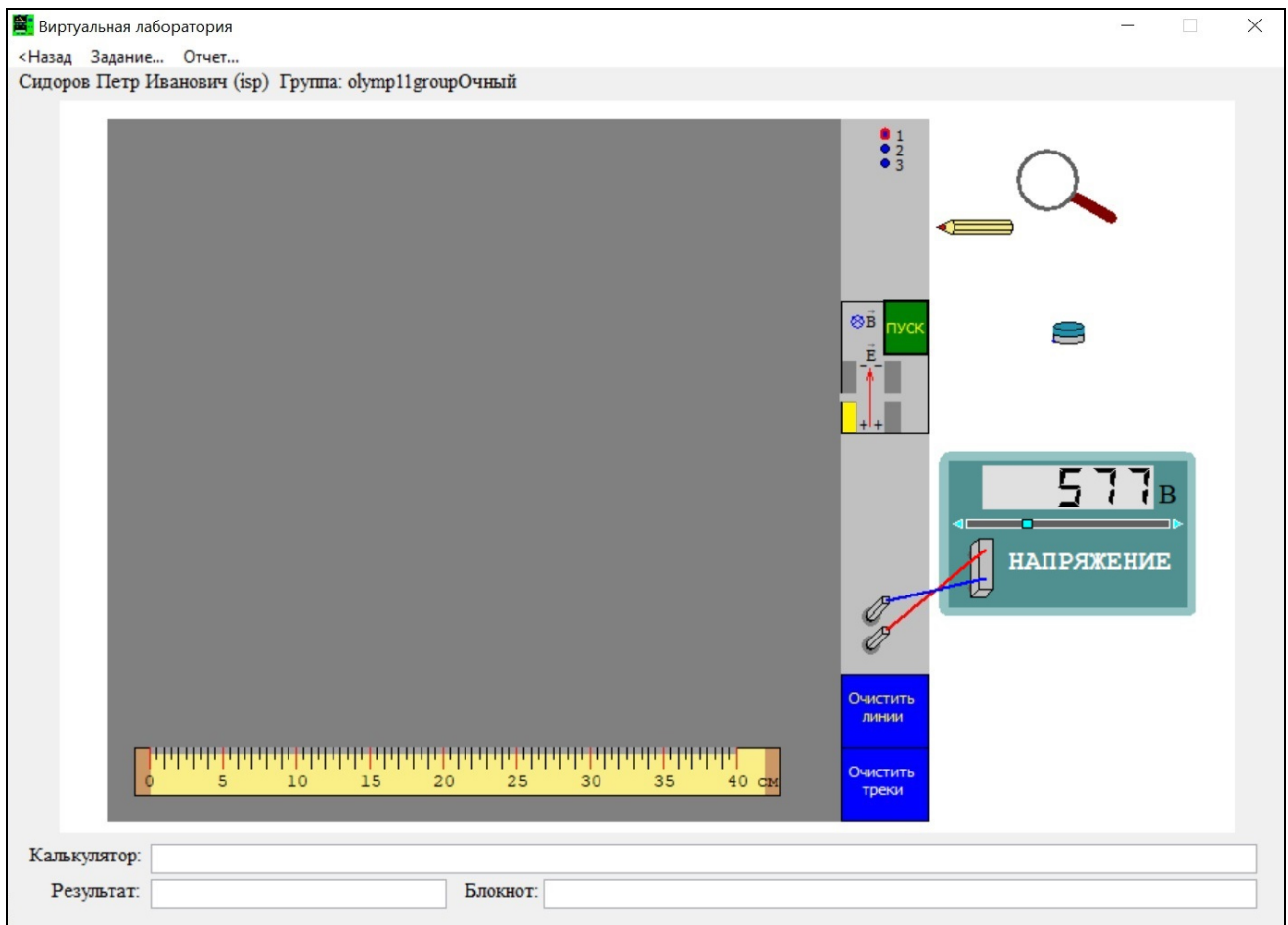
Точность измерения напряжения гораздо выше, поэтому для нахождения z мы будем использовать формулу (7), а не (6).

5.1 Получение трека частицы первого типа

Сначала необходимо установить, в каком положении переключателя при нажатии на зеленую кнопку **Пуск** вылетает однократно ионизированная частица.



Нажимаем на кнопку **Пуск** и видим, что верхний датчик, расположенный около выходного отверстия камеры чуть ниже и левее этой кнопки, вспыхивает желтым цветом. Это означает, что напряженность электрического поля слишком большая, и необходимо уменьшить напряжение питания. Аккуратно передвигаем движок источника влево до тех пор, пока не вспыхивает желтым цветом нижний датчик, расположенный около выходного отверстия камеры.

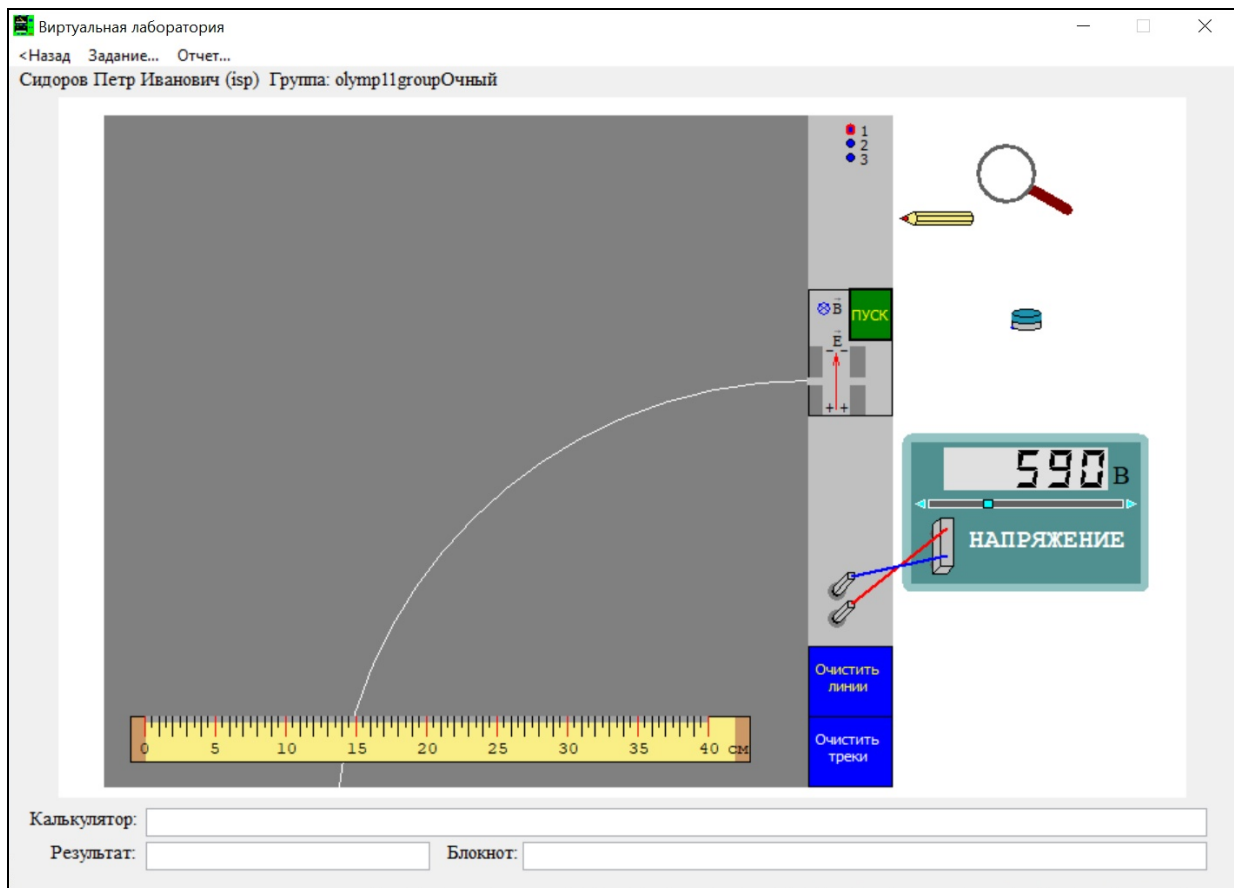


Это означает, что напряженность электрического поля стала чуть ниже необходимой, и необходимо немного увеличить напряжение питания. Теперь можно воспользоваться тонкой регулировкой напряжения питания установки, нажимая на голубой треугольник с правой стороны шкалы регулировки напряжения.

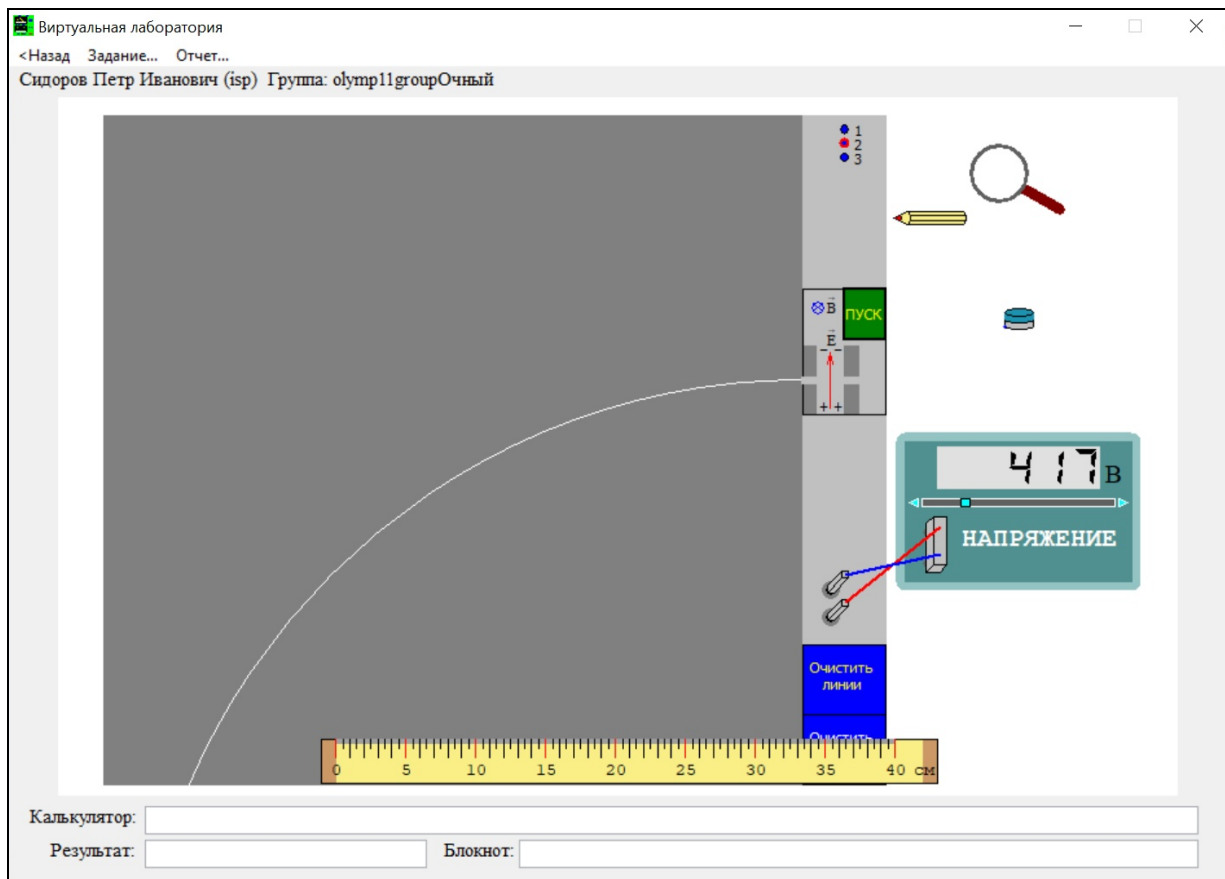
При нажатии на правый голубой треугольник напряжение источника увеличивается на один Вольт, а при нажатии на левый – уменьшается на один Вольт. Перемещением движка можно менять напряжение источника гораздо быстрее, но при этом практически невозможно установить точное напряжение, при котором частица пролетает сквозь выходное отверстие.

На следующем рисунке показана ситуация, когда установлено напряжение $V_1=590$ В, при котором частица вылетела сквозь выходное отверстие.

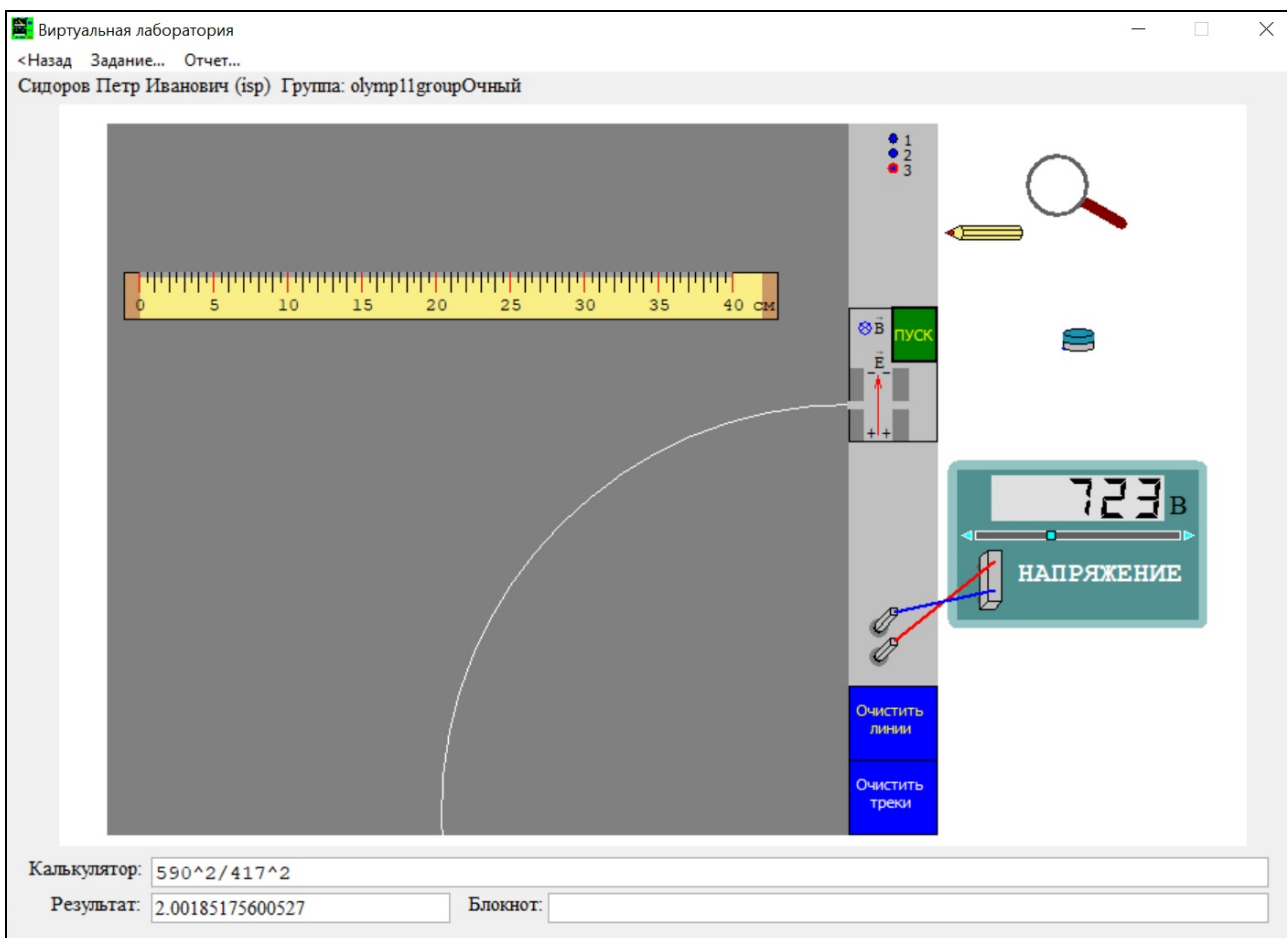
Для достижения такого напряжения после остановки регулировки движком пришлось более десяти раз щелкнуть по правому голубому треугольнику.



5.2 Получение треков частиц второго и третьего типа и нахождение значений z
Аналогичным образом получаем трек для частицы второго типа, $V_2=417$ В.



Аналогичным же образом получаем трек для частицы третьего типа, $V_3=723$ В.



Таким образом, $V_1=590$ В, $V_2=417$ В, $V_3=723$ В. Найдем отношения квадратов этих напряжений, равное, в соответствии с (7), отношению коэффициентов ионизации:

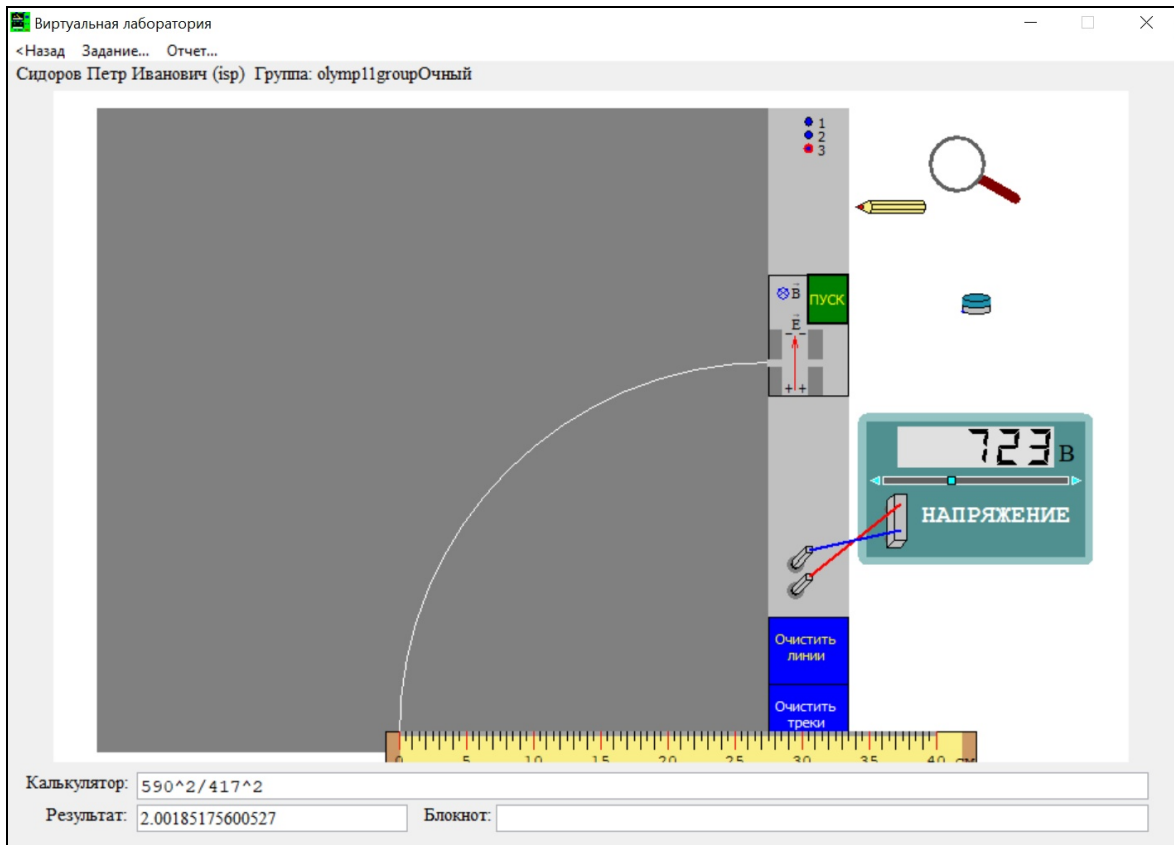
$$\frac{z_3}{z_2} = \frac{(V_3)^2}{(V_2)^2} = \frac{723^2}{417^2} = 3.006, \quad (7)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(V_1)^2}{(V_2)^2} = \frac{590^2}{417^2} = 2.002. \quad (8)$$

Так как в соответствии с условием значения z лежат от 1 до 4, мы делаем вывод, что $z_2=1$, $z_1=2$, $z_3=3$.

5.3 Нахождение радиуса трека, скорости и массы частицы

Из рисунков треков видно, что только в третьем случае, когда $z_3=3$, удастся увидеть ситуацию, когда после вылета частицы в камеру расстояние от нее до правой стенки начинает уменьшаться. Это позволяет измерить наибольшее расстояние до стенки, равное радиусу, линейкой.



Радиус оказывается равен $R_3 = 27.50$ см.

В соответствии с (3) находим скорость v_3 этой частицы

$$v_3 = \frac{V_3}{Bd} = \frac{723 \text{ В}}{0.1 \text{ Тл} \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 723000 \text{ м/с} . \quad (9)$$

Однако нам необходима скорость v_1 , которая, в соответствии с (5), равна

$$v_1 = v_3 \sqrt{z_1 / z_3} = \frac{723000}{\sqrt{3}} \text{ м/с} = 417424 \text{ м/с} . \quad (10)$$

Отсылаем результат на сервер и убеждаемся в правильности ответа.

Отчет

Название	Ответ	Результат	Баллы
Скорость v (м/с)	417424	Правильно	5
Масса M (кг)			0
Масса m (МэВ/ c^2)			0
Потенциал U (В)			0
За текущую попытку :			5
Штрафных баллов :			0
Итого за задание :			5 (из 20)

Очистить Закрыть

Из (4) выражаем массу частицы через радиус трека

$$M = \frac{z_3 q_0 B R_3}{v_3} = \frac{3 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19} \cdot 0.1 \cdot 0.275}{723000} \text{ кг} = 1.828237 \text{ E} - 26 \text{ кг} . \quad (11)$$

Отсылаем результаты на сервер.

Название	Ответ	Результат	Баллы
Скорость v (м/с)	417424	Правильно	5
Масса M (кг)	1.828237E-26	Правильно	5
Масса m (МэВ/С ²)			0
Потенциал U (В)			0
За текущую попытку : 10			
Штрафных баллов : 0			
Итого за задание : 10 (из 20)			

Очистить Закрыть

5.4 Нахождение ускоряющего потенциала

Если вы не знаете, как выполнить какую-то часть задания, его можно пропустить и выполнять следующие части. Части заданий, как и сами задания, не обязательно выполнять по очереди. Проиллюстрируем это, пропустив пока ответ на вопрос о массе частицы в единицах энергии, и приступим к ответу на четвертый вопрос.

Из (5) следует, что для $z=3$

$$U = \frac{M v_3^2}{2zq_0} = \frac{1.828237E-26 \cdot 723000^2}{2 \cdot 3 \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}} \text{ В} = 9941.3 \text{ В}. \quad (12)$$

Однако отсылать полученное значение на сервер рано, ведь мы проводили вычисления без учёта знака ускоряющего потенциала. В условии сказано, что степень ионизации положительная, то есть ускоряются положительные ионы. Однако для них ускоряющим будет отрицательная разность потенциалов! Поэтому правильный ответ $U=9941.3 \text{ В}$.

Название	Ответ	Результат	Баллы
Скорость v (м/с)	417424	Правильно	5
Масса M (кг)	1.828237E-26	Правильно	5
Масса m (МэВ/С ²)			0
Потенциал U (В)	-9941.3	Правильно	5
За текущую попытку : 15			
Штрафных баллов : 0			
Итого за задание : 15 (из 20)			

Очистить Закрыть

5.5 Нахождение массы частицы в единицах энергии

Нам требуется найти массу m частицы в МэВ/С², где $C=299792 \text{ км/с}$.

В соответствии с приведенным определением

$$\begin{aligned}1 \text{ эВ} &= q_0 \cdot 1 \text{ В} = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}, \\1 \text{ МэВ} &= 10^6 \text{ эВ} = 1.6022 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}, \\1 \text{ Дж} &= 1/(1.6022 \cdot 10^{-13}) \text{ МэВ},\end{aligned}\tag{13}$$

Формула Эйнштейна связи массы M частицы с ее энергией E_M

$$E_M = M C^2.\tag{14}$$

Поэтому из (13) и (14) следует численное равенство

$$m = E_M \cdot 1/(1.6022 \cdot 10^{-13}) = M C^2 / 1.6022 \cdot 10^{-13} = 10255.5 \text{ МэВ}/C^2.$$

Отсылаем результат на сервер.

Отчет

Название	Ответ	Результат	Баллы
Скорость v (м/с)	417424	Правильно	5
Масса M (кг)	1.828237E-26	Правильно	5
Масса m (МэВ/ C^2)	10255.5	Правильно	5
Потенциал U (В)	-9941.3	Правильно	5
За текущую попытку :			20
Штрафных баллов :			0
Итого за задание :			20 (из 20)

Очистить Закрыть