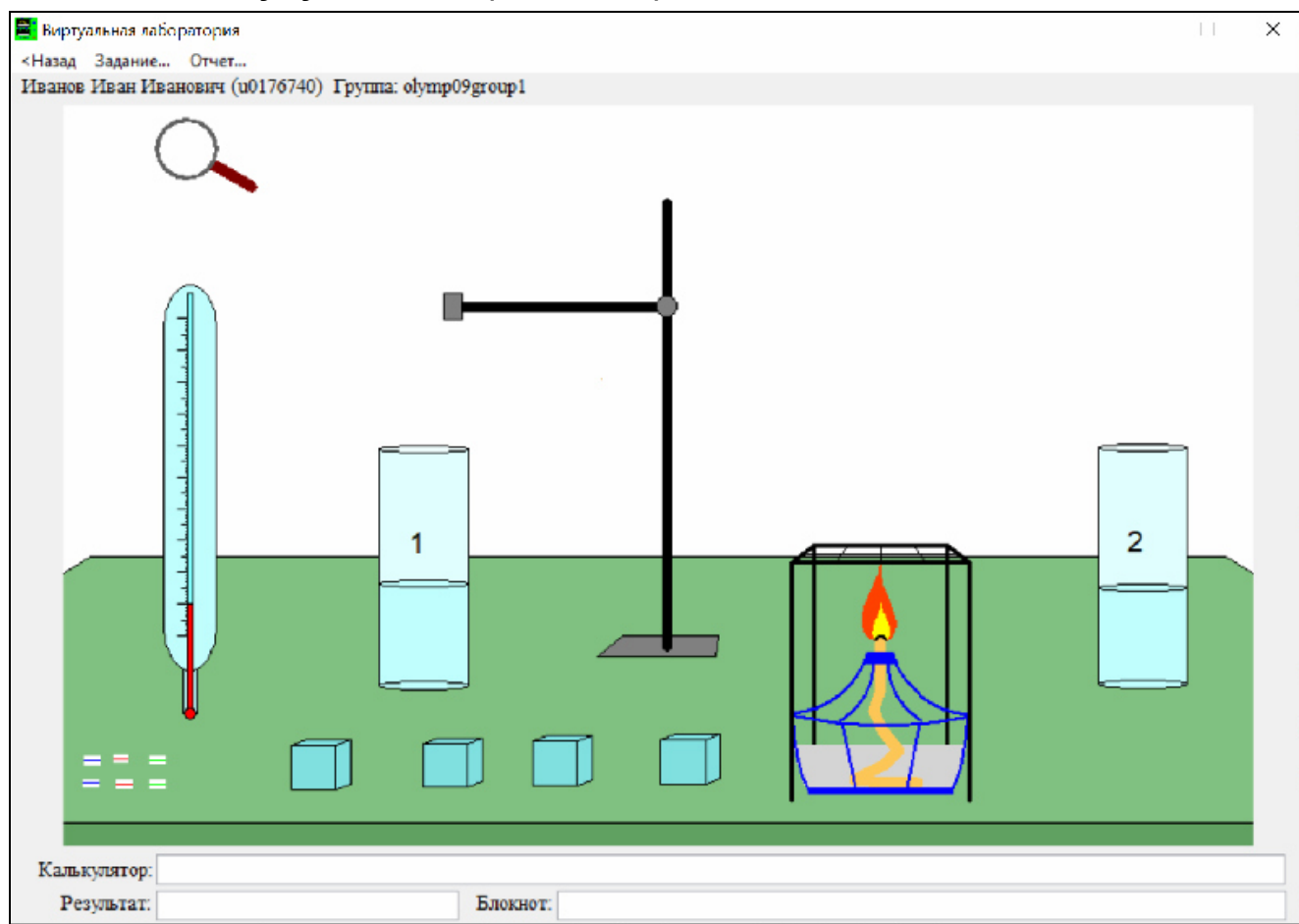


Разбор избранных заданий

Интернет-олимпиады школьников по физике 2024/2025 учебного года

1. Тур 1. 10 класс. Олимпиада, модель: Определите температуру воды в стаканах и массу кубика льда (15 баллов)



Имеется два стакана с водой, четыре одинаковых кубика льда, спиртовка и градусник с самодельной неподписанной шкалой. Также имеется шесть разноцветных наклеек, которые можно закреплять на градуснике. Объём воды в первом стакане равен 194 см^3 , во втором 184 см^3 .

Определите температуру воды в каждом из стаканов, а также массу одного кубика льда. Ответы вводите с точностью не хуже чем до десятых. Плотность воды считайте равной 1 г/см^3 , удельная теплота плавления льда равна 335 кДж/кг , теплоёмкость воды равна $4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$. Начальная температура льда равна 0°C .

Время в модельном эксперименте ускорено, чтобы не приходилось ждать слишком долго, а происходящие процессы изображаются идеализированно - можно пренебречь теплоемкостью стаканов и обменом тепла между водой и окружающей средой во всех случаях, кроме того, когда стакан с водой находится на спиртовке.

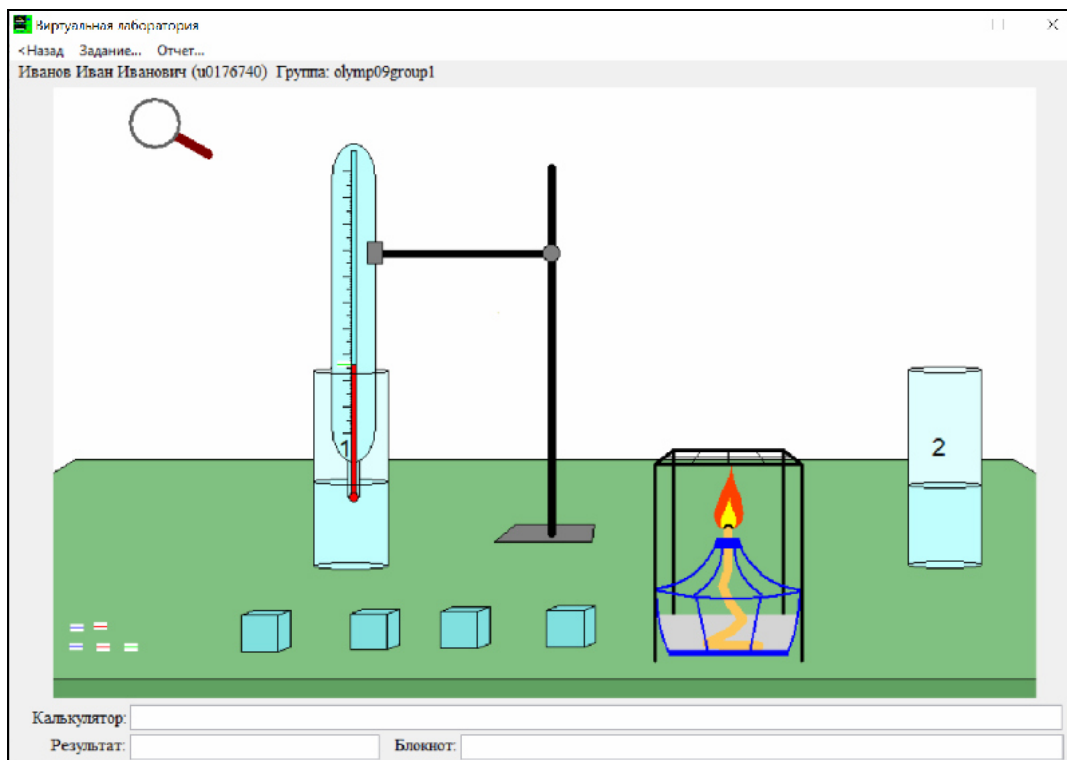
Градусник зажимается лапкой штатива, если поднести его сбоку на небольшую глубину внутрь лапки и отпустить. Проносить градусник или кубики сквозь стекло нельзя.

Увеличительное стекло позволяет просматривать в увеличенном масштабе любой выбранный участок экрана, после чего щелчок мышью в любом месте экрана возвращает

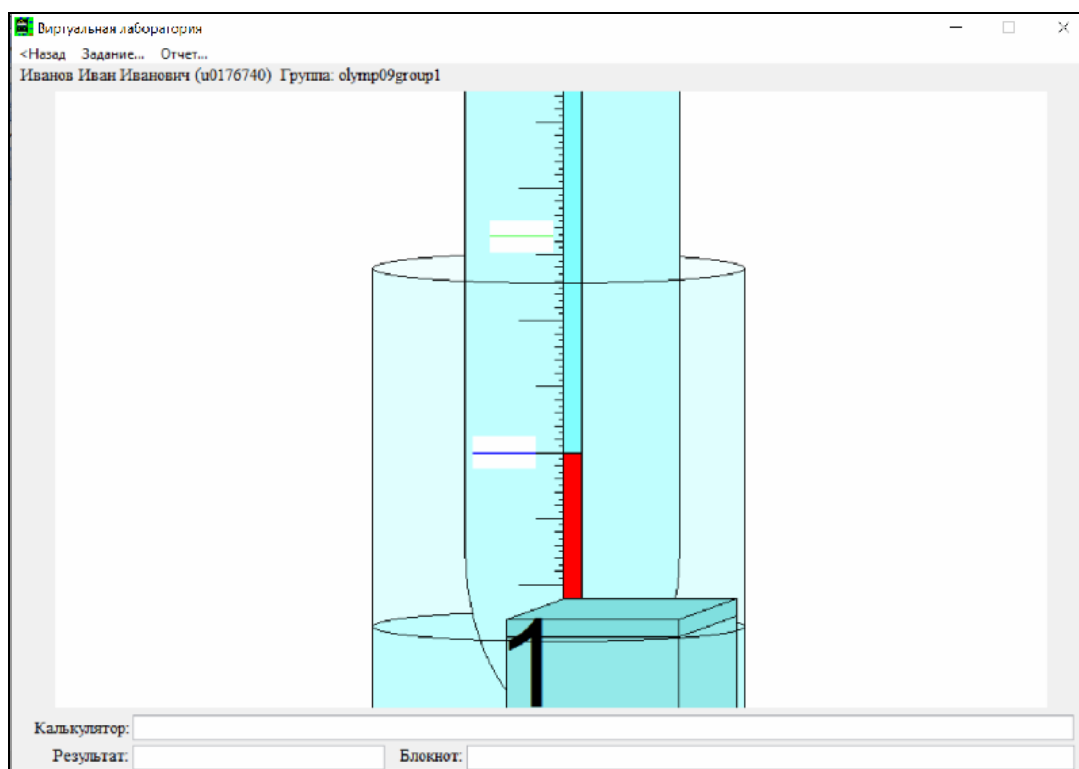
первоначальный масштаб. Задания модели можно переделывать, но за каждую повторную отсылку на сервер назначается до трех штрафных баллов.

Решение.

Опустим градусник сверху вниз в стакан (проносить сквозь стекло стакана его нельзя!) и закрепим в лапке штатива. Отметим положение столбика термометра зеленой наклейкой.

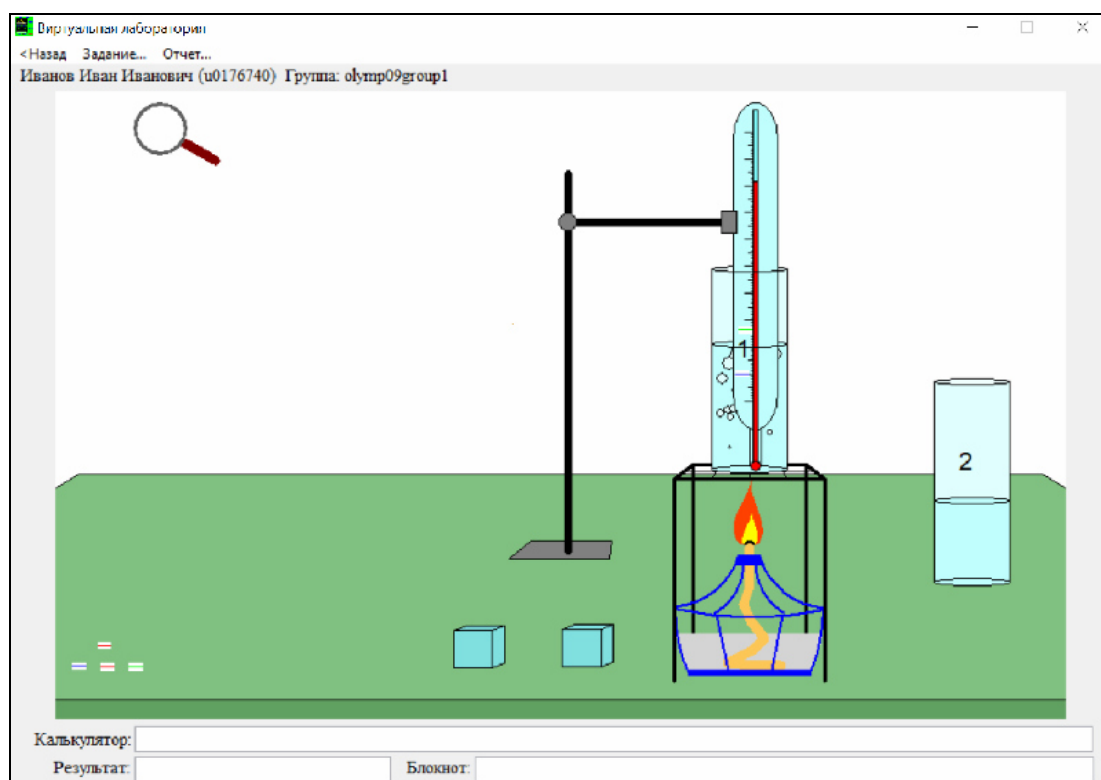


Положим в стакан кубик льда. Он полностью растает. Положим в стакан еще один кубик льда. Он растворится лишь частично. Пометим синей наклейкой положение столбика термометра.



Данное состояние соответствует 0°C .

После чего поставим стакан нагреваться на спиртовке и дождемся кипения воды.



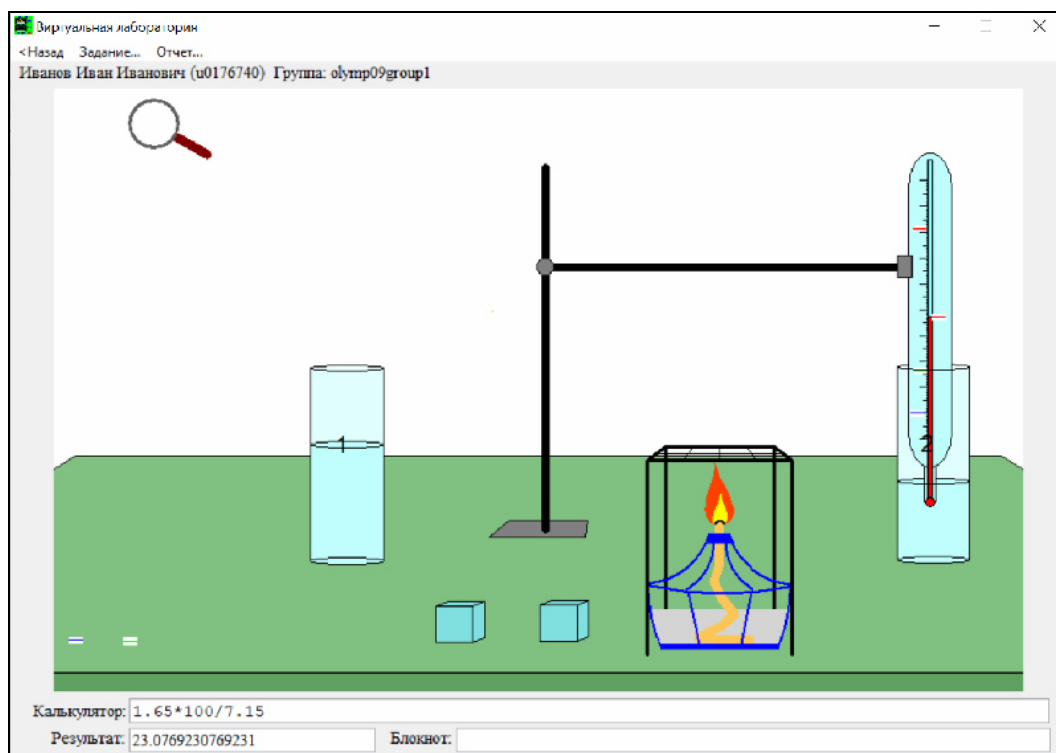
Пометим соответствующее положение столбика термометра красной наклейкой.

Получим 7.15 больших делений шкалы градусника от 0°C до 100°C . То есть

1 большое деление = 10 малых делений = 20 самых маленьких делений = $100/7.15^{\circ}\text{C}$.

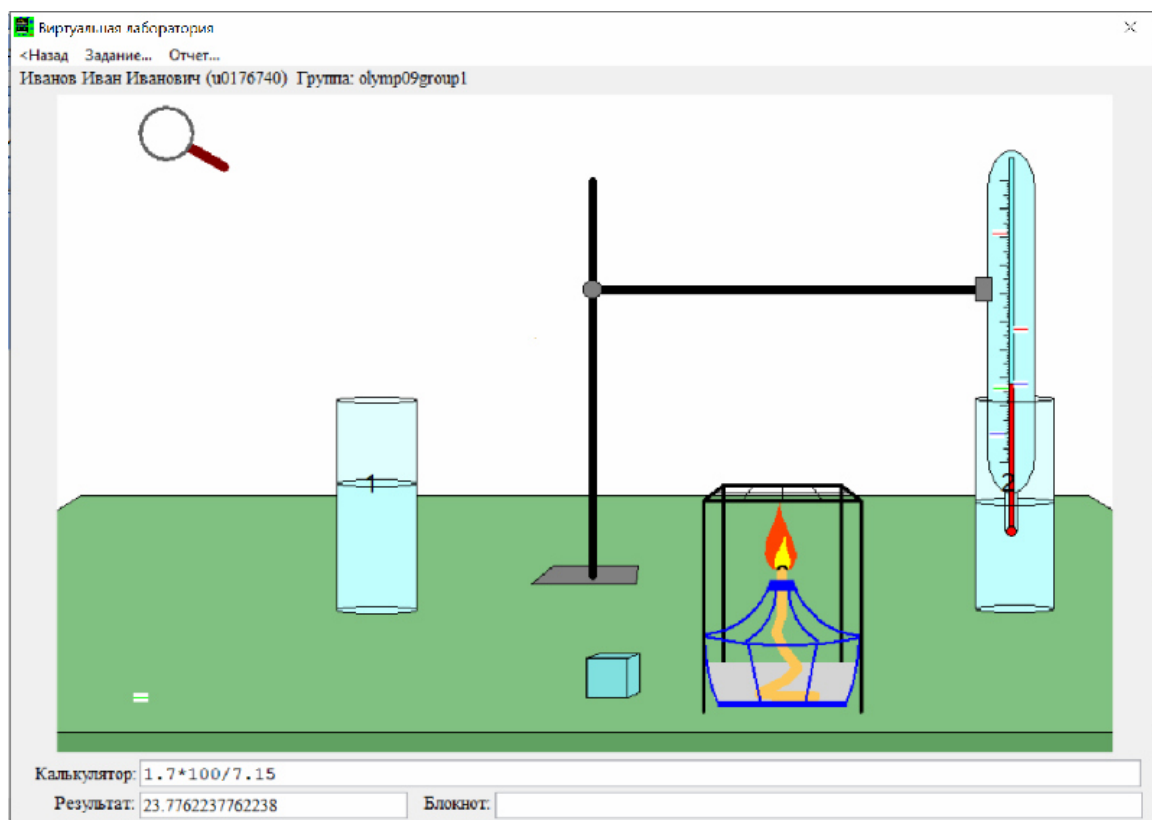
Начальная температура в первом стакане $t_1 = 1.65$ больших делений = 23.1°C .

Аналогичным образом измеряем начальную температуру во втором стакане:



Пометим положение столбика термометра красной наклейкой с правой стороны от столбика (чтобы не запутаться). Получаем $t_2 = 3.7$ больших делений = 51.75°C .

Поместим во второй стакан кубик льда. Пометим положение столбика термометра синей наклейкой с правой стороны от столбика.



При этом температура воды уменьшится от $t_2 = 51.75^\circ\text{C}$ до $t_2' = 1.7$ больших делений = 23.78°C .

По условию объём воды во втором стакане $V_2 = 184\text{ см}^3$, а плотность воды равна 1 г/см^3 . Следовательно, масса воды во втором стакане $m_2 = 184\text{ см}^3 \cdot 1\text{ г/см}^3 = 184\text{ г} = 0.184\text{ кг}$.

Обозначим массу кубика льда m , удельная теплоемкость воды $C_v = 4200\text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, удельная теплота плавления льда $\chi = 335\text{ кДж/кг}$. Составим уравнение теплового баланса, учтя, что при плавлении кубик льда превращается в воду массой m и температурой $t_0 = 0^\circ\text{C}$:

$$C_v m_2 (t_2 - t_2') - \chi m + C_v m (t_0 - t_2') = 0.$$

Из него, с учетом того, что $t_0 = 0^\circ\text{C}$, получаем

$$m = C_v m_2 (t_2 - t_2') / (\chi + C_v t_2').$$

Либо, что эквивалентно,

$$m = m_2 (t_2 - t_2') / (\chi / C_v + t_2').$$

Поэтому $m = 0.184 \cdot (51.75 - 23.78) / (335000 / 4200 + 23.78)\text{ кг} = 49.7\text{ г}$.

Замечание: точности при использовании одного кубика льда может оказаться недостаточно. Поэтому для охлаждения жидкости №2 лучше использовать два кубика льда.



Отчет

Название	Ответ	Результат	Баллы
Температура воды в первом стакане (°C)	23.1	Правильно	5
Температура воды во втором стакане (°C)	51.75	Правильно	5
Масса кубика льда (г)	49.7	Правильно	5
За текущую попытку : 15			

Сообщение с веб-страницы



Молодец, Иван, правильно!

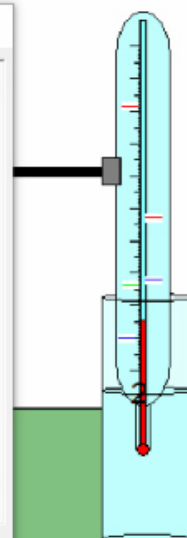
OK

Штрафных баллов : 0

Итого за задание : 15 (из 15)

Очистить

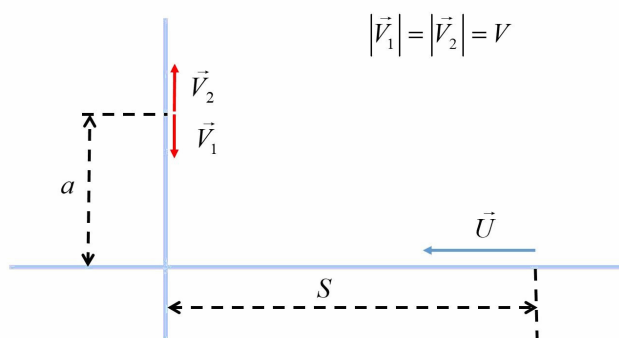
Закрыть

Калькулятор: $4200 \cdot 0.184 \cdot (51.75 - 23.78) / (335000 + 4200 \cdot 23.78)$

Результат: 0.049704320311997

Блокнот:

4. Тур 1. 10 класс. Олимпиада, задача: Автомобиль и велосипедисты (20 баллов)



Две дороги пересекаются под прямым углом. Автомобиль, находящийся на расстоянии $S = 739$ м от перекрёстка начинает двигаться к нему со скоростью $U = 21$ м/с. Одновременно из точки, находящейся на расстоянии a от перекрёстка на другой дороге выезжают два велосипедиста. Первый - движется со скоростью $V = 14$ м/с к

перекрёстку, второй - с такой же по величине скоростью – в противоположном направлении. На минимальном расстоянии от второго велосипедиста автомобиль оказался на $\Delta t = 17.3$ с раньше, чем от первого. При этом автомобиль проезжает перекресток раньше велосипедиста.

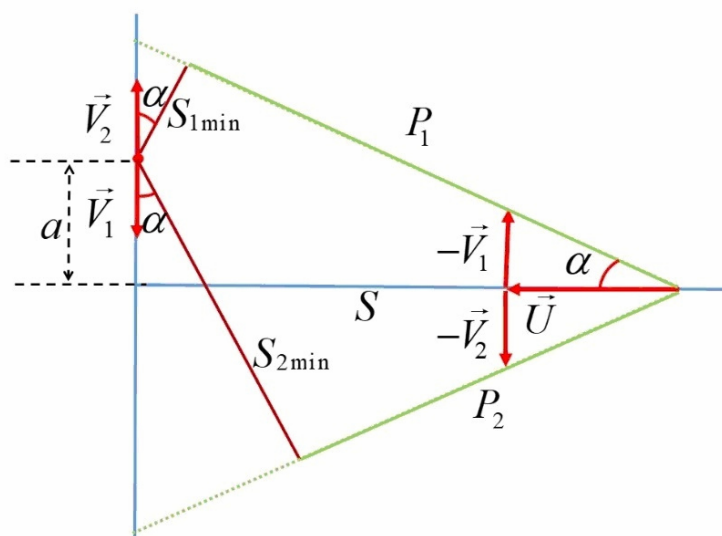
Определите:

1. На каком расстоянии (X) находились велосипедисты и автомобиль в момент старта.
2. Минимальное расстояние между автомобилем и первым велосипедистом (S_1).
3. Путь (L_2), который успел проехать второй велосипедист к моменту, когда расстояние между ним и автомобилем стало минимальным.
4. Минимальное расстояние между автомобилем и вторым велосипедистом (S_2).

Ответы вводите с точностью не хуже, чем до одного процента.

Решение 1 (без использования производной).

1. На рисунке зелёным цветом показаны траектории автомобиля в системах отсчёта, связанных с первым и со вторым велосипедистами.



При этом

$$\operatorname{tg} \alpha = V/U,$$

откуда

$$\sin \alpha = \frac{V}{\sqrt{U^2 + V^2}},$$

$$\cos \alpha = \frac{U}{\sqrt{U^2 + V^2}}.$$

Кратчайшие расстояния могут быть определены как длины перпендикуляров, опущенных на эти линии из точки старта

$$S_1 = (S \operatorname{tg} \alpha - a) \cos \alpha,$$

$$S_2 = (S \operatorname{tg} \alpha + a) \cos \alpha.$$

Путь, пройденный автомобилем в системе отсчёта, связанной с первым велосипедистом к моменту, когда он оказался на минимальном расстоянии от первого велосипедиста

$$P_1 = S / \cos \alpha - (S \operatorname{tg} \alpha - a) \sin \alpha.$$

Момент времени, когда это произошло

$$t_1 = \frac{P_1}{\sqrt{U^2 + V^2}}.$$

Аналогичные уравнения для второго велосипедиста:

$$P_2 = S / \cos \alpha - (S \operatorname{tg} \alpha + a) \sin \alpha,$$

$$t_2 = \frac{P_2}{\sqrt{U^2 + V^2}}.$$

Из формул для t_1 и t_2 следует

$$t_1 - t_2 = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{U^2 + V^2}} = \frac{2a \sin \alpha}{\sqrt{U^2 + V^2}} = \frac{2a V}{U^2 + V^2}.$$

Отсюда

$$a = \frac{(t_1 - t_2)(U^2 + V^2)}{2V} = 393.6 \text{ м}.$$

Зная a , находим X :

$$X = \sqrt{a^2 + S^2} = 837 \text{ м}.$$

2. Кроме того, зная a , получаем из формул для S_1 и S_2

$$S_1 = (S \operatorname{tg} \alpha - a) \cos \alpha = 82.4 \text{ м},$$

$$S_2 = (S \operatorname{tg} \alpha + a) \cos \alpha = 737 \text{ м}.$$

3. Путь, который проехал второй велосипедист до того, как оказался на минимальном расстоянии от автомобиля,

$$L_2 = V t_2 = 220 \text{ м}.$$

Решение 2 (с использованием производной).

Решение при использовании производной более простое и не требует переходить в другие системы отсчета. Квадрат расстояния S_1 между первым велосипедистом и автомобилем в зависимости от времени движения t может быть найден по теореме Пифагора

$$(S_1)^2 = (a-Vt)^2 + (S-Ut)^2.$$

Когда расстояние минимальна, производная должна быть равна нулю. Также минимум может находиться на границе промежутка (в начальной точке $t = 0$ или при $t \rightarrow \infty$), но в данном случае это не происходит. Поэтому минимум достигается при условии

$$2(a-Vt_1)(-V) + 2(S-Ut_1)(-U) = 0,$$

то есть

$$aV - V^2 t_1 + SU - U^2 t_1 = 0.$$

Решением является

$$t_1 = (SU + aV) / (V^2 + U^2).$$

Для второго велосипедиста

$$(S_2)^2 = (a + Vt)^2 + (S - Ut)^2.$$

Поэтому минимум достигается при условии

$$2(a + Vt_2)V + 2(S - Ut_2)(-U) = 0,$$

Решением является

$$t_2 = (SU - aV) / (V^2 + U^2).$$

Из выражений для t_1 и t_2 находим

$$\Delta t = t_1 - t_2 = (SU + aV) / (V^2 + U^2) - (SU - aV) / (V^2 + U^2) = 2aV / (V^2 + U^2).$$

Отсюда

$$a = \frac{(t_1 - t_2)(U^2 + V^2)}{2V}.$$

Зная a , находим X , S_1 и S_2 :

$$X = \sqrt{a^2 + S^2},$$

$$S_1 = \sqrt{(a - Vt)^2 + (S - Ut)^2},$$

$$S_2 = \sqrt{(a + Vt)^2 + (S - Ut)^2}.$$