

7 класс. Зелёная волна (20 баллов)

На проспекте длиной $L=12.2$ км от первого светофора до последнего настроена “зелёная волна”. Автомобиль, проезжающий по разрешающему сигналу первого светофора, сможет проехать все светофоры без остановки, если он движется со скоростью $V_a=54.6$ км/ч. Разрешающий сигнал светофора горит $t_1=82$ с, а запрещающий $t_2=60$ с. Весь транспорт движется с соблюдением правил. Определите:

1. Верхнюю границу $V_{\max}$ непрерывного интервала скоростей, содержащего V_a , двигаясь с которыми, можно проехать весь проспект без остановок в режиме "зелёной волны".
2. Нижнюю границу $V_{\min}$ этого интервала скоростей.
3. Мотоциклист хочет ехать быстрее, чем $V_{\max}$. Какова при этом наименьшая скорость V_m , с которой он может проскочить без остановки хотя бы первые два светофора (расстояние между ними $S=4.5$ км)?
4. Поливомоечная машина едет с постоянной скоростью медленнее, чем $V_{\min}$. Какова наибольшая скорость V_n , с которой она может проехать без остановки хотя бы первые два светофора?

Ответы вводите с точностью не хуже, чем до одного процента. Введите ответ:

$$\begin{aligned} V_{\max} &= \boxed{16.9} \text{ м/с} \\ V_{\min} &= \boxed{13.8} \text{ м/с} \\ V_a &= \boxed{19.0} \text{ м/с} \\ V_n &= \boxed{12.6} \text{ м/с} \end{aligned}$$

Решение.

1. Определим границы интервала скоростей, позволяющих проехать весь проспект по “зелёной волне”. Автомобиль, движущийся с максимальной скоростью, стартует непосредственно перед выключением зелёного сигнала первого светофора, а прибывает в точку с координатой L сразу после включения зелёного сигнала последнего. Поэтому

$$V_{\max} = \frac{L}{\frac{L}{V_a} - t_1} = 16.9 \text{ м/с.} \quad (1)$$

Автомобиль, движущийся с минимальной скоростью, стартует сразу после включения зелёного сигнала первого светофора, а последний проезжает непосредственно перед выключением зелёного сигнала. Поэтому

$$V_{\min} = \frac{L}{\frac{L}{V_a} + t_1} = 13.8 \text{ м/с.} \quad (2)$$

На графиках зависимости координаты автомобилей от времени (рис.1) наклонные пунктирные линии соответствуют движению со скоростью V_a . Проезжать светофоры можно, попадая в полосы, шириной t_1 . Прямая (1) соответствует движению с $V_{\max}$, а прямая (2) – с $V_{\min}$.

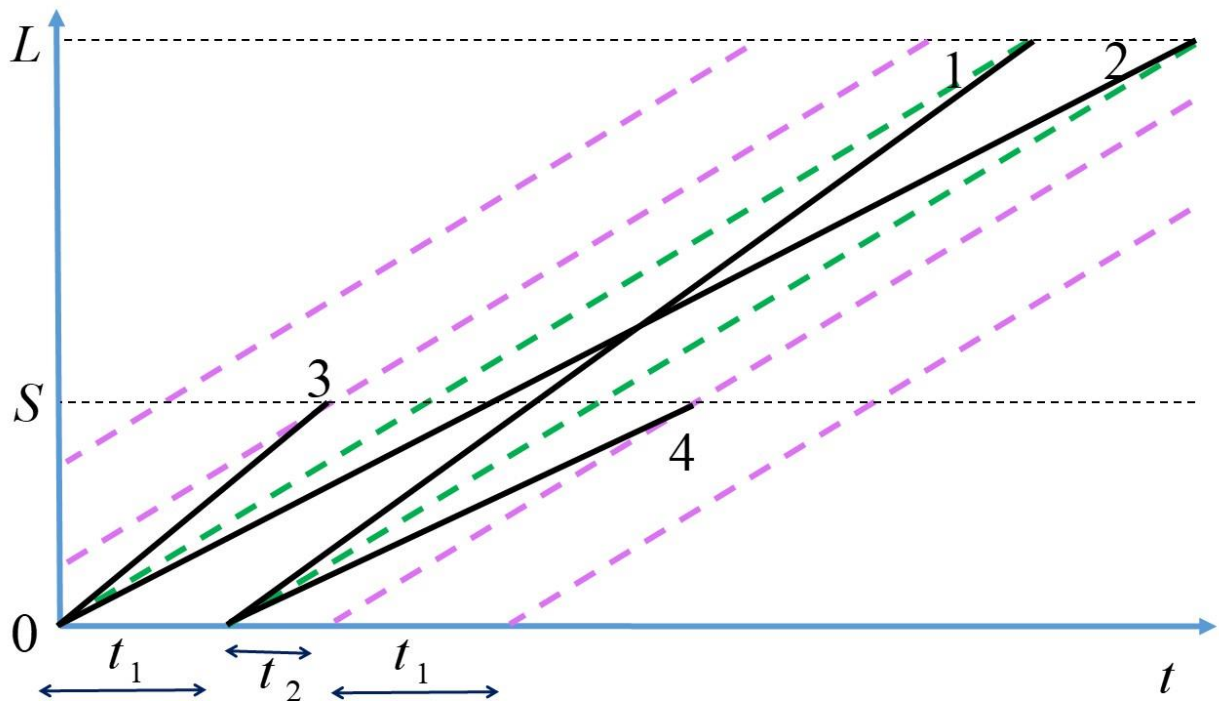


Рис.1. Графики зависимости координаты автомобилей от времени.

2. Мотоциклист проезжает первый светофор в момент включения зелёного сигнала, а ко второму подъезжает непосредственно перед выключением зелёного сигнала в предыдущем разрешённом интервале времени.

$$V_m = \frac{S}{\frac{S}{V_a} - t_2} = 19.0 \text{ м/с.} \quad (3)$$

Движению мотоциклиста соответствует прямая (3) на рисунке 1.

3. Поливомоечная машина проезжает первый светофор непосредственно перед выключением зелёного сигнала, а ко второму подъезжает к началу следующего разрешённого промежутка времени. Движению машины соответствует прямая (4) на рис. 1.

$$V_n = \frac{S}{\frac{S}{V_a} + t_2} = 12.6 \text{ м/с.} \quad (4)$$