

Экспериментальный этап

Теоретическое введение

Силы сухого трения возникают между соприкасающимися поверхностями твердых тел. На величину этих сил существенно влияют состояние поверхностей, их обработка, наличие загрязнений и т.д. Характерной чертой сил сухого трения является то, что они не обращаются в нуль вместе со скоростью.

Сила трения качения возникает между шарообразным или цилиндрическим телом, катящимся по плоской или изогнутой поверхности. Трение качения формально подчиняется тем же законам, что и трение скольжения, но коэффициент трения при качении значительно меньше, чем при скольжении.

Если тело A катится по телу B под действием внешней силы $\vec{F}$ приложенной к центру масс с постоянной скоростью, то есть движется так, что точки соприкосновения их поверхностей не обладают относительной скоростью, то возникновение трения при таких условиях объясняется тем, что тело A и опора B (см. рис.) под действием силы нормального давления $\vec{N}$ взаимно деформируются, поэтому телу A приходится как бы подниматься на возвышение C , преодолевая одновременно молекулярное схватывание в зоне взаимного соприкосновения обоих тел.

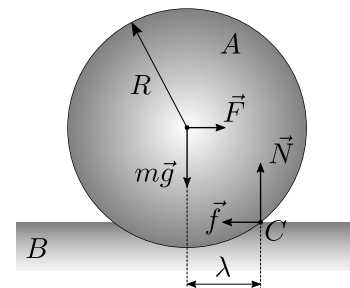
В условиях данной задачи молекулярное схватывание можно считать слабым фактором. Тогда из равенства нулю суммы всех сил и суммы моментов сил относительно точки C в пренебрежении величиной деформации по сравнению с радиусом катящегося тела:

$$\begin{cases} \vec{N} + m\vec{g} = 0, & \vec{F} + \vec{f} = 0 \\ FR = mg\lambda \end{cases}$$

несложно получить следующее соотношение между силой сопротивления движению, радиусом катящегося тела и нормальной силой реакции:

$$f = \lambda \frac{N}{R}.$$

Величина λ в данном уравнении называется коэффициентом трения качения. Являясь плечом силы нормального давления, этот коэффициент имеет размерность длины и выражается обычно десятками или сотыми долями миллиметра в зависимости от свойств поверхности качения.



Задача:

- Определите коэффициент трения качения бильярдного шара по поверхности рабочего стола (парты), за которым вы находитесь.

Оборудование:

- бильярдный шар
- отрезок нити
- миллиметровая бумага
- скотч
- картонный короб

Подробно опишите в отчете все измерения, которые вы проделали и приведите числовые результаты прямых измерений. Явно укажите все физические законы и все следствия из них, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом. Проведите необходимые математические преобразования и расчёты, постаравшись дать числовую оценку погрешности полученного результата.

Решение

1. **Идея «наклонного маятника».** Шарик, прикреплённый к нитке, качается по наклонной плоскости. При этом в каждой крайней точке движение на мгновение останавливается, а амплитуда за счёт трения качения непрерывно убывает.
2. **Рабочая формула для коэффициента трения качения** имеет следующий вид:

$$\lambda = \frac{\cos \phi_n - \cos \phi_0}{2n(\phi_0 + \phi_n)} D \tan \beta,$$

где:

- λ — коэффициент трения качения;
- β — угол наклона плоскости;
- D — диаметр шарика;
- ϕ_0 — начальный угол отклонения маятника;
- ϕ_n — конечный угол отклонения после n **простых** колебаний;
- n — число **простых** колебаний, т.е. счёт идёт по крайним положениям (за одно «полное» колебание шарик проходит 2 «простых»).



Наклонный маятник



Опора стола

Что нужно сделать (ход эксперимента):

1. **Измерить** диаметр D шарика с помощью миллиметровки. Для уточнения результата стоит воспользоваться методом прокатывания или обертывания.
2. **Прикрепить** небольшим кусочком скотча бильярдный шарик к нити
3. **Расположить** (при помощи собранного картонного короба) плоскость рабочей поверхности парты под углом β к горизонтали. Измерить β с помощью миллиметровой бумаги и простых геометрических соображений (высота подъёма / горизонтальная длина). Для установления вертикального направления удобно использовать шар на нити как отвес
4. **Прикрепить** свободный конец нитки к верхней части наклонной плоскости (или к жёсткой стойке на её верхнем краю) так, чтобы шарик лежал на плоскости и мог кататься без скольжения. Прикрепить миллиметровку к поверхности стола, чтобы было удобно выставлять начальные углы.
5. **Установить** начальный угол отклонения маятника ϕ_0 . Аккуратно отпустить шарик, запустив колебания.
6. **Вести счёт** n *простых* колебаний (каждое прохождение «крайнего положения»). Когда шарик дойдёт до n -го, зафиксировать угол ϕ_n прямо по текущей градуированной шкале.

7. **Повторить** эксперимент 2–3 раза, меняя (если нужно) стартовый угол, либо число простых колебаний.
8. **Подставить** полученные величины в формулу (см. выше) и **найти** λ — коэффициент трения качения.

Требуется: по итогам ваших измерений и вычислений определить коэффициент трения качения λ , ответ выразить в мм. Оцените погрешность расчетов.

Дополнительно: обсудить, что дает наибольший вклад в финальную погрешность измерений.

Вывод формулы коэффициента трения качения

1. Равновесие моментов при качении

При равномерном качении шарика нормальная сила

$$N = mg \cos \beta$$

не действует точно в точке контакта, а смещена на расстояние λ . Это смещение создаёт момент относительно центра

$$M_N = N\lambda.$$

С другой стороны, сила трения f , действующая в точке контакта, создаёт момент

$$M_f = fR,$$

где R — радиус шарика (при этом диаметр $D = 2R$). При условии равновесия моментов:

$$fR = N\lambda \implies f = \frac{N\lambda}{R} = \frac{2\lambda mg \cos \beta}{D}.$$

2. Энергетический баланс затухающих колебаний

В крайнем положении маятника его энергия равна потенциальной:

$$E = mgh,$$

где изменение высоты определяется через длину маятника l и угол отклонения φ . Если в начальном крайнем положении амплитуда равна φ_0 , а после затухания — φ_n , то убыль энергии составляет

$$\Delta E = mgl \sin \beta (\cos \varphi_n - \cos \varphi_0).$$

Работа, совершённая силой трения, равна произведению этой силы на суммарный путь S маятника за n простых колебаний (простое колебание соответствует проходу маятника из одной крайней точки в другую). Дуговое расстояние в каждом крайнем положении равно $l\varphi$, поэтому:

$$S = l\varphi_0 + l\varphi_1 + \dots = nl(\varphi_0 + \varphi_n).$$

Подставляя силу трения, получаем:

$$\Delta A = f \cdot S = \frac{2\lambda mg \cos \beta}{D} nl(\varphi_0 + \varphi_n).$$

3. Применение закона сохранения энергии

При затухающем колебании потеря энергии равна работе силы трения:

$$mgl \sin \beta (\cos \varphi_n - \cos \varphi_0) = \frac{2\lambda mg \cos \beta}{D} nl(\varphi_0 + \varphi_n).$$

Для коэффициента трения качения окончательно получаем:

$$\lambda = \frac{D \tan \beta (\cos \varphi_n - \cos \varphi_0)}{2n(\varphi_0 + \varphi_n)}.$$

Разбалловка приведена для авторского проведения эксперимента. Если эксперимент проведен с явными нарушениями, то проверяющий вправе не засчитать выполнения задания (0 баллов). При проведении эксперимента не в представленном варианте (другие методы) баллы проставляются по аналогии с авторским решением с учетом поправки на использованные методы. Максимальное количество баллов – 10.

Критерии оценивания	Балл
Определен диаметр шара	1.0
Для определения диаметра использован метод рядов	1.0
Произведена оценка погрешности диаметра	1.0
Для определения коэффициента выбран метод связанный с использованием наклонного маятника	1.0
Подробно описаны проведенные измерения	1.0
Измерения проведены многократно	1.0
Приведены примеры сделанных расчетов	1.0
Получено разумное значение коэффициента трения качения	2.0
Дана оценка погрешности окончательного результата	1.0