

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Олимпиада школьников СПбГУ по математическому моделированию и искусственному интеллекту

**Примеры заданий заключительного этапа
2022/2023 учебный год**

9-11 классы

Задача 1: Криптарифмы (20 баллов)

Автор задачи: Александр Кривошеин

Автор разбора: Александр Кривошеин

Формулировка (Вариант 1)

Криптарифмом называют математическую головоломку, которая представляет собой арифметическое тождество, где каждая цифра заменена буквой (одинаковые цифры заменяются одинаковыми буквами, разные цифры заменяются разными буквами).

Пример:

$$AXA + OXO = CMEX$$

Решением криптарифма является такая подстановка цифр вместо букв, при которой получается верное равенство. При этом запрещается, чтобы первые буквы слов соответствовали нулям.

Например, решение криптарифма выше: $A = 2, O = 7, X = 9, C = 1, M = 0, E = 8$ или $292 + 797 = 1089$.

Подстановка вида $A = 1, O = 5, X = 6, C = 0, M = 7, E = 2$ или $161 + 565 = 0726$ решением не является.

Криптарифм называют правильным, если он имеет только одно решение.

Пример выше не является правильным, так как существуют другие решения, например, $494 + 595 = 1089$.

Ниже представлено 40 криптарифмов. Также, для удобства, они представлены в файле “Var1.xls”

ЛОКОН+ЛОКОН=ВОЛОСЫ

ТРИ+ДВА=ПЯТЬ

ЛЮБА+ЛЮБИТ=АРБУЗЫ

АХИНЕЯ+АХИНЕЯ=ЧЕПУХА

ПЛЮС+ПЛЮС=МИНУС

КОРОЛЬ+КОРОНА=МОНАРХ

НОТА+НОТА=ТАКТ

РЮМКА+РЮМКА=АВАРИЯ

ЛАДЬЯ+ЛАДЬЯ=ФЕРЗЬ

ТРЮК+ТРЮК=ЦИРК

МОШКА+МОШКА=КОМАРЫ

БИТ+БАЙТ=СЛОВО

ВОЛК+ЛИСА=ЗВЕРИ

СИНИЦА+СИНИЦА=ПТИЧКИ

МУХА+МУХА=СЛОН

ОГОНЬ+ВОДА=ПОХОД

ГОРОД+ГОРОД=СТРАНА
КРЕМ+КРЕМ=ЖЕЛЕ
РАЙОН+РАЙОН=ГОРОД
ОХОХО+АХАХА=АХАХАХ
ДРАМА+ДРАМА=ТЕАТР
ОДИН+ОДИН=МНОГО
ТРОС+ТРОС=КАНАТ
РЕКА+МОРЕ=ОКЕАН
ЧЕТЫРЕ+ЧЕТЫРЕ=ВОСЕМЬ
СПОРТ+СПОРТ=КРОСС
ГНОМ+ГНОМ=СКАЛА
НИТКА+НИТКА=ТКАНЬ
ХОЛОД+ДОЖДЬ=ОСЕНЬ
КАРТА+КАРТА=АТЛАС
НАТАША+ТОНЯ=СЁСТРЫ
МЕМ+МЕМ=ПОСТ
МАМА+ПАПА=ЧАДО
ШЛИТЕ+ШЛИТЕ=ДЕНЬГИ
СЕМЬ+ОДИН=ШЕСТЬ
ВАГОН+ВАГОН=СОСТАВ
ПИТЕР+МОСКВА=ГОРОДА
МИНУС+МИНУС=РАВНО
БАЛЕТ+БАЛЕТ=ТЕАТР
ЛЕТО+ЛЕТО=ПОЛЕТ

Файл можно скачать по ссылке

<https://disk.yandex.ru/i/S7v3rknK3cRcTw>

Формулировка (Вариант 2)

Криптарифмом называют математическую головоломку, которая представляет собой арифметическое тождество, где каждая цифра заменена буквой (одинаковые цифры заменяются одинаковыми буквами, разные цифры заменяются разными буквами).

Пример:

$AXA + OXO = CMEX$

Решением криптарифма является такая подстановка цифр вместо букв, при которой получается верное равенство. При этом запрещается, чтобы первые буквы слов соответствовали нулям.

Например, решение криптарифма выше: $A = 2, O = 7, X = 9, C = 1, M = 0, E = 8$ или $292 + 797 = 1089$.

Подстановка вида $A = 1, O = 5, X = 6, C = 0, M = 7, E = 2$ или $161 + 565 = 0726$ решением не является.

Криптарифм называют правильным, если он имеет только одно решение.

Пример выше не является правильным, так как существуют другие решения, например, $494 + 595 = 1089$.

Ниже представлено 40 криптарифмов. Также, для удобства, они представлены в файле “Var6.xls”

ОТВЕТ+ОЧЕНЬ=ПРОСТ
КАПЛЯ+КАПЛЯ=ДОЖДЬ
ПИТЕР+МОСКВА=ГОРОДА
АХИНЕЯ+АХИНЕЯ=ЧЕПУХА
ГОРА+ОГОНЬ=ВУЛКАН
НОТА+НОТА=ТАКТ
РЕКА+МОРЕ=ОКЕАН
ГНОМ+ГНОМ=СКАЛА
НАТАША+ТОНЯ=СЁСТРЫ
КИРПИЧ+КИРПИЧ=СТЕНКА
УТРО+ВЕЧЕР=СУТКИ
ВОЛК+ЛИСА=ЗВЕРИ
ВЕСНА+ЛЕТО=ТЕПЛО
МАГНИЙ+ТАНТАЛ=МЕТАЛЛЫ
ЛАПА+ШАЛЬ=ШЛЯПА
ЕЛЬ+ЕЛЬ=ЛЕС
ЛАДЬЯ+ЛАДЬЯ=ФЕРЗЬ
РЮМКА+РЮМКА=АВАРИЯ
СИНИЦА+СИНИЦА=ПТИЧКИ
СЕМЬ+ОДИН=ШЕСТЬ
МЕМ+МЕМ=ПОСТ
БАЛЕТ+БАЛЕТ=ТЕАТР
МАМА+ПАПА=ЧАДО
ТРЮК+ТРЮК=ЦИРК
ЧЕТЫРЕ+ЧЕТЫРЕ=ВОСЕМЬ
ВАГОН+ВАГОН=СОСТАВ
НИТКА+НИТКА=ТКАНЬ
ТРИ+ДВА=ПЯТЬ
КУРСК+ГОРСК=ГОРОДА
СПОРТ+СПОРТ=КРОСС
БИТ+БАЙТ=СЛОВО
ПЛЮС+ПЛЮС=МИНУС
ОДИН+ОДИН=МНОГО
ЛЮБА+ЛЮБИТ=АРБУЗЫ
ОХОХО+АХАХА=АХАХАХ
МИНУС+МИНУС=РАВНО
СЛОВО+СЛОВО=ПЕСНЯ
ДЕТАЛЬ+ДЕТАЛЬ=ИЗДЕЛИЕ
УДАР+УДАР=ДРАКА
ТРОС+ТРОС=КАНАТ

Файл можно скачать по ссылке

<https://disk.yandex.ru/i/kaAqa2kuY7WsRw>

Формулировка (Вариант 3)

Криптарифмом называют математическую головоломку, которая представляет собой арифметическое тождество, где каждая цифра заменена буквой (одинаковые цифры заменяются одинаковыми буквами, разные цифры заменяются разными буквами).

Пример:

$$АХА+ОХО = СМЕХ$$

Решением криптарифма является такая подстановка цифр вместо букв, при которой получается верное равенство. При этом запрещается, чтобы первые буквы слов соответствовали нулям.

Например, решение криптарифма выше: $A = 2, O = 7, X = 9, C = 1, M = 0, E = 8$ или $292 + 797 = 1089$.

Подстановка вида $A = 1, O = 5, X = 6, C = 0, M = 7, E = 2$ или $161 + 565 = 0726$ решением не является.

Криптарифм называют правильным, если он имеет только одно решение.

Пример выше не является правильным, так как существуют другие решения, например, $494 + 595 = 1089$.

Ниже представлено 40 криптарифмов. Также, для удобства, они представлены в файле “Var10.xls”

ЛУКА+ЛУКИЧ=ИВАНОВ

ПЕСОК+ВОДА=ОАЗИС

ПЛЮС+ПЛЮС=МИНУС

ВОЛК+ЛИСА=ЗВЕРИ

СЕМЬ+ОДИН=ШЕСТЬ

ВАГОН+ВАГОН=СОСТАВ

СЛОВО+СЛОВО=ПЕСНЯ

ПАС+ПАС=ГОЛ

КУРСК+ГОРСК=ГОРОДА

КРЕМ+КРЕМ=ЖЕЛЕ

СЕТ+ГЕЙМ=МАТЧ

МАМА+ПАПА=ЧАДО

КОРОЛЬ+КОРОНА=МОНАРХ

НОТА+НОТА=ТАКТ

КАРТА+КАРТА=АТЛАС

ВЕСНА+ЛЕТО=ТЕПЛО

НИТКА+НИТКА=ТКАНЬ

ОХОХО+АХАХА=АХАХАХ

СИНИЦА+СИНИЦА=ПТИЧКИ

ВЕТКА+ВЕТКА=ДЕРЕВО

ЛОКОН+ЛОКОН=ВОЛОСЫ

НАУКА+УЧЁБА=РАБОТА

МОШКА+МОШКА=КОМАРЫ

НАТАША+ТОНЯ=СЁСТРЫ
АЛЬДЕ+БАРАН=ТЕЛЕЦ
ГОРА+ОГОНЬ=ВУЛКАН
КАПЛЯ+КАПЛЯ=ДОЖДЬ
ТРЮК+ТРЮК=ЦИРК
ХОЛОД+ДОЖДЬ=ОСЕНЬ
ЕЛЬ+ЕЛЬ=ЛЕС
ЛЕТО+ЛЕТО=ПОЛЕТ
КОСТИ+КОСТИ=СКЕЛЕТ
КИРПИЧ+КИРПИЧ=СТЕНКА
БОРТ+МАЧТА=ЛОДКА
ТРИ+ДВА=ПЯТЬ
ГОРОД+ГОРОД=СТРАНА
МЕМ+МЕМ=ПОСТ
БИТ+БАЙТ=СЛОВО
МУХА+МУХА=СЛОН
ОТВЕТ+ОЧЕНЬ=ПРОСТ

Задача 2: Стихотворный размер (40 баллов)

Автор задачи: Александр Кривошеин

Автор разбора: Александр Кривошеин

Формулировка (Вариант 1)

На уроке литературы Петя узнал, что любимым стихотворным размером русских классических поэтов 19-го века был ямб (среди пяти классических стихотворных размеров: хорей, ямб, дактиль, амфибрахий, анапест). Петя любил анализировать данные и подвергал всё сомнению. Он решил проверить, действительно ли это так. Для этого он случайным образом выбрал 800 стихотворений А.А. Фета и решил определить количество стихов, написанных ямбом.

Набор стихов находится в файле “Stihi1.xls”. Также, для удобства, стихи можно скачать архивом “Stihi1.zip”. В архиве каждый стих записан в отдельном текстовом файле.

Задача: помогите Пете найти количество стихотворений, написанных ямбом.

Для решения задачи может понадобиться орфоэпический словарь (словарь ударений)

Файл с таким словарём прикреплён здесь “all_accents.zip”. Словарь является текстовым файлом, в файле в каждой строке записано слово и через запятую его версия с ударением, которое выделено символом ^.

Оригинал словаря в формате .tsv можно найти по ссылке:

https://github.com/Koziev/NLP_Datasets/blob/master/Stress/all_accents.zip

Файл “Stihi1.xls” можно скачать по ссылке:

<https://disk.yandex.ru/i/B0E-5OHuYHLOKg>

Файл “all_accents.zip” можно скачать по ссылке:

<https://disk.yandex.ru/d/0qKARuegQkatWQ>

Комментарий

Набор стихотворений был выгружен поэтического корпуса Национального корпуса русского языка:

<https://ruscorpora.ru/new/search-poetic.html>

Этот корпус содержит базу данных с размеченными стихами, стихотворный размер указан для каждой строчки. Выбирались те стихи, в которых более 90% строк написаны одним из классических стихотворных размеров.

Формулировка (Вариант 2)

На уроке литературы Петя узнал, что любимым стихотворным размером русских классических поэтов 19-го века был ямб (среди пяти классических стихотворных размеров: хорей, ямб, дактиль, амфибрахий, анапест). Петя любил анализировать данные и подвергал всё сомнению. Он решил проверить, действительно ли это так. Для этого он случайным образом выбрал 800 стихотворений А.А. Фета и решил определить количество стихов, написанных ямбом.

Набор стихов находится в файле “Stihi2.xls”. Также, для удобства, стихи можно скачать архивом “Stihi2.zip”. В архиве каждый стих записан в отдельном текстовом файле.

Задача: помогите Пете найти количество стихотворений, написанных ямбом.

Для решения задачи может понадобиться орфоэпический словарь (словарь ударений)

Файл с таким словарём прикреплён здесь “all_accents.zip”. Словарь является текстовым файлом, в файле в каждой строке записано слово и через запятую его версия с ударением, которое выделено символом ^.

Оригинал словаря в формате .tsv можно найти по ссылке:

https://github.com/Koziev/NLP_Datasets/blob/master/Stress/all_accents.zip

Файл “Stihi2.xls” можно скачать по ссылке:

<https://disk.yandex.ru/i/UhBbtdDLt8t1-A>

Файл “all_accents.zip” можно скачать по ссылке:

<https://disk.yandex.ru/d/0qKARuegQkatWQ>

Формулировка (Вариант 3)

На уроке литературы Петя узнал, что любимым стихотворным размером русских классических поэтов 19-го века был ямб (среди пяти классических стихотворных размеров: хорей, ямб, дактиль, амфибрахий, анапест). Петя любил анализировать данные и подвергал всё сомнению. Он решил проверить, действительно ли это так. Для этого он случайным образом выбрал 800 стихотворений А.А. Фета и решил определить количество стихов, написанных ямбом.

Набор стихов находится в файле “Stihi3.xls”. Также, для удобства, стихи можно скачать архивом “Stihi3.zip”. В архиве каждый стих записан в отдельном текстовом файле.

Задача: помогите Пете найти количество стихотворений, написанных ямбом.

Для решения задачи может понадобиться орфоэпический словарь (словарь ударений)

Файл с таким словарём прикреплён здесь “all_accents.zip”. Словарь является текстовым файлом, в файле в каждой строке записано слово и через запятую его версия с ударением, которое выделено символом ^.

Оригинал словаря в формате .tsv можно найти по ссылке:

https://github.com/Koziev/NLP_Datasets/blob/master/Stress/all_accents.zip

Файл “Stihi3.xls” можно скачать по ссылке:

<https://disk.yandex.ru/i/yleslqBptBvTKg>

Файл “all_accents.zip” можно скачать по ссылке:

<https://disk.yandex.ru/d/0qKARuegQkatWQ>

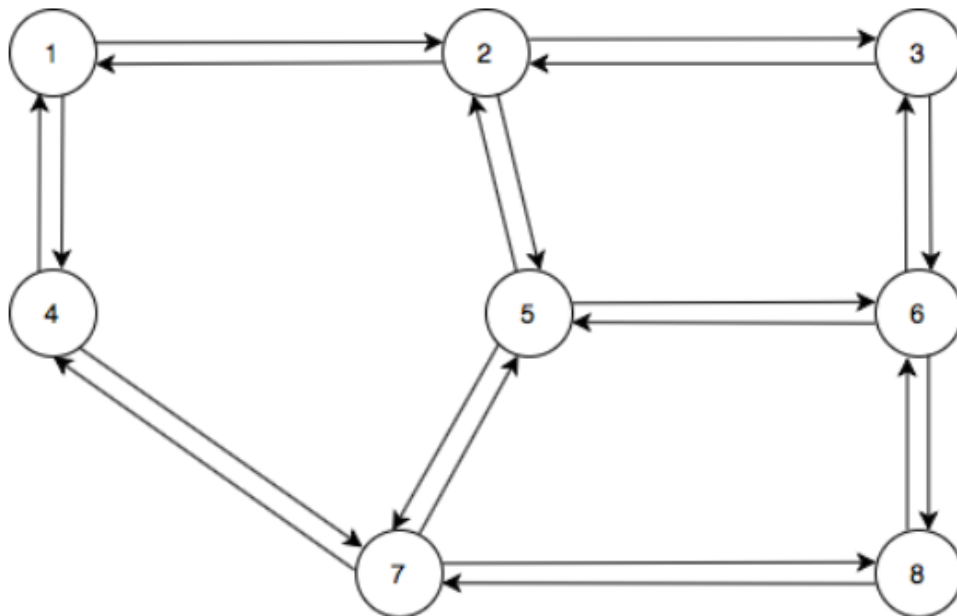
Задача 3: Транспортный поток (40 баллов)

Автор задачи: Александр Крылатов

Авторы разбора: Александр Кривошеин

Формулировка (Вариант 1)

Рассмотрим улично-дорожную сеть, состоящую из 8 узлов и 20 направленных дуг:



Время движения одного автомобиля по направленной дуге (i, j) зависит от количества всех автомобилей x_{ij} , желающих проехать по этой дуге, следующим образом:

$$t_{ij}(x_{ij}) = t_{ij}^0 \left(1 + \frac{x_{ij}}{c_{ij}} \right),$$

где t_{ij}^0 время свободного движения по дуге, а c_{ij} коэффициент, влияющий на время прохождения дуги.

Временем движения по некоторому маршруту из узла r в узел s назовём суммарное время движения по всем дугам, входящим в маршрут.

Пример. Пусть $t_{36}^0 = 3$, $t_{68}^0 = 2$, $c_{36} = 2340$, $c_{68} = 495$. Тогда время свободного движения по маршруту из узла 3 через узел 6 до узла 8 равно $2 + 3 = 5$. Если же по этому маршруту желает проехать 1000 автомобилей, то время движения по маршруту равно

$$3 \left(1 + \frac{1000}{2340} \right) + 2 \left(1 + \frac{1000}{495} \right) = 10.32.$$

Пусть из узла отправления 1 в узел прибытия 8 желает проехать 9000 автомобилей. При этом эти автомобили распределятся по возможным маршрутам между узлами таким образом: время движения по выбранным маршрутам между парой узлов отправления-прибытия является одинаковым и это время меньше времени движения по оставшимся маршрутам между узлами 1 и 8.

Найдите время движения из узла отправления 1 в узел прибытия 8 в загруженной указанным выше образом сети. В качестве ответа введите число с точностью до двух знаков после запятой. Например, 25,03.

Значения параметров времени свободного движения t_{ij}^0 и значения коэффициентов c_{ij} даны в таблицах 1 и 2 соответственно.

Таблица 1: Значения параметров времени свободного движения

t_{12}^0	t_{23}^0	t_{14}^0	t_{25}^0	t_{36}^0	t_{56}^0	t_{47}^0	t_{57}^0	t_{68}^0	t_{78}^0
4	5	5	4	3	4	6	3	2	5

Таблица 2: Значения коэффициентов c_{ij}

c_{12}	c_{23}	c_{14}	c_{25}	c_{36}	c_{56}	c_{47}	c_{57}	c_{68}	c_{78}
2590	496	2340	2340	2340	1778	1778	495	495	2340

Отметим, что $t_{ij}^0 = t_{ji}^0$ и $c_{ij} = c_{ji}$ для всех пар узлов i, j , соединённых дугами.

Формулировка (Вариант 2 и 3)

Варианты 2 и 3 отличаются от Варианта 1 количеством автомобилей, желающих проехать по маршруту от пункта 1 до пункта 8.

Вариант 2: Пусть из узла отправления 1 в узел прибытия 8 желает проехать 10000 автомобилей.

Вариант 3: Пусть из узла отправления 1 в узел прибытия 8 желает проехать 11000 автомобилей.