

Олимпиада «Физтех.инженер» 2 марта 2024 года  
Решения заданий заключительного тура. 10 класс.

Вариант 1

Задача 1

	Поток раствора через мембрану $q_2 = kS_0^2$ .	1
	Поток растворенного вещества через мембрану $q_2' = kS^2$ .	2
	Поскольку раствор перемешивается, то концентрацию омывающего раствора можно принять равной выходной $n_1$ : $n_2 = \frac{n_1 q_2'}{q_2} = n_1 \left( \frac{S}{S_0} \right)^2 = n_1 (1-A)^2$ .	3
	Из закона сохранения растворенного вещества $(q_1 + q_2)n_0 = n_1 q_1 + n_1 (1-A)^2 q_2$ .	1
	Откуда $n_2 = \frac{\left( \frac{q_1}{q_2} + 1 \right) (1-A)^2}{\frac{q_1}{q_2} + (1-A)^2} n_0 \approx 8,6 \text{ мг / л.}$	1
	Если перекрыть загрязненный поток, то $n_2 = n_0$ , т. е. мембрана перестанет очищать раствор, поскольку растворенное вещество начнет накапливаться с одной стороны мембраны.	2

Задача 2

	Приравнивая силу поверхностного натяжения на выходном конце капилляра (при полном смачивании) $\pi\sigma d$ к силе сопротивления, получим $v = \sigma d / 8\eta L = 1,3 \text{ см/с.}$	2
	Мощность насоса $Fv = \pi(\sigma d)^2 / 8\eta L$ .	2 (ф-ла)
А)	Температура жидкости не совпадает с табличным значением, поэтому надо использовать для приближенных расчетов среднее арифметическое соседних по температуре значений вязкости и коэффициента натяжения (можно даже попытаться учесть нелинейность с помощью параболической функции).	1
	$Fv = \pi(\sigma d)^2 / 8\eta L = 1,3 \text{ мкВт}$	1 (число)
Б)	При высоких температурах, как видно из таблицы, отношение $\sigma/\eta$ , стоящее в выражении для скорости, меньше, чем при низких; то есть при низких температурах насос эффективнее.	2
	В космосе на МКС — невесомость, то есть мощность, требуемая на перекачку равного количества топлива, ниже, чем на Земле.	1
В)	В двигателях ориентации потребный расход топлива гораздо меньше, чем в тормозной двигательной установке космического корабля или разгонного блока, а капиллярный насос эффективен именно при небольших скоростях перекачки	1

	(при малых расходах), иначе при больших скоростях непропорционально сильно возрастает гидродинамическое сопротивление.	
--	--	--

### Задача 3

А)	Минимальный температурный перепад находится из величины относительной деформации $\varepsilon = (D - d)/D = A(T - T_0)$ , $(T - T_0) = (D - d)/AD = 286 \text{ К}$ (или $T$ от 570 К до 580 К)	2 + 1 (ф-ла + число)
Б)	Будем считать, что при конечной температуре деформирована только втулка, т.к. она тонкая по сравнению со стержнем и, значит, гораздо сильнее подвержена деформациям. В задачах с кольцевой симметрией необходимо выделить элемент дуги втулки $\alpha R$ и записать баланс сил вдоль радиуса, проходящего симметрично через центр элемента. Две силы упругости $T$ направлены по касательным от концов элемента, а сила нормальной реакции от стержня на втулку $\Delta N = p\Delta S = p\alpha R h$ — по радиусу перпендикулярно боковой поверхности втулки: $\Delta N = 2T \sin(\alpha/2)$ . В силы упругости $T = K\varepsilon\alpha R/2 = E\varepsilon(d_1 - d)h/2$ необходимо подставить относительную остаточную деформацию втулки $\varepsilon = (D - d)/D$ . Находим радиальное давление от остаточных деформаций $p = 2E(d_1 - d)(D - d)/2D^2$ , то есть $p = 5 \times 10^7 \text{ Па}$ .	4
	Минимальная сила противодействует силе трения скольжения $F = \mu\pi D h p = 6,28 \text{ кН}$ .	0,5 + 0,5 (ф-ла + число)
В)	Минимальный момент $M = \mu\pi D^2 h p/2 = 62,8 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .	0,5 + 0,5 (ф-ла + число)
Г)	Работа $W = F\pi D = \mu\pi^2 D^2 h p = 0,394 \text{ кДж}$ .	0,5 + 0,5 (ф-ла + число)

### Задача 4

А)	Сдвиг частоты обусловлен продольным эффектом Доплера. Центр максимума смещается пропорционально скорости сближения, а полуширина максимума пропорциональна максимальной скорости вращения винта. Последняя соответствует скорости кончиков лопастей. Надо учесть сдвиг частоты как при падении волны, так и при ее обратном излучении (они одинаковы). Суммарная величина относительного сдвига для продольного эффекта Доплера $\Delta v/v = 2V/c$ .	3
	Если для сдвига максимума $\Delta v/v = 10^{-7}$ , то скорость сближения $V_0 = 15 \text{ м/с}$ .	1
	Если относительное уширение отраженного сигнала $\Delta v/v = 2 \cdot 10^{-7}$ , то $V = \omega R = 30 \text{ м/с}$ — максимальная скорость на концах лопаток и $\omega = 30 \text{ рад/с}$ .	2
	$c$ — скорость света (но не звука!)	
Б)	Дальность определяется по запаздыванию отраженного сигнала относительно излученного. Это запаздывание должно быть больше, чем длительность импульса, иначе на антенне передний фронт отраженного сигнала наложится на задний фронт испускаемого импульса: $\tau < 2L/c$ , $L > 150 \text{ м}$ .	2 + 1 (ф-ла + число)

В)	При удалении от самолета максимум отраженного спектра на рисунке будет сдвигаться влево от исходного максимума, ширина максимума не изменится.	1
----	--	---

Задача 5

А)	<p>По определению напряженность пропорциональна густоте силовых линий, поэтому между соседними по вертикали линиями слева от щели расстояние <math>H \sim 1/E_1</math>, а справа — <math>h \sim 1/E_2</math>. В отсутствие зарядов в зазоре линии напряженности не начинаются и не обрываются. Центральная линия с номером <math>n = 0</math> не преломляется в зазоре. Для <math>n</math>-ой линии, проходящей выше центральной, есть преломление — в середине ширины щели отношение проекций напряженностей <math>E_y/E_x = n(H-h)/d</math>, где <math>n = y/[\frac{1}{2}(H+h)]</math>. Поэтому в приближении малых углов в середине ширины щели выполняется <math>E_x \approx E = \frac{1}{2}(E_1 + E_2)</math>. Тогда получим <math>E_y/E \approx 2y(E_1 - E_2)/d(E_1 + E_2)</math> или <math>E_y \approx y(E_1 - E_2)/d</math>, откуда <math>A = (E_1 - E_2)/d</math>.</p>	3 балла за формулу
	<i>Для зазора можно дать ответ из теоремы Гаусса.</i>	
Б)	<p>В окрестностях зазора на длине горизонтального участка <math>d</math> импульс электронов <math>mV</math> меняется благодаря действию вертикальной силы <math>eE_y</math> в течение времени <math>d/V</math> на величину <math>\Delta p_y = eE_y d/V</math>. Геометрически свяжем сумму малых углов, под которыми направлены импульсы электронов в точках <math>x_{1,2}</math> относительно оси <math>x</math> через отношение изменения импульса в зазоре к самому импульсу <math>\alpha + \beta \approx \Delta p_y/mV</math> или <math>y/x_1 + y/x_2 \approx \Delta p_y/mV</math>. Получившееся выражение приведем к виду, аналогичному формуле тонкой линзы: <math>1/x_1 + 1/x_2 = 1/F</math>.</p>	2
В)	<p>Фокусное расстояние выражается через кинетическую энергию частицы (электрона): <math>F = \frac{mV^2}{e(E_1 - E_2)} = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}</math>. В итоге <math>V = \sqrt{\frac{e(E_1 - E_2)}{m} \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}} = 1 \cdot 10^4</math> м/с.</p>	1 + 1 (ф-ла + число)
Г)	<p>При вылете из электронной пушки кинетическую энергию можно выразить через разгоняющую разность потенциалов <math>mV^2/2 = eu</math>. Дифференцируем формулу тонкой линзы по времени, получаем, что точка фокусировки удаляется от линзы со скоростью <math>U = u^{-1}(du/dt)(x_2/F)^2 = 9</math> см/с.</p>	1,5 + 0,5 (ф-ла + число)
Д)	<p>Излом силовых линий приводит к парадоксу. Известно, что эквипотенциали должны быть перпендикулярны силовым линиям. На входе в зазор со стороны однородного поля в месте излома можно нарисовать вертикальную эквипотенциаль. А в неоднородном поле зазора можно нарисовать другую эквипотенциаль, которая будет выгнута в центре направо. Пусть сверху и снизу эти эквипотенциали касаются (то есть на них равные потенциалы), тогда по центру есть горизонтальный участок, где потенциал между эквипотенциали не меняется, а это противоречит тому, что в центре существует горизонтальная ненулевая напряженность.</p>	1
	<i>Можно привести другое противоречие.</i>	

Задача 6

	<p>Полезная мощность двигателя определяется моментом сил <math>M</math>, который он прикладывает к КВШ:</p> $P = M\omega.$	1
	<p>На КВШ также действуют моменты трения в оси <math>M_{тр}</math> и момент касательной реакции <math>f</math> со стороны троса, равной по модулю (III закон Ньютона) силе трения покоя, удерживающей канат на шкиве.</p> <p>Рассмотрим изогнутый участок троса. Пусть на его концы со стороны других участков троса действуют вниз силы <math>T_1</math> и <math>T_2</math>, а также суммарная касательная реакция со стороны КВШ <math>f</math> по направлению вращения. Пусть опускающаяся кабина лифта подвешена к первому тросу, тогда по I закону Ньютона суммарная сила трения покоя равна</p> $f = T_1 - T_2 = \begin{cases} 0, & \text{для пустой кабины} \\ mg, & \text{для кабины с пассажирами} \end{cases}.$	
	<p>Тогда условие равномерного вращения КВШ запишется как</p> $\begin{cases} M_0 = M_{тр0}, & \text{для пустой кабины} \\ M = M_{тр} + mgr, & \text{для кабины с пассажирами} \end{cases}.$	3
	<p>Разделим почленно уравнения:</p> $\frac{M}{M_0} = \frac{M_{тр}}{M_{тр0}} + \frac{mgr}{M_0}.$	
	<p>Буквами <math>M_0</math> и <math>M</math> в этих формулах обозначаются моменты сил трения скольжения и качения в оси КВШ. Модули этих сил прямо пропорциональны силам реакции опоры <math>N_0</math> и <math>N</math>.</p> $\begin{aligned} N_0 = (m_0 + 2M)g &\Rightarrow M_{тр0} = (m_0 + 2M)gr \Rightarrow \frac{M_{тр}}{M_{тр0}} = \frac{m + m_0 + 2M}{m_0 + 2M}. \\ N = (m + m_0 + 2M)g &\Rightarrow M_{тр} = (m + m_0 + 2M)gr \Rightarrow \frac{M_{тр}}{M_{тр0}} = \frac{m + m_0 + 2M}{m_0 + 2M}. \end{aligned}$	2
	<p>Умножим числитель и знаменатель на угловую скорость и получим ответ:</p> $\frac{P}{P_0} = \frac{m + m_0 + 2M}{m_0 + 2M} + \frac{mgu}{P_0} = 1,73.$ <p>Ответ: <math>\frac{\Delta P}{P_0} \cdot 100\% = \left( \left( \frac{mgu}{P_0} \right) + \left( \frac{m}{m_0 + 2M} \right) \right) \cdot 100\% \approx 73\%.</math></p>	1 (число)
А)	<p>Редуктор для КВШ задает необходимую угловую скорость вращения, уменьшая скорость вращения вала двигателя. Более тихоходные двигатели той же мощности должны иметь бóльшие размеры ротора, что дороже.</p>	1
Б)	<p>Если ротор не вращается, то нет против-ЭДС (самоиндукции). Следовательно, через него течет ток бóльшей силы. При этом выделяется бóльшая тепловая мощность в проводах.</p>	2

Олимпиада «Физтех.инженер» 2 марта 2024 года  
Решения заданий заключительного тура. 10 класс.

Вариант 2

Задача 1

	Поток раствора через мембрану $q_2 = kS_0^2$	1
	Поток растворенного вещества через мембрану $q'_2 = kS^2$	2
	Поскольку раствор перемешивается, то концентрацию омывающего раствора можно принять равной выходной $n_1$ : $n_2 = \frac{n_1 q'_2}{q_2} = n_1 \left( \frac{S}{S_0} \right)^2 = n_1 (1-A)^2$ .	3
	Из закона сохранения растворенного вещества $(q_1 + q_2)n_0 = n_1 q_1 + n_1 (1-A)^2 q_2$ .	1
	Откуда $n_2 = \frac{\left( \frac{q_1}{q_2} + 1 \right) (1-A)^2}{\frac{q_1}{q_2} + (1-A)^2} n_0 \approx 13,73 \text{ мг / л.}$	1
	Если перекрыть загрязненный поток, то $n_2 = n_0$ , т. е. мембрана перестанет очищать раствор, поскольку растворенное вещество начнет накапливаться с одной стороны мембраны.	2

Задача 2

	Приравнивая силу поверхностного натяжения на выходном конце капилляра (при полном смачивании) $\pi\sigma d$ к силе сопротивления, получим $v = \sigma d / 8\eta L = 2,5 \text{ см/с.}$	2
	Объемный расход $q = Sv$ .	1
А)	Температура жидкости не совпадает с табличным значением, поэтому надо использовать для приближенных расчетов среднее арифметическое соседних по температуре значений вязкости и коэффициента натяжения (можно даже попытаться учесть нелинейность с помощью параболической функции).	1
	$q = Sv = 5 \text{ мм}^3/\text{с.}$	1 (число)
Б)	При высоких температурах, как видно из таблицы, отношение $\sigma/\eta$ , стоящее в выражении для скорости, больше, чем при низких	2
	примерно на один процент.	1
В)	Плюсы в том, что нет подвижных деталей, то есть высока надежность (нечему ломаться!);	0,5
	в бесшумности работы такого насоса.	0,5
	Минусы в том, что капилляр тонкий и легко засорится;	0,5

	тонкий капилляр ограничивает расход охладителя и пригоден только для малой интенсивности охлаждения.	0,5
	<i>Могут быть найдены другие плюсы и минусы, 0,5 баллов за каждый, общей суммой не более 2 баллов.</i>	

### Задача 3

А)	Минимальный температурный перепад находится из величины относительной деформации $\varepsilon = (D - d)/D = A(T - T_0)$ и равен 28,6 К.	2 + 1 (ф-ла + число)
Б)	Будем считать, что при конечной температуре деформирована только втулка, т.к. она тонкая по сравнению со стержнем и, значит, гораздо сильнее подвержена деформации. Для задачи с кольцевой симметрией необходимо выделить элемент дуги втулки $\alpha R$ и записать баланс сил вдоль радиуса, проходящего симметрично через центр элемента. Две силы упругости $T$ направлены по касательным от концов элемента, а сила нормальной реакции от стержня на втулку $\Delta N = p\Delta S = p\alpha R h$ — по радиусу перпендикулярно боковой поверхности втулки: $\Delta N = 2T \sin(\alpha/2)$ . В силы упругости $T = K\varepsilon\alpha R/2 = E\varepsilon(d_1 - d)h/2$ необходимо подставить относительную остаточную деформацию втулки $\varepsilon = (D - d)/D$ . Находим радиальное давление от остаточных деформаций $p = 2E(d_1 - d)(D - d)/2D^2$ , то есть $p = 5 \times 10^6$ Па.	4
	Минимальная сила противодействует силе трения скольжения $F = \mu\pi D h p = 0,628$ кН.	0,5 + 0,5 (ф-ла + число)
В)	Минимальный момент $M = \mu\pi D^2 h p/2 = 6,28$ Н·м.	0,5 + 0,5 (ф-ла + число)
Г)	Работа $W = F\pi D/2 = \mu\pi^2 D^2 h p/2 = 19,7$ Дж.	0,5 + 0,5 (ф-ла + число)

### Задача 4

А)	Сдвиг частоты обусловлен продольным эффектом Доплера. Центр максимума смещается пропорционально скорости сближения, а полуширина максимума пропорциональна максимальной скорости вращения винта. Последняя соответствует скорости кончиков лопастей. Надо учесть сдвиг частоты как при падении волны, так и при ее обратном излучении (они одинаковы). Суммарная величина относительного сдвига для продольного эффекта Доплера $\Delta v/v = 2V/c$ .	3
	Если для сдвига максимума $\Delta v/v = 10^{-7}$ , то скорость сближения $V_0 = 15$ м/с.	1
	Если относительное уширение отраженного сигнала $\Delta v/v = 2 \cdot 10^{-7}$ , то $V = 2\pi n R = 30$ м/с — максимальная скорость на концах лопаток и $R = 1$ м.	2
	$c$ — скорость света (но не звука!), $n$ — число оборотов	

Б)	Дальность определяется по запаздыванию отраженного сигнала относительно излученного. Однако запаздывание не может быть больше периода следования импульсов, иначе передний фронт отраженного импульса наложится на антенне на передний фронт следующего излучаемого импульса: $1/f > 2L/c$ , $L < c/2f$ или $L < 15$ км.	2 + 1 (ф-ла + число)
В)	Если коптер зависает, то скорость сближения уменьшается и сдвиг вправо максимума отраженного сигнала уменьшается. Ширина отраженного сигнала слегка уменьшится, т.к. несущий винт должен будет снизить свои обороты при зависании: он больше не должен создавать силу тяги, а создает теперь только подъемную силу.	1

Задача 5

А)	<p>По определению напряженность пропорциональна густоте силовых линий, поэтому между соседними по вертикали линиями слева от щели расстояние <math>H \sim 1/E_1</math>, а справа — <math>h \sim 1/E_2</math>. В отсутствие зарядов в зазоре линии напряженности не начинаются и не обрываются. Центральная линия с номером <math>n = 0</math> не преломляется в зазоре. Для <math>n</math>-й линии, проходящей выше центральной, есть преломление — в середине ширины щели отношение проекций напряженностей <math>E_y/E_x = n(H-h)/d</math>, где <math>n = y/\left[\frac{1}{2}(H+h)\right]</math>. Поэтому в приближении малых углов в середине ширины щели выполняется <math>E_x \approx E = \frac{1}{2}(E_1 + E_2)</math>. Тогда получим <math>E_y/E \approx 2y(E_1 - E_2)/d(E_1 + E_2)</math> или <math>E_y \approx y(E_1 - E_2)/d</math>, откуда <math>A = (E_1 - E_2)/d</math>.</p> <p><i>Для зазора можно дать ответ из теоремы Гаусса.</i></p>	3
Б)	<p>В окрестностях зазора на длине горизонтального участка <math>d</math> импульс электронов <math>mV</math> меняется благодаря действию вертикальной силы <math>eE_y</math> в течение времени <math>d/V</math> на величину <math>\Delta p_y = eE_y d/V</math>. Геометрически свяжем сумму малых углов, под которыми направлены импульсы электронов в точках <math>x_{1,2}</math> относительно оси <math>x</math> через отношение изменения импульса в зазоре к самому импульсу <math>\alpha + \beta \approx \Delta p_y/mV</math> или <math>y/x_1 + y/x_2 \approx \Delta p_y/mV</math>. Получившееся выражение приведем к виду, аналогичному формуле тонкой линзы: <math>1/x_1 + 1/x_2 = 1/F</math>, где фокусное расстояние <math>F</math> выражается через координаты <math>x_1</math> и <math>x_2</math>: <math>F = x_1 x_2 / (x_1 + x_2) = 2/3</math> см.</p>	1 + 1 (ф-ла + число)
В)	<p>С другой стороны, <math>F = \frac{mV^2}{e(E_1 - E_2)}</math>. В итоге (для иона) <math>V = \sqrt{\frac{q(E_1 - E_2)}{m} \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}} = 1,6 \cdot 10^2</math> м/с.</p>	1 + 1 (ф-ла + число)
Г)	<p>Дифференцируем формулу тонкой линзы по времени, получаем, что точка фокусировки приближается к линзе со скоростью <math>U = (E_1 - E_2)^{-1} (dE_2/dt) (x_2/F)^2 = -9</math> см/с.</p>	1,5 + 0,5 (ф-ла + число)
Д)	<p>В точке излома траектории существует излом вектора скорости, то есть в этой точке существует мгновенное изменение скорости или бесконечное ускорение (сила), чего быть не может.</p> <p><i>Возможно и другое объяснение.</i></p>	1

Задача 6

	<p>Полезная мощность двигателя определяется моментом сил <math>M</math>, который он прикладывает к КВШ:</p> $P = M\omega.$	1
	<p>На КВШ также действуют моменты трения в оси <math>M_{тр}</math> и момент касательной реакции <math>f</math> со стороны троса, равной по модулю (III закон Ньютона) силе трения покоя, удерживающей канат на шкиве.</p> <p>Рассмотрим изогнутый участок троса. Пусть на его концы со стороны других участков троса действуют вниз силы <math>T_1</math> и <math>T_2</math>, а также суммарная касательная реакция со стороны КВШ <math>f</math> по направлению вращения. Пусть опускающаяся кабина лифта подвешена к первому тросу, тогда по I закону Ньютона суммарная сила трения покоя равна</p> $f = T_1 - T_2 = \begin{cases} 0, & \text{для пустой кабины} \\ mg, & \text{для кабины с пассажирами} \end{cases}.$	
	<p>Тогда условие равномерного вращения КВШ запишется как</p> $\begin{cases} M_0 = M_{тр0}, & \text{для пустой кабины} \\ M = M_{тр} + mgr, & \text{для кабины с пассажирами} \end{cases}.$	3
	<p>Разделим почленно уравнения:</p> $\frac{M}{M_0} = \frac{M_{тр}}{M_{тр0}} + \frac{mgr}{M_0}.$ <p>Буквами <math>M_0</math> и <math>M</math> в этих формулах обозначаются моменты сил трения скольжения и качения в оси КВШ.</p>	
	<p>Модули этих сил прямо пропорциональны силам реакции опоры <math>N_0</math> и <math>N</math>:</p> $N_0 = (m_0 + 2M)g \Rightarrow M_{тр0} = (m_0 + 2M)gr \Rightarrow \frac{M_{тр}}{M_{тр0}} = \frac{m + m_0 + 2M}{m_0 + 2M}.$ $N = (m + m_0 + 2M)g \Rightarrow M_{тр} = (m + m_0 + 2M)gr \Rightarrow \frac{M_{тр}}{M_{тр0}} = \frac{m + m_0 + 2M}{m_0 + 2M}.$	2
	<p>Умножим числитель и знаменатель на угловую скорость и получим ответ:</p> $\frac{P}{P_0} = \frac{m + m_0 + 2M}{m_0 + 2M} + \frac{mgu}{P_0} = 1,49.$ <p>Ответ: <math>\frac{\Delta P}{P_0} \cdot 100\% = \left( \left( \frac{mgu}{P_0} \right) + \left( \frac{m}{m_0 + 2M} \right) \right) \cdot 100\% \approx 49\%</math></p>	1 (число)
А)	Противовес позволяет сильно уменьшить требуемую мощность двигателя, уравновешивая кабину.	1
Б)	В самом начале ротор почти не вращается, и почти нет противо-ЭДС (самоиндукции). Следовательно, через него течет ток бóльшей силы.	2