

Задача 1. «Пермеат vs ретентат»

В современных производствах критически важно обеспечить высокую степень водоочистки. Для этого часто используют трековые мембраны, которые представляют собой полимерную пленку, пронизанную цилиндрическими каналами насквозь. Эти каналы получают химическим травлением треков, оставленных частицами высоких энергий (пленка предварительно размещается на выходе ускорителя). Диаметры каналов получаются немного разными, поэтому при продавливании через мембрану водного раствора низкомолекулярного вещества часть каналов пропускает не только молекулы воды, но и молекулы растворенного вещества, которое необходимо отфильтровать. Введем понятие селективности мембраны $A = 1 - (S/S_0)$, где S_0 — суммарная площадь поперечных сечений каналов, пропускающих молекулы воды, а S — суммарная площадь поперечных сечений каналов, пропускающих молекулы растворенного вещества. Пусть в фильтрующую ячейку втекает загрязненный раствор с концентрацией n_0 , он омывает одну сторону мембраны с селективностью A , одновременно продавливаясь сквозь нее. Из ячейки выходят два потока: один — загрязненный (ретентат), с объемным расходом q_1 , а другой — очищенный (пермеат), с объемным расходом q_2 . Чему равна концентрация растворенного вещества n_2 в очищенном потоке, если $n_0 = 20$ мг/л, $A = 0,4$ и $q_1/q_2 = 3$? Чему будет равна n_2 , если перекрыть ретентат? Считать, что раствор в ячейке хорошо перемешивается, и его концентрация практически равна n_1 , а объемный расход через мембрану прямо пропорционален квадрату суммарной площади поперечного сечения каналов.

Задача 2. Капиллярный насос

Для двигателей малой тяги (например, двигатели ориентации) на МКС может найти применение капиллярный насос. Рассмотрим подачу жидкого топлива с плотностью $\rho = 0,8$ г/см³ из бака с несмачиваемыми стенками через капилляр с полностью смачиваемыми стенками. Известно, что по закону Дарси сила гидродинамического сопротивления в трубах диаметра d при малых числах Рейнольдса $Re = \rho v d / \eta \ll 2300$ находится по формуле $F = 64 N p S / Re$, где N — длина канала в калибрах (диаметрах), $p = \rho v^2 / 2$ — давление скоростного напора, ρ, v — плотность и скорость потока, S — площадь поперечного сечения. Считать, что на другом конце капилляра капля не нарастает, а образуется мениск, с поверхности которого топливо сразу исчезает — испаряется или разбрызгивается. Давлением насыщенных паров пренебречь.

А) Какую максимальную мощность по перекачке топлива будет развивать капиллярный насос с цилиндрическим каналом диаметром $d = 1$ мм и длиной $L = 20$ см при температуре $T = 10^\circ\text{C}$ (см. таблицу теплофизических данных для топлива)?

Б) Когда капиллярный насос эффективнее с точки зрения обеспечения объемного расхода — при низкой или при высокой температуре? Пояснить.

В) Почему капиллярный насос скорее может найти применение именно на МКС в космосе, а не на Земле? Почему он найдет применение скорее в двигателях ориентации МКС, нежели в двигателях разгонного блока или в двигателях тормозной установки космического корабля?

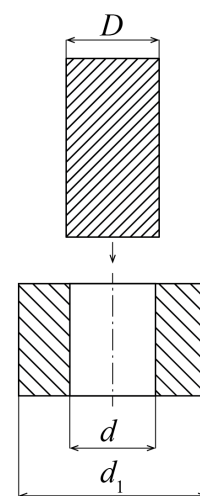
Таблица 1. Теплофизические свойства топлива

Температура T , °С	Вязкость η , мПа·с	Коэффициент поверхностного натяжения σ , Н/м
0	1,681	0,035
20	1,552	0,030
40	1,450	0,027

Задача 3. Горячая и холодная посадки

Горячая посадка

Цилиндрическая бронзовая втулка высотой $h = 10$ мм имеет внешний и внутренний диаметры соответственно $d_1 = 22$ мм и $d = 20$ мм. Втулку нагрели от комнатной температуры до нескольких сотен градусов Цельсия, но значительно ниже температуры плавления. После этого в отверстие без усилия вставили цилиндрический бронзовый стержень диаметром $D = 20,1$ мм, температура которого была комнатной. После того, как соединение вновь достигло комнатной температуры, оно стало практически неразъемным. Этот метод соединения называется «горячей» посадкой. Считать, что один конец стержня выступает из втулки, а другой — установлен вровень с ее краями. Считать, что при конечной температуре деформирована только втулка, т.к. она тонкая по сравнению со стержнем; тем не менее, остаточные механические напряжения в ней не достигают предела пластической деформации. Для соединения из бронзы: линейный коэффициент относительного температурного расширения $A = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$, коэффициент трения скольжения $\mu = 0,2$, модуль Юнга $E = 1,04 \cdot 10^{11} \text{Н/м}^2$. Формула жесткости линейного растягиваемого образца: $K = ES/l$, где S и l — площадь сечения и длина образца. Удлинение образца $l - l_0$ при нагреве от начальной температуры T_0 до конечной T находится по формуле $l - l_0 = l_0 A (T - T_0)$.



А) Какова минимальная необходимая температура нагрева втулки, чтобы было возможно без усилий вставить стержень? Пренебречь касательными напряжениями деформации при вытаскивании и прокручивании стержня.

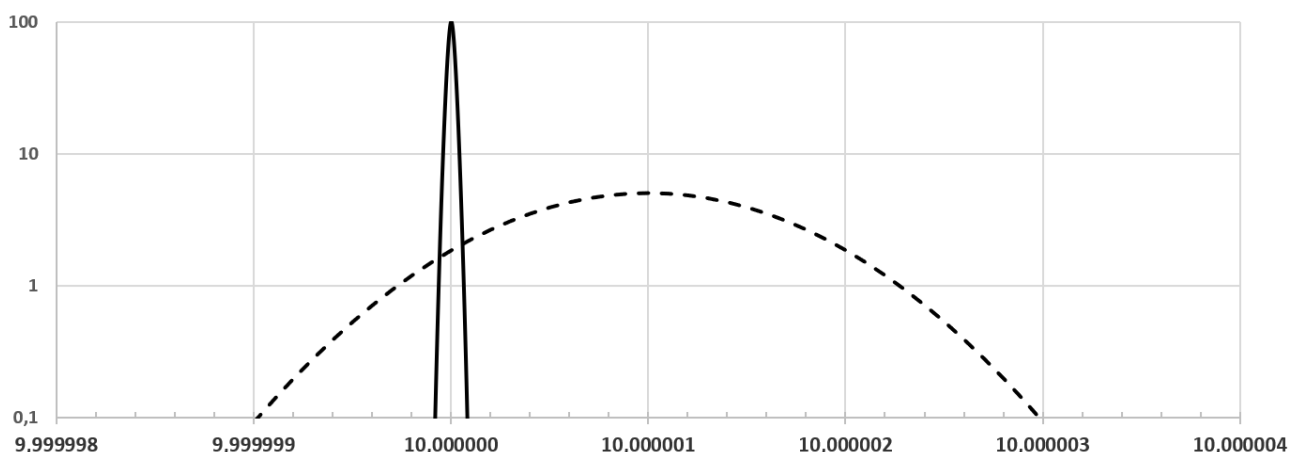
Б) Соединение попытались разъединить при комнатной температуре, прикладывая силу вдоль оси симметрии. Какова минимальная сила, необходимая для вытаскивания стержня?

В) Какой минимальный момент силы необходимо приложить к стержню, чтобы он начал прокручиваться в отверстии при комнатной температуре?

Г) Найти необходимую работу, чтобы повернуть стержень вокруг его оси во втулке на один оборот при комнатной температуре.

Задача 4. Спектральный портрет дрона

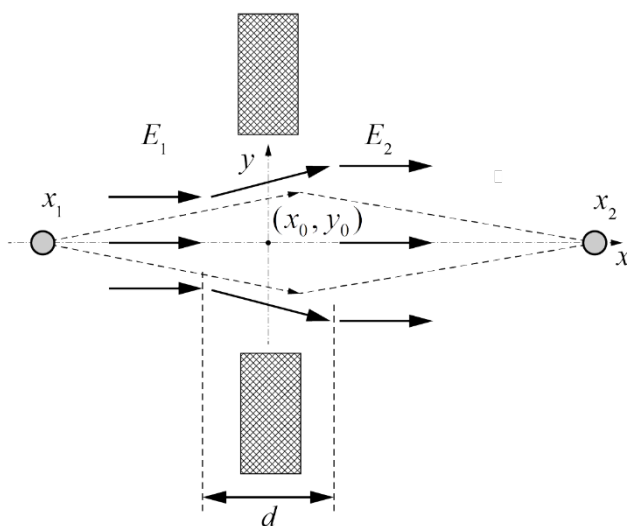
Коптер вертолетного типа летит горизонтально прямо на лидар (лазерный радар), установленный на самолете. Лидар посылает импульсы длительностью $\tau = 1$ мкс с частотой повторения $f = 10$ кГц на длине волны $\lambda = 1$ мкм. Горизонтальный луч лидара достаточно широк и засвечивает коптер полностью вместе с его несущим винтом радиуса $R = 1$ м. Часть энергии, отраженной от коптера, попадает обратно на лидар в промежуток между импульсами излучения за счет диффузного (случайного, во все стороны) отражения от кромок лопастей винта. На рисунке представлены в условных единицах спектры излучаемого (сплошная) и отраженного (штрих) сигналов. По горизонтали отложена частота, по вертикали — величина сигнала.



- Установить относительную скорость сближения самолета и коптера и угловую скорость вращения несущего винта последнего.
- Для какого минимального расстояния L между самолетом и коптером лидар по отраженному сигналу сможет определить дальность до коптера?
- Описать качественно (или сделать схематический рисунок), как изменится спектр отраженного сигнала, если коптер начнет удаляться относительно самолета с той же по модулю скоростью, что и сближался.

Задача 5. Электростатическая линза

Для управления пучком электронов, например в электронном микроскопе, можно использовать «электростатическую линзу». Электростатическая линза фокусирует электроны, выпущенные «электронной пушкой» (слаборасходящимся источником электронов с почти одинаковой кинетической энергией) из точки $x_1 = 1$ см слева от линзы в точку x_2 справа от нее. Распределение полей (сплошные стрелочки) и траектории частиц (пунктир) показаны на рисунке в рамках упрощенной модели, которая не свободна от внутренних противоречий (см. изломы линий



напряженности и траекторий частиц). Линза — это щель с центром $(x_0, y_0) = (0, 0)$ высотой около миллиметра в заряженном листе диэлектрика толщиной около микрометра. Напряженности $E_1 = 2$ мВ/м и $E_2 = 1$ мВ/м вдали от листа перпендикулярны к нему и однородны по пространству. Считать, что проекция E_y в малой окрестности d щели зависит от вертикальной координаты y следующим образом: $E_y \approx Ay$ ($A = \text{const}$ не задана), а на остальных участках траектории $E_y \approx 0$. Такое распределение полей удалось подобрать с помощью распределения зарядов на листе. На электроны действует сила величиной по модулю $F = eE$ (e — заряд электрона). Скорость электронов V от x_1 к x_2 изменяется слабо.

А) Выразить A через d и напряженности E_1 и E_2 с учетом непрерывности силовых линий в зазоре. Можно пользоваться (но не обязательно) определением: величина напряженности пропорциональна густоте силовых линий.

Б) Получить (доказать) соотношение, связывающее x_1 и x_2 , $1/x_1 + 1/x_2 = 1/F$, $F = \text{const}$ (аналог формулы тонкой оптической линзы).

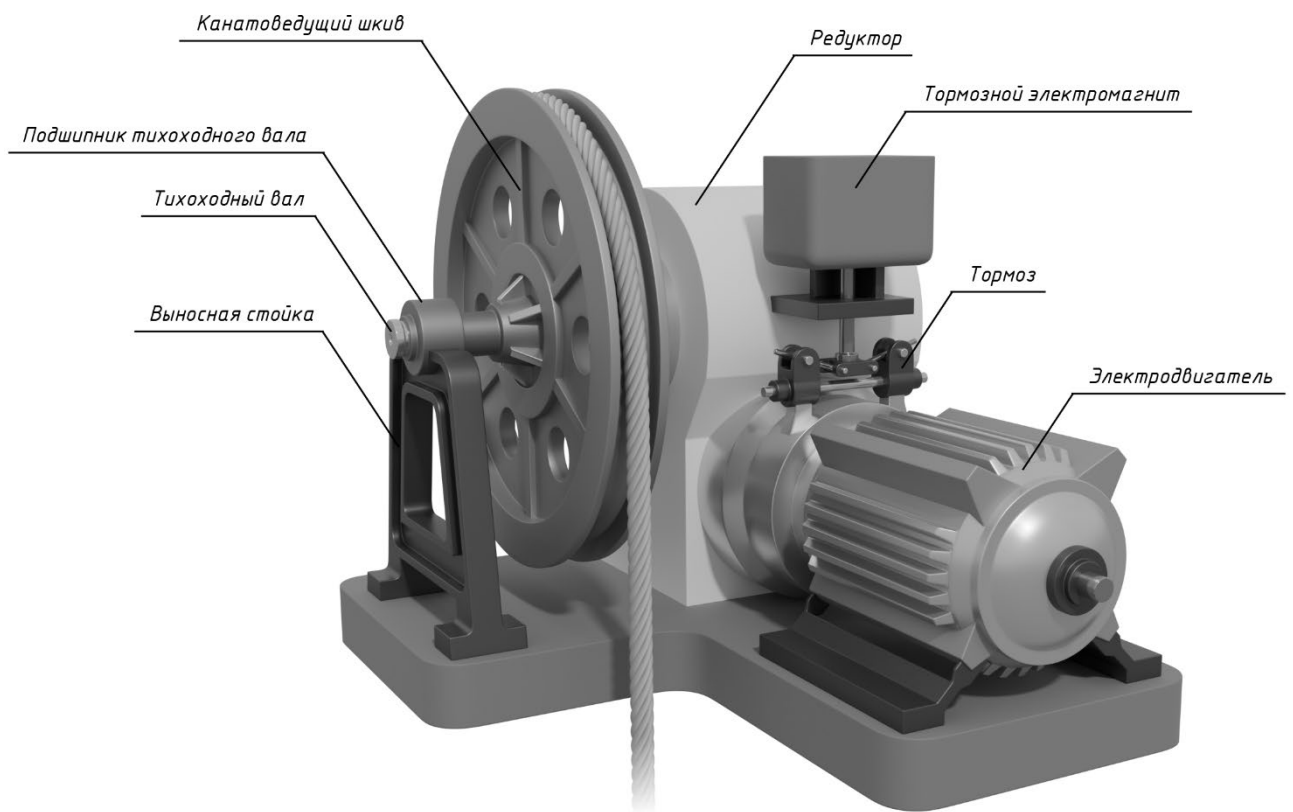
В) Найти модуль скорости V , если $x_2 = 2$ см.

Г) Найти модуль и направление скорости U смещения точки фокусировки x_2 , когда $x_2 = 2$ см, если ускоряющая разность потенциалов u электронной пушки в этот момент возрастает на один процент в секунду.

Д) Пояснить, в чем причина нефизичности излома силовых линий на рисунке.

Задача 6. Задача про лифт. «Потягушки»

Кабина пассажирского лифта массой $M = 700$ кг подвешена на гибком тросе массой $m_0 = 100$ кг, перекинутом через канатоведущий шкив (КВШ). К другому концу каната подвесили противовес также массой M . КВШ через редуктор соединен зубчатой передачей с валом двигателя, который вращается с заданной частотой. Пусть в некоторый момент времени кабина, опускаясь со скоростью $u = 3$ м/с, поравнялась с противовесом. При этом двигатель развивал полезную мощность $P_0 = 10$ кВт. На сколько процентов должна была бы быть больше полезная мощность двигателя, если бы в кабине в это время находились пассажиры общей массой $m = 200$ кг? Потерями энергии в узлах редуктора пренебречь. Трос не проскальзывает по КВШ.



А) Зачем нужен редуктор? Объяснить, в чем выгода его использования.

Б) Почему при заклинивании вала может сгореть обмотка электромотора?

Задача 1. «Пермеат vs ретентат»

В современных производствах критически важно обеспечить высокую степень водоочистки. Для этого часто используют трековые мембраны, которые представляют собой полимерную пленку, пронизанную цилиндрическими каналами насквозь. Эти каналы получают химическим травлением треков, оставленных частицами высоких энергий (пленка предварительно размещается на выходе ускорителя). Диаметры каналов получаются немного разными, поэтому при продавливании через мембрану водного раствора низкомолекулярного вещества часть каналов пропускает не только молекулы воды, но и молекулы растворенного вещества, которое необходимо отфильтровать. Введем понятие селективности мембраны $A = 1 - (S/S_0)$, где S_0 — суммарная площадь поперечных сечений каналов, пропускающих молекулы воды, а S — суммарная площадь поперечных сечений каналов, пропускающих молекулы растворенного вещества. Пусть в фильтрующую ячейку втекает загрязненный раствор с концентрацией n_0 , он омывает одну сторону мембраны с селективностью A , одновременно продавливаясь сквозь нее. Из ячейки выходит два потока: один загрязненный (ретентат) с объемным расходом q_1 , а другой очищенный (пермеат) с объемным расходом q_2 . Чему равна концентрация растворенного вещества n_1 в загрязненном потоке, если $n_0 = 30$ мг/л, $A = 0,4$ и $q_1/q_2 = 2$? Чему будет равна n_2 , если перекрыть ретентат? Считать, что раствор в ячейке хорошо перемешивается и его концентрация практически равна n_1 , а объемный расход через мембрану прямо пропорционален квадрату суммарной площади поперечного сечения каналов.

Задача 2. Капиллярный насос

При подаче жидкого охладителя с плотностью $\rho = 0,9$ г/см³ из бачка с несмачиваемыми стенками с целью охлаждения процессоров на МКС (в космосе) можно использовать капиллярный насос с полностью смачиваемыми стенками. Известно, что по закону Дарси сила гидродинамического сопротивления в трубах диаметра d при малых числах Рейнольдса $Re = \rho v d / \eta \ll 2300$ находится как $F = 64 N p S / Re$, где N — длина канала в калибрах (диаметрах), $p = \rho v^2 / 2$ — давление скоростного напора, ρ, v — плотность и скорость потока, S — площадь поперечного сечения. Считать, что на другом конце трубки капилляра капля не нарастает, а образуется мениск, с поверхности которого охладитель сразу исчезает — испаряется или разбрызгивается. Давлением насыщенных паров пренебречь.

А) Какой максимальный объемный расход будет у охладителя в капилляре диаметром $d = 0,5$ мм и длиной $L = 5$ см при температуре $T = 30^\circ\text{C}$ (см. таблицу теплофизических данных охлаждающей жидкости)?

Б) На сколько процентов и в какую сторону отличается скорость охладителя в капилляре при $T = 10^\circ\text{C}$ и $T = 30^\circ\text{C}$?

В) В чем плюсы и минусы применения капиллярного насоса для перекачки охладителя?

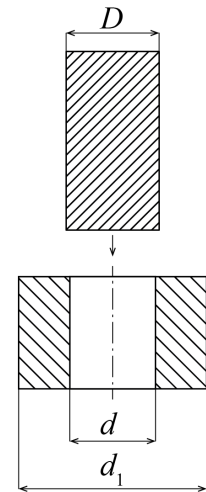
Таблица 1. Теплофизические свойства охлаждающей жидкости

Температура T , °C	Вязкость η , мПа·с	Коэффициент поверхностного натяжения σ , Н/м
0	1,681	0,032
20	1,552	0,030
40	1,450	0,029

Задача 3. Горячая и холодная посадки

Холодная посадка

Цилиндрическая бронзовая втулка высотой $h = 10$ мм имеет внешний и внутренний диаметр соответственно $d_1 = 22$ мм и $d = 20$ мм. Втулка находится при комнатной температуре. В отверстие без усилия вставили цилиндрический бронзовый стержень, который предварительно сильно охладили. До охлаждения диаметр стержня был $D = 20,01$ мм. После того, как соединение вновь достигло комнатной температуры, оно стало практически неразъемным. Этот метод соединения называется «холодной» посадкой. Считать, что один конец стержня выступает из втулки, а другой — установлен вровень с ее краями. Считать, что при конечной температуре деформирована только втулка, т.к. она тонкая по сравнению со стержнем; тем не менее, остаточные механические напряжения в ней не достигают предела пластической деформации. Для соединения из бронзы: линейный коэффициент относительного температурного расширения $A = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$, коэффициент трения скольжения $\mu = 0,2$, модуль Юнга $E = 1,04 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$. Формула жесткости линейного сжимаемого образца $K = ES/l$, где S и l — площадь сечения и длина образца. Деформация образца $l_0 - l$ при охлаждении от начальной температуры T_0 до конечной T : $l - l_0 = l_0 A (T - T_0)$. Пренебречь касательными напряжениями деформации при вытаскивании и прокручивании стержня.

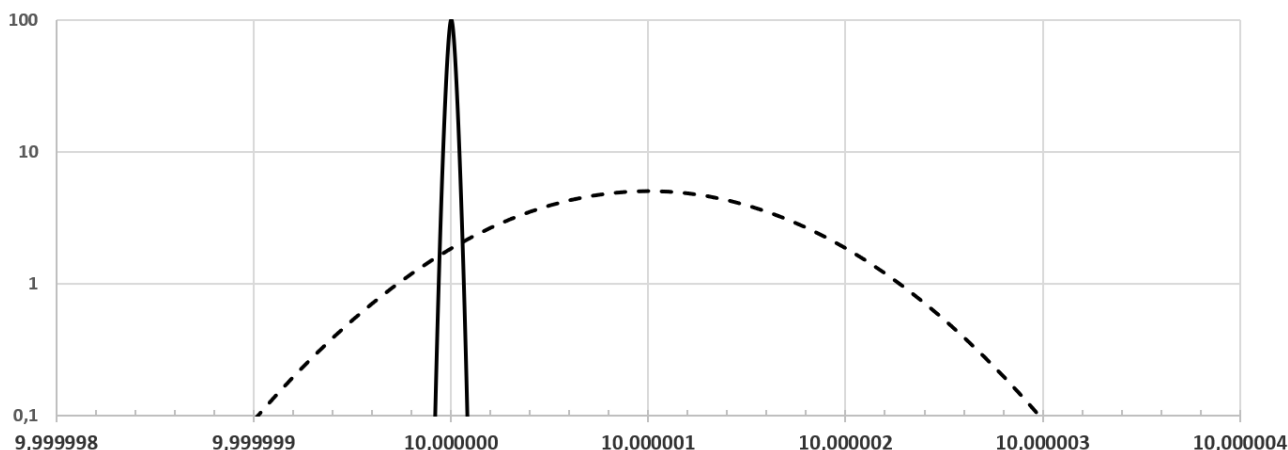


- Какой минимальный температурный перепад необходим для охлаждения стержня, чтобы его свободно вставить во втулку?
- Соединение попытались разъединить, прикладывая силу вдоль оси симметрии. Какова минимальная сила, необходимая для вытаскивания стержня при комнатной температуре?
- Какой минимальный момент силы необходимо приложить к стержню, чтобы он начал прокручиваться в отверстии при комнатной температуре?
- Найти необходимую работу, чтобы повернуть стержень вокруг его оси во втулке на пол-оборота при комнатной температуре.

Задача 4. Спектральный портрет дрона

Коптер вертолетного типа летит горизонтально прямо на лидар (лазерный радар), установленный на самолете. Лидар посылает импульсы длительностью $\tau = 1$ мкс с частотой повторения $f = 10$ кГц на длине волны $\lambda = 1$ мкм. Горизонтальный луч лидара достаточно широк и засвечивает коптер полностью вместе с его несущим винтом, делающим 4,8 оборота в секунду. Часть энергии, отраженной от коптера, попадает обратно на лидар в промежуток между импульсами излучения за счет диффузного (случайного, во все стороны) отражения от кромок лопастей винта. На рисунке представлены в условных единицах спектры излучаемого

(сплошная) и отраженного (штрих) сигнала. По горизонтали отложена частота, по вертикали — величина сигнала.

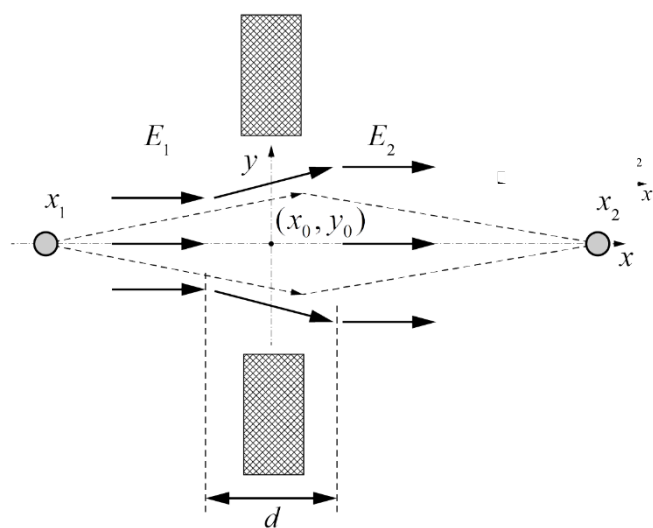


- А) Установить относительную скорость сближения самолета и коптера и радиус несущего винта последнего.
- Б) Для какого максимального расстояния L между самолетом и коптером лидар по отраженному сигналу сможет определить дальность до самолета?
- В) Описать качественно (или сделать схематический рисунок), как изменится спектр отраженного сигнала, если коптер зависнет на месте, а самолет продолжит движение на него с той же скоростью.

Задача 5. Электростатическая линза

Для управления пучком ионов, например в ионном микроскопе, можно использовать «электростатическую линзу».

Электростатическая линза фокусирует α -частицы, выпущенные ионной пушкой (слаборасходящимся источником ионов с почти одинаковой кинетической энергией) из точки $x_1 = 1$ см слева от линзы в точку x_2 справа от нее. Распределение полей (сплошные стрелочки) и траектории частиц (пунктир) показаны на рисунке в рамках упрощенной модели, которая не свободна от внутренних противоречий (см. изломы линий напряженности и траекторий частиц). Линза — это щель с центром $(x_0, y_0) = (0,0)$ высотой около миллиметра в заряженном листе диэлектрика толщиной около микрометра.



высотой около миллиметра в заряженном листе диэлектрика толщиной около микрометра. Напряженности $E_1 = 2$ мВ/м и $E_2 = 1$ мВ/м вдали от листа перпендикулярны к нему и однородны по пространству. Считать, что проекция E_y в малой окрестности d щели зависит от вертикальной координаты y следующим образом: $E_y \approx Ay$ ($A = \text{const}$ не задана), а на остальных участках траектории $E_y \approx 0$. Такое распределение полей удалось подобрать с помощью распределения зарядов на листе. На α -частицы действует сила величиной по модулю $F = qE$ (q — заряд α -частицы). Скорость α -частиц V от x_1 к x_2 изменяется слабо.

А) Выразить A через d и напряженности E_1 и E_2 с учетом непрерывности силовых линий в зазоре. Можно пользоваться (но не обязательно) определением: величина напряженности пропорциональна густоте силовых линий.

Б) Используя аналогию с тонкой оптической линзой $1/x_1 + 1/x_2 = 1/F$, где $F = \text{const}$, найти значение F фокусного расстояния электростатической линзы, если $x_2 = 2$ см.

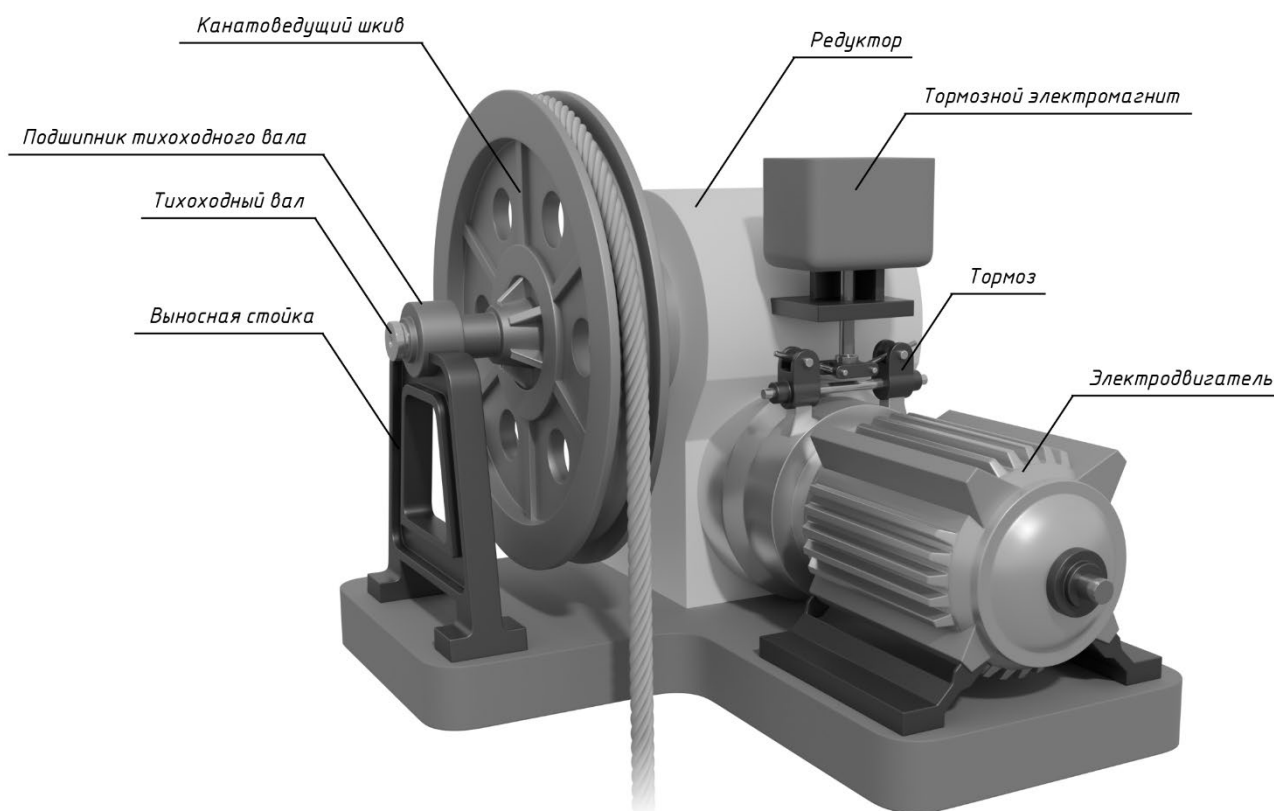
В) Найти модуль скорости V , если $x_2 = 2$ см.

Г) Найти модуль и направление скорости U смещения точки фокусировки x_2 , когда $x_2 = 2$ см, если напряженность E_2 в этот момент убывает на один процент в секунду.

Д) Пояснить, в чем причина нефизичности излома траектории частицы на рисунке.

Задача 6. Задача про лифт. «Потягушки»

Кабина пассажирского лифта массой $M = 600$ кг подвешена на гибком тросе массой $m_0 = 100$ кг, перекинутом через канатоведущий шкив (КВШ). К другому концу каната подвесили противовес также массой M . КВШ через редуктор зубчатой передачей соединен с валом двигателя, который вращается с заданной частотой. Пусть в некоторый момент времени кабина, опускаясь со скоростью $u = 2$ м/с, поравнялась с противовесом. При этом двигатель развивал полезную мощность $P_0 = 12$ кВт. На сколько процентов должна была бы быть больше полезная мощность двигателя, если бы в кабине в это время находились пассажиры общей массой $m = 200$ кг? Потерями энергии в узлах редуктора пренебречь. Трос не проскальзывает по КВШ.



А) Зачем нужен противовес? Объяснить, почему бы вместо него просто не закрепить второй конец троса на колесе КВШ.

Б) Почему при начале движения лифта через обмотку электродвигателя может идти ток в несколько раз больший, чем при дальнейшем движении?