

Олимпиада «Физтех.инженер» 22 марта 2025 г.

Решения заданий заключительного тура. 10 класс.

Вариант 1

Задача 1

1)	Масса пузыря при отрыве $m = (4/3)\pi R^3 \rho_0 = 4,7$ мкг, плотность азота в пузыре при $P \sim 1$ атм, $T \sim 300$ К (в почти нормальных условиях) по закону Клапейрона $\rho_0 = M_N P / RT = 1,124$ кг/м ³ , частота процесса $f = 1/T = q/m = 21$ Гц.	1 балл: масса; 1 балл: частота
2)	Одна из оценок снизу не требует знания коэффициента диффузии, но все равно может быть засчитана: $\alpha n(M/\rho) = Nft(4\pi R^3/3)n$, где n — концентрация газа в пузыре. Отсюда $t = \alpha(3M/4\rho\pi R^3)/fN = 5$ с — это оценка сверху, так как с ростом степени растворения азота в топливе скорость растворения падает (неполный балл).	1 + 1 (ф-ла + число)
	Другая оценка, с учетом коэффициента диффузии, заключается в том, что число молекул в диффузионном облаке всегда меньше, чем в исходном пузыре. Концентрацию в диффузионном облаке выбираем минимально возможную, то есть при условии насыщения $\alpha n(4\pi/3)(Dt)^{3/2} < (4\pi R^3/3)n$ или $t < 7500$ с (полный балл).	2 + 1 (ф-ла + число)
	Еще одна оценка – радиус диффузионного облака должен быть больше (учитывая неравномерное распределение концентрации в облаке), чем среднее расстояние между отверстиями (между пузырями по горизонтали) $(Dt)^{1/2} > (\pi d^2/4N)^{1/2}$ или $t > 8000$ с (неполный балл, так как не учитывается α).	1 + 1 (ф-ла + число)
3)	Если для $R = 1$ мм сравнить силу Архимеда (4 нН) и поверхностную силу (0,2 мН) по периметру экватора сферического пузыря, то сила поверхностного натяжения окажется больше на много порядков, то есть можно ожидать сферичности пузыря.	1
	Однако при движении пузыря даже с постоянной скоростью дополнительно действует еще и сила скоростного напора, $F \sim 0,5\rho V^2\pi R^2$. Сравнивая силы турбулентного сопротивления, уравновешенные силой Архимеда, для пузырей двух размеров (и считая пузыри одинаковой сферической формы), получим отношение скоростей $V/V_1 = (R/R_1)^{1/2} \Rightarrow V = 30$ см/с. Тогда $F \sim 0,15$ мН — сила скоростного напора, сопоставимая с силой поверхностного натяжения, то есть сферическая форма пузыря начнет разрушаться. Примерно такую же оценку можно провести с точки зрения энергий (это тоже допустимо и засчитывается).	1
А)	Пузырек будет испытывать вертикальные колебания, которые возбуждаются в момент отрыва — пузырек то вытянут, то сплюснен. Кроме того, при большом радиусе пузырька (около 1 мм) скорость подъема будет настолько большой, что обтекание станет турбулентным (вихри сходят несимметрично). Как следствие, траектория всплытия будет не прямой, а извилистой, так как нарушается	1

	симметричность обтекания при деформациях пузыря. Чем меньше пузырек, тем большую роль играют силы поверхностного натяжения, тем ближе пузырь к сфере, а обтекание — «ламинарнее».	
Б)	Чем меньше пузырек, тем больше отношение площади поверхности к его объему (другими словами, общая поверхность всех пузырьков увеличивается, что усиливает скорость растворения газа), также тем меньше установившаяся скорость пузырька и тем больше время его пребывания в жидкости, то есть тем больше газа успеет раствориться в жидкости.	1
В)	Барботаж жидкого топлива сжатым азотом нужен для перемешивания первого, так как важно, чтобы температура топлива была одинаковой по высоте. Действительно, топливо при долгом хранении становится неоднородным по температуре по высоте бака в результате гравитационной конвекции. Инертным газом азотом также можно дополнительно охлаждать топливо, что важно для некоторых его видов.	1

Задача 2

1)	Для нахождения принятой мощности надо перемножить КПД при отдельных видах потерь и учесть увеличение площади полусферы, в которую излучается сигнал, в зависимости от ее радиуса. На входе в туман $N_{\text{принятая 1}} / N_{\text{излученная}} = (1 - 0,01) \cdot S_{\text{антенны}} / 2\pi R^2.$ На выходе из тумана $N_{\text{принятая 2}} / N_{\text{излученная}} = (1 - 0,95)(1 - 0,08)(1 - 0,035) \cdot S_{\text{антенны}} / 2\pi(R + L)^2.$ Делим уравнения почленно друг на друга: $N_{\text{принятая 2}} / N_{\text{принятая 1}} = (0,05 \cdot 0,92 \cdot 0,965 / 0,99) \cdot R^2 / (R + L)^2 = 0,02.$ По аналогии с расходом потока вещества $q = \rho S v$ можно ввести мощность как расход потока энергии $N = w S c$, где w — объемная плотность энергии, c — скорость света (радиоволн). Из теории плоского конденсатора известна объемная плотность электрического поля $w_E = \epsilon_0 E^2 / 2$. Электромагнитная волна имеет две составляющие плотности энергии — магнитную и электрическую, равные друг другу. Поэтому $N_{\text{принятая 2}} / N_{\text{принятая 1}} = (E_2 / E_1)^2$, и, окончательно, $E_2 / E_1 = 0,15$, то есть снизится примерно в семь раз.	5
2)	Поскольку начальная дальность приема (15 км) больше, чем $R + L = 14$ км, то все потери в тумане надо учесть, однако не надо учитывать расходимость потока энергии, поскольку она одинаковая в сравниваемых вариантах. $N_{\text{принятая 2}} / N_{\text{принятая 1}} = (0,05 \cdot 0,92 \cdot 0,965 / 0,99) = 0,045.$ Фактически, надо скомпенсировать снижение мощности в $1 / 0,045 = 22,3$ раза. Это можно сделать, уменьшив площадь фронта излучения в такое же число раз от $2\pi(R + L)^2$ до πr^2, то есть радиус основания конуса равен $r = 14 \text{ км} \cdot (2 / 22,3)^{1/2} = 4,2 \text{ км}$. Синус или тангенс угла полураствора равен $4,2 / 14$, так как $R + L = 14 \text{ км}$ — образующая конуса или, что тоже возможно, его высота (это неважно из-за малого угла полураствора). Угол полураствора равен 16–17 градусам.	4

A)	К пассивным методам можно отнести 1) обработку планера специальной жидкостью перед взлетом; 2) придание поверхности свойств супергидрофобности (нанорельеф + гидрофобизатор). Методы основаны на том, что площадь контакта капли должна сильно снизиться, чтобы она не замерзла на поверхности, что обеспечивается подбором краевого угла смачивания за счет изменения коэффициента поверхностного натяжения обработанной поверхности и/или рельефом.	1
----	---	---

Задача 3

1)	Максимальная высота подъема соответствует минимальной плотности гелия на Земле, поэтому на Земле газ в оболочке должен находиться при минимальном давлении 1 атм, тогда по газовому закону $\rho_{\text{He}} = MP/RT = 0,016 \text{ кг/м}^3$, архимедова сила равна $F_{\text{арх}} = (\rho - \rho_{\text{He}})gV$ и уравновешена силой тяжести оболочки и троса $(M + \mu h)g$. Поскольку надо дать ответ с точностью до 100 м, то между соседними строчками таблицы (с шагом в 1 км) необходимо добавить данные о плотности с более мелким шагом 100 м в соответствии с линейной зависимостью. Такими соседними точками являются 6 км и 7 км. Точный ответ — 6900 м.	4
2)	Избыточное давление равно $\Delta P = 10^5 - 0,608RT/M = 57\,200 \text{ Па}$ (температуру можно взять при 7 км или, более точно, при 6900 м, пользуясь линейной зависимостью между соседними высотами 6 км и 7 км).	3
A)	Достоинства: экономичность полета, возможность зависания над заданной точкой. Недостатки: конструкция не выдерживает сильных ветровых нагрузок, малая мобильность.	1
Б)	По закону Ньютона — Рихмана мощность теплопередачи через оболочку одной и той же площади и формы пропорциональна разности температур: $N_2/N_1 = (T_2 - T_0)/(T_1 - T_0) = 2$.	2

Задача 4

1)	Расстояние, на котором антенна «видит» беспилотник, равно $L_0 = h \tan \alpha_1$. Расстояние, на котором он на самом деле находится, можно выразить через углы преломления луча излучения от антенны до беспилотника: $L = \frac{h}{5} \sum_{i=1}^5 \tan \alpha_i, \quad i=\overline{1,5}.$ Углы преломления на границе всех слоев ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$) можно найти, последовательно применяя закон Снелла для каждой границы раздела слоев воздуха: $n_i \sin \alpha_i = n_{i+1} \sin \alpha_{i+1}, \quad i=\overline{1,5}.$ Горизонтальное смещение $\Delta L \sim 10 \text{ м}$.	3 + 3 (ф-ла + число)
----	--	-------------------------

А)	Смещение меняется, так как над нагретой подстилающей поверхностью формируются восходящие потоки воздуха пониженной плотности, то есть с меньшим коэффициентом преломления.	1 + 1 (правильный ответ + объяснение)
Б)	Смещение на Венере будет больше, так как ее атмосфера значительно плотнее земной, а коэффициент преломления пропорционален плотности газа. Но важно не только абсолютное значение коэффициента преломления, а также и его изменение на единицу высоты. Это изменение преломления света с высотой на Венере также больше, так как при сравнимых ускорениях свободного падения (формирующих атмосферу) начальные плотности атмосфер Венеры и Земли несопоставимы (у Венеры на два порядка больше).	1 + 1 (правильный ответ + объяснение)

Задача 5

А)	Правильный ответ 4. Для разворота необходимо, чтобы момент силы вращения моторов вдоль вертикальной оси с закруткой по часовой стрелке отличался от момента силы вращения моторов с закруткой против часовой стрелки. Кроме того, необходимо, чтобы вокруг горизонтальных осей симметрии коптера выполнялось равенство нулю моментов сил тяги. Также необходимо обеспечить баланс вертикальных сил: силы тяги всех четырех винтов должны компенсировать силу тяжести до и после изменения частоты.	2
Б)	При дальнейшем возрастании угловой скорости корпуса начинает сказываться момент силы сопротивления воздуха, который компенсирует разницу вращательных моментов сил моторов. Чем быстрее вращение корпуса, тем больше момент силы сопротивления. При полной компенсации моментов сил угловое ускорение исчезнет.	1
1)	Уравнение моментов сил: $J\varepsilon = \sum_1^4 M_i = 0,4M$, так как изменение момента силы от одного винта пропорционально квадрату числа его оборотов. Энергия вращения корпуса коптера: $W = 0,5J\Omega^2$, где угловая скорость вращения корпуса через $t = 1$ с после начала вращения равна $\Omega = \varepsilon t$. Момент силы сопротивления воздуха вращению на первых секундах можно не учитывать, так как он пропорционален скорости вращения (или даже ее квадрату) и в начале мал. Решая систему уравнений и исключая неизвестный момент инерции, находим $\varepsilon = 5W/Mt^2 = 5 \text{ рад/с}^2$. Момент инерции можно не использовать, если рассматривать грубую модель квадрокоптера как массивный тонкостенный обод.	7

Олимпиада «Физтех.инженер» 22 марта 2025 г.

Решения заданий заключительного тура. 10 класс.

Вариант 2

Задача 1

1)	$\Delta p = \rho gh + 2\sigma/r = 4600 \text{ Па}$, так как высота $h = 4M/\rho\pi d^2 \approx 0,5 \text{ м}$.	2
2)	Среднее расстояние между отверстиями на горизонтали равно 7 мм, оно почти совпадает с расстоянием между пузырьками при вертикальном движении $uT = 5 \text{ мм}$ ($T = m/q = 0,05 \text{ с}$ — период образования пузырька, где масса пузыря при отрыве $m = (4/3)\pi R^3\rho = 4,7 \text{ мкг}$, плотность азота по закону Клапейрона в почти нормальных условиях $\rho = M_N P/RT = 1,124 \text{ кг/м}^3$). Поэтому можно считать, что пузырьки почти равномерно распределены по объему: $\sqrt{D\tau} \sim \frac{1}{2\sqrt[3]{n}} = \frac{1}{2} \left(\frac{uT\pi d^2}{4N} \right)^{1/3} \Rightarrow \tau \sim \frac{1}{4D} \left(\frac{uT\pi d^2}{4N} \right)^{2/3} \approx 4,5 \cdot 10^4 \text{ с} \approx 12,5 \text{ ч}.$ Это — оценка сверху, так как диффузионное облако имеет неодинаковую концентрацию. На границе облака концентрация на несколько порядков меньше (и по условию равна концентрации насыщения), чем около стенок пузыря.	2 + 1 (ф-ла + число)
3)	При ламинарном обтекании в установившемся режиме соблюдается баланс силы Архимеда и силы ламинарного вязкого трения. Поделим почленно уравнения баланса сил друг на друга: $(R_1/R_2)^3 = (V_1/V_2)(R_1/R_2)$. Найдем скорость $V_1 = V_2(R_1/R_2)^2 = 16 \text{ мм/с}$. Время всплытия $h/V_1 = 31 \text{ с}$ (так как высота $h = 4M/\rho\pi d^2 \sim 0,5 \text{ м}$).	1 + 1 (ф-ла + число)
А)	Радиус пузырька, который соответствует полусфере, опирающейся на отверстие, задает неустойчивое состояние равновесия. До этого момента (пока пузырь был меньше) и, возможно, после этого момента (когда пузырь стал уже больше) поверхностные силы не вертикальны, и Лапласово давление меньше максимального. При этом давление в трубке должно быть не меньше максимального Лапласова давления, соответствующего вертикальным стенкам шейки пузыря с радиусом, равным радиусу отверстия $r = 0,1 \text{ мм}$. Кроме того, надо учесть гидростатическое давление (силу давления столба жидкости, опирающегося на отверстие). При дальнейшем расширении пузыря давление в нем только падает, пока он не будет оторван архимедовой силой от отверстия.	1
Б)	Максимальная скорость стенки пузыря не может превышать скорость звука в атмосфере внутри пузыря. Внутри пузыря находится азот, поэтому скорость звука тоже надо брать для азота. Она почти такая же, как в воздухе в нормальных условиях, 340 м/с.	1
В)	Насыщают воду кислородом в аквариумах для рыб.	1

Задача 2

1)	Для нахождения принятой мощности надо перемножить КПД при отдельных видах потерь и учесть увеличение площади полусферы, в которую излучается сигнал, в зависимости от ее радиуса. На входе в туман $N_{\text{принятая } 1} / N_{\text{излученная}} = (1 - 0,01) \cdot S_{\text{антенны}} / 2\pi R^2.$ На выходе из тумана $N_{\text{принятая } 2} / N_{\text{излученная}} = (1 - 0,05)(1 - 0,08)(1 - 0,035) \cdot S_{\text{антенны}} / 2\pi (R + L)^2.$ Делим уравнения почленно друг на друга: $N_{\text{принятая } 2} / N_{\text{принятая } 1} = (0,95 \cdot 0,92 \cdot 0,965 / 0,99) \cdot R^2 / (R + L)^2 = 0,43.$ По аналогии с расходом потока вещества $q = \rho S v$ можно ввести мощность как расход потока энергии $N = w S c$, где w — объемная плотность энергии, c — скорость света (радиоволн). Из теории плоского конденсатора известна объемная плотность электрического поля $w_E = \epsilon_0 E^2 / 2$. Электромагнитная волна имеет две составляющие плотности энергии — магнитную и электрическую, равные друг другу. Поэтому $N_{\text{принятая } 2} / N_{\text{принятая } 1} = (E_2 / E_1)^2$, и окончательно $E_2 / E_1 = 0,66$, то есть надо увеличить амплитуду E в полтора раз.	5
2)	Поскольку начальная дальность приема (15 км) больше, чем $R + L = 14$ км, то все потери в тумане надо учесть, однако не надо учитывать расходимость потока энергии, поскольку она одинаковая в сравниваемых вариантах. $N_{\text{принятая } 2} / N_{\text{принятая } 1} = (0,95 \cdot 0,92 \cdot 0,965 / 0,99) = 0,85.$ Фактически, надо компенсировать снижение мощности в $1/0,85 = 1,18$ раза. Для этого длительность импульса надо снизить в 1,18 раза, тогда при одной и той же энергии импульса интенсивность возрастет до приемлемых значений (предел чувствительности аппаратуры по умолчанию считается для интенсивности).	3
А)	Если наледь уже образовалась, то ее надо сколоть. Можно расплавить тонкий нижний слой льда, тогда его унесет потоком воздуха. Сколы могут происходить на мягких расширяемых кромках крыльев (их можно наддувать газом, как баллоны), сколы также можно организовать за счет кратковременных мощных вибраций от установленных в крыльях вибраторов. Тонкий слой льда можно расплавить путем локального нагрева поверхности крыла за счет встроенных термоэлементов (наподобие стекол с подогревом).	2

Задача 3

1)	Из условий статики найдем максимальную силу натяжения в короткой перемычке около верхнего конца троса: сверху на перемычку действует растягивающая вверх сила $F_{\text{арх}} - Mg$ (здесь $F_{\text{арх}} = (\rho - \rho_{\text{не}}) g V$), а снизу действует растягивающая вниз сила $\mu h g$. Сила натяжения в перемычке — любая из этих двух сил $T = F_{\text{арх}} - Mg = \mu h g = 3450$ Н. Если находить максимальную высоту h с точностью до 100 м, то между соседними строчками таблицы (с шагом в 1 км) необходимо добавить данные о плотности с более мелким шагом 100 м в соответствии с линейной зависимостью. Такими соседними точками, где достигается баланс силы тяжести и архимедовой силы, являются 6 км и 7 км.	5
----	--	---

	Точный ответ: $h = 6900$ м. Если найдено $h = 7$ км, то снизить на один балл. То, что надо дать более точный ответ, чем с шагом в 1 км, становится понятно хотя бы из того, что задано ускорение свободного падения не 10, а $9,81 \text{ м/с}^2$.	
2)	Из теоремы Пифагора радиус видимости (отрезок L , соединяющий ФАР и его точку касания с земным шаром) $L^2 = (R_3 + h)^2 - (R_3)^2 \sim 2hR_3$, или $L = 300$ км.	3
А)	Достоинства: электропитание с Земли дешево и почти не ограничено по мощности. Недостатки: электропитание от солнечных батарей ограничено по мощности их площадью, то есть парусностью батарей при ветровых нагрузках, и их весом.	1
Б)	Дифракция, преломление в слоистых средах, отражение от слоя ионосферы.	1

Задача 4

1)	Расстояние по горизонтали, на котором на самом деле находится антенна относительно беспилотника, можно выразить через углы преломления луча излучения от антенны до беспилотника: $L = \frac{h}{5} \sum_{i=1}^5 \tan \alpha_i, \quad i=\overline{1,5}.$ Углы преломления на границе всех слоев ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$) можно найти, последовательно применяя закон Снелла для каждой границы раздела слоев воздуха: $n_i \sin \alpha_i = n_{i+1} \sin \alpha_{i+1}, \quad i=\overline{1,5}$. Угол направления на антенну равен $\alpha = \arctan L/h$. Приблизительный ответ, 30 градусов, — не годится! Нужен точный ответ: 30,07 градусов.	3 + 3 (ф-ла + число)
А)	Около поверхности Земли коэффициент преломления больше, а чем дальше от поверхности, тем он меньше. Это связано с тем, что с ростом высоты падает концентрация молекул газа в атмосфере (так как ослабевает гравитация, например). Молекулы являются переизлучателями — они сначала поглощают ЭМ-волны (точнее, электроны в молекулах поглощают кванты света), потом, с небольшим запаздыванием по времени, переизлучают их. Таким образом формируется задержка распространения сигнала, то есть понижается скорость света в среде (чем больше молекул-переизлучателей на единицу объема, тем больше задержка), а коэффициент преломления вводят как отношение скорости света в вакууме к скорости света в среде.	1 + 1 (правильный ответ + объяснение)
Б)	Реальное угловое направление на Земле будет больше, так как земная атмосфера значительно плотнее марсианской, а коэффициент преломления пропорционален плотности газа. Но важно не только абсолютное значение коэффициента преломления, а также и его изменение на единицу высоты. Это изменение преломления света с высотой на Земле также больше, так как при сравнимых ускорениях свободного падения (формирующих атмосферу) начальные плотности атмосфер Земли и Марса несопоставимы (у Марса на два порядка меньше).	1 + 1 (правильный ответ + объяснение)

Задача 5

А)	Правильный ответ 2. Для разворота необходимо, чтобы момент силы вращения моторов вдоль вертикальной оси с закруткой по часовой стрелке отличался от момента силы вращения моторов с закруткой против часовой стрелки. Кроме того, необходимо, чтобы вокруг горизонтальных осей симметрии коптера выполнялось равенство нулю моментов сил тяги.	2
Б)	При дальнейшем возрастании угловой скорости корпуса начинает сказываться момент силы сопротивления воздуха, который компенсирует разницу вращательных моментов сил моторов. При полной компенсации угловое ускорение исчезнет, и скорость вращения станет постоянной.	1
1)	Уравнение моментов сил: $J\epsilon = \sum_1^4 M_i = 0,2M$, так как изменение момента силы от одного винта пропорционально квадрату числа его оборотов. Энергия вращения корпуса коптера: $W = 0,5J\Omega^2$, где угловая скорость вращения корпуса через $t = 1$ с после начала вращения равна $\Omega = \epsilon t$. Момент силы сопротивления воздуха вращению можно не учитывать на первых секундах, так как он пропорционален скорости вращения (или даже ее квадрату) и в начале мал. Решая систему уравнений и исключая неизвестное угловое ускорение, находим $\Omega = 10W/Mt = 10$ рад/с. В качестве модели квадрокоптера допустимо рассматривать массивный тонкостенный обод, чтобы не вводить момент инерции.	7