

1. Рожденный ползать — летать не может?

Приземистый силуэт танка выгоден с точки зрения уменьшения вероятности его поражения, однако это входит в противоречие с требованием хорошего обзора целей. Небольшой квадрокоптер над танком, снабжаемый электроэнергией по кабелю, мог бы разрешить это противоречие в качестве вышки наблюдения.

В одном из проектов танка «Румата Эсторский» квадрокоптер массой $M = 1$ кг, запускаемый из командирского люка, снабжается электричеством по тонкому нерастяжимому кабелю. Кабель разматывается с катушки, установленной на танке, и на $L = 1$ м его длины приходится масса $m = 1$ г. Считать, что винты коптера отбрасывают вниз поток воздуха со скоростью v , пропорциональной числу оборотов винтов в секунду N . Давление p силы реакции (отдачи) отбрасываемого воздуха, действующее на винт, оценивается по формуле $p = \rho v^2/2$, где ρ — плотность воздуха, v — скорость потока в м/с. Считать танк неподвижным, а погоду — безветренной. Жесткостью кабеля на изгиб и силой натяжения при его сходе с катушки пренебречь. КПД винтов и КПД двигателей считать постоянными и не зависящими от их оборотов. Высотой танка пренебречь.

- 1) Найти силу тяги квадрокоптера в режиме зависания на высоте $h = 50$ м.
- 2) Во сколько раз отличаются числа оборотов винтов квадрокоптера (N_H/N_h) на режимах зависания с высотами $H = 200$ м и $h = 50$ м?

А) Для каких целей кроме электропитания можно использовать кабель коптера?

Б) Как изменится необходимая для зависания мощность при наличии сильного ветра? Ответ пояснить.

2. «Изгнание примесей из одержимого ими Германия токами святого Фуко»

Зонная плавка — метод очистки твердых веществ, основанный на различной растворимости примесей в твердой и жидкой фазах. Обычно примесь лучше растворяется (молекулы примеси быстрее распределяются) в жидкой фазе, поэтому она постепенно накапливается в расплавленной зоне, это медленный диффузионный процесс. Метод зонной плавки используют для получения сверхчистого германия (химический элемент) при локальном плавлении заготовки путем ее разогрева токами Фуко (рис. 1). Токи Фуко возникают в самой заготовке внутри индукционных катушек под действием переменного магнитного поля. Принцип разогрева заготовки напоминает принцип работы кухонной варочной индукционной панели. Заготовку 2-3-4-5 помещают в графитовую лодочку 6 и передвигают со скоростью v относительно катушки с током I . Такие проходы с локальным плавлением повторяют несколько раз, все время только слева направо (на рис. 1 две катушки соответствуют двум проходам). Последний кусок заготовки 5 с собранными шлаками впоследствии удаляется.

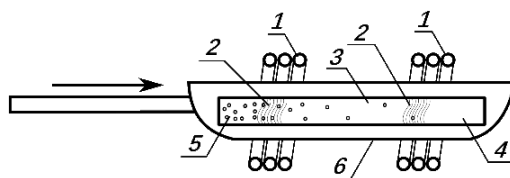


Рис. 1. Схема устройства для зонной плавки германия: индукционные катушки (1); расплавленные зоны (2); очищенный германий (3); сверхчистый германий (4); германий с повышенным содержанием примесей (5); графитовая лодочка (6)

1) Если в методе зонной плавки заготовка из германия является сплошным цилиндром диаметром $D = 1$ см и движется со скоростью $v = 1$ см/час относительно катушки, то какой должна быть минимальная полезная мощность, генерируемая катушкой с током?

Примечание: образец германия перед зоной плавления имеет комнатную температуру; цилиндрическая заготовка при плавлении сохраняет свою форму, а ее площадь контакта с графитом мала; считать, что в силу плохой теплопроводности германия тепло от границы кристаллизации практически не доходит до границы плавления и рассеивается в окружающую среду; молярная масса, температура плавления, плотность твердого тела / расплава при температуре плавления, удельная теплоемкость в твердом состоянии, молярная теплота кристаллизации германия — $M = 72,64$ г/моль, $T = 938$ °С, $\rho = 5300/5600$ кг/м³, $c = 0,32$ Дж/(г·°С), $\lambda = 36,94$ кДж/моль.

2) Намотка индукционной катушки имеет $n = 10$ витков и диаметр $D_{in} = 3$ см. Она выполнена из стальной проволоки радиусом поперечного сечения $r = 0,1$ мм с удельным сопротивлением $\rho_{Fe} = 0,13$ Ом·мм²/м в высокотемпературной керамической изоляции, так что шаг между соседними витками $h = 3$ мм. Найти омическое сопротивление обмотки, которое задает один из видов тепловых потерь; допустима погрешность до 10%.

А) Сформулировать два основных требования к материалу лодочки.

Б) Почему индукционная катушка не может быть ни слишком длинной, ни слишком короткой, то есть почему существует оптимальная длина катушки?

3. БЭК

Безэкипажный катер (БЭК) для быстроты и дешевизны конструкторской разработки решили спроектировать по подобию некоего «прототипа» — скоростного катера, перевозящего людей. При этом все линейные размеры прототипа уменьшили в три раза. Однако геометрическое подобие не является полным, поэтому дополнительно надо исследовать, например, подобие силовых и энергетических характеристик двигательных установок. Заметим, что отсутствие людей на БЭК дало увеличение доли полезной нагрузки к полной массе судна, которое решили использовать для дополнительного вооружения, но не для топлива.

1) Во сколько раз можно уменьшить полезную мощность силовой установки БЭК по сравнению с прототипом, чтобы БЭК развивал такую же максимальную скорость, как и прототип?

2) Если уменьшить максимальную скорость БЭК по сравнению с прототипом в два раза, то во сколько раз возрастет дальность плавания БЭК по сравнению со случаем, когда его максимальная скорость равна скорости прототипа? КПД двигателя при этом считать неизменным.

Примечание: в п.п. 1, 2 также считать, что как при скоростном режиме судна, когда скорости прототипа и катера совпадают и достигают максимальных значений, так и в состоянии покоя глубина его осадки остается неизменной. Как для БЭК, так и для его прототипа, относительная глубина осадки в процентах от длины судна одинакова. Сила гидродинамического сопротивления пропорциональна произведению скорости движения судна и площади поперечного сечения погруженной части корпуса. Сила тяги направлена строго горизонтально против скорости.

А) В каком случае (у БЭК или у прототипа) и во сколько раз в условиях п. 1 силовая установка имеет бóльшую энерговооруженность, если под ней понимать удельную мощность — мощность, приходящуюся на единицу массы конструкции судна?

4. Дрон-ретранслятор

В условиях работы аппаратуры радиоэлектронной борьбы (РЭБ) дальность связи оператора с дроном резко падает, так как для устойчивого управления дроном мощность сигнала оператора должна превышать мощность сигнала помех. Для увеличения дальности связи при действии РЭБ используют дроны-ретрансляторы с мощными передатчиками, которые получают сигнал от оператора и передают его другим дронам. Может даже возникнуть ситуация, когда в цепочке передачи сигнала используется не один ретранслятор, а несколько. Пусть на фоне действия РЭБ радиус устойчивой приемо-передающей связи одинаков как от оператора к дрону, так и наоборот, и равен $R = 1$ км во все стороны (всенаправленный сигнал).

1) Какое минимальное количество дронов-ретрансляторов потребуется для обеспечения устойчивой связи вокруг оператора на удалении $L = 10$ км без «мертвых зон» в тонком приземном слое (дроны располагаются в один слой)? Сделать оценку сверху этого количества как можно точнее.

2) Как зависит радиус зоны устойчивой всенаправленной связи L от числа оптимально распределенных в ней дронов-ретрансляторов N (указать приблизительно степень k в законе $L \sim N^k$)? Рассмотреть случай, когда надо обеспечить связь в «толстом» приземном слое толщиной $h = 5$ км при $R = 500$ м, $L < 2,5$ км.

3) Оператору для поддержания связи с дронами в зоне устойчивого сигнала радиуса 10 км (как в п. 1) поставляют свежие партии дронов-ретрансляторов по 100 штук в неделю, едва покрывая их убыль из-за боевых потерь. До какого количества штук в неделю необходимо будет увеличить поставки дронов при новом радиусе зоны устойчивого сигнала в 30 км? Считать, что еженедельные потери равновероятны во всех точках зоны устойчивого сигнала, дроны расположены в один горизонтальный слой.

5. Агродрон

Тяжелые мультикоптеры используются в сельском хозяйстве для опрыскивания полей ядохимикатами с целью их защиты от вредителей (рис. 2). Через форсунки вниз распыляется раствор ядохимикатов с общим расходом $q = 100$ г/с, причем капли раствора $r = 0,1$ мм настолько малы, что «вморожены» в нисходящий поток воздуха от его винтов (капли полностью увлекаются потоком). Считать, что мультикоптер расположен достаточно высоко над землей и воздушный нисходящий поток около верхушек растений становится однородным в поперечном сечении радиуса $R = 3$ м, а его вертикальная скорость на этой высоте $v = 10$ м/с. Затем, ближе к земле, поток разворачивается горизонтально и замедляется. Мультикоптер медленно горизонтально перемещается со скоростью $u = 2$ м/с. Считать, что капли не сливаются друг с другом. Плотность раствора такая же, как у воды.



Рис. 2. Агродрон над полем

- 1) Найти объемную концентрацию капель в потоке около верхушек растений (то есть сколько капель содержится в единице объема воздуха).
 - 2) Оценить среднее расстояние между соседними каплями на горизонтальной поверхности листа на верхушке растения после пролета над ним мультикоптера. Во сколько раз надо замедлить горизонтальное движение коптера, чтобы капли на листе начали сливаться? Лист лежит на траектории движения центра масс коптера. Капли не смачивают лист и остаются почти сферическими. Скорость вертикального потока воздуха под винтами не меняется.
- А) Какие недостатки/преимущества с точки зрения качества опрыскивания есть у агродрона по сравнению с малой авиацией (винтомоторный биплан, мотодельтаплан)?

1. Рожденный ползать — летать не может?

Приземистый силуэт танка выгоден с точки зрения уменьшения вероятности его поражения, однако это входит в противоречие с требованием хорошего обзора целей. Небольшой квадрокоптер над танком, снабжаемый электроэнергией по кабелю, мог бы разрешить это противоречие в качестве вышки наблюдения.

В одном из проектов танка «Румата Эсторский» квадрокоптер массой $M = 1$ кг, запускаемый из командирского люка, снабжается электричеством по тонкому нерастяжимому кабелю. Кабель разматывается с катушки, установленной на танке, и на $L = 1$ м его длины приходится масса $m = 1$ г. Считать, что винты коптера отбрасывают вниз поток воздуха со скоростью v , пропорциональной числу оборотов винтов в секунду N . Давление p силы реакции (отдачи) отбрасываемого воздуха, действующее на винт, оценивается по формуле $p = \rho v^2/2$, где ρ — плотность воздуха, v — скорость потока в м/с. Считать танк неподвижным, а погоду — безветренной. Жесткостью кабеля на изгиб и силой натяжения при его сходе с катушки пренебречь. КПД винтов и КПД двигателей считать постоянными и не зависящими от их оборотов. Высотой танка пренебречь.

1) Найти силу натяжения в середине вертикальной части кабеля $H = 200$ м в режиме зависания квадрокоптера.

2) Во сколько раз отличаются мощности двигателей коптера (P_H/P_h) на режимах зависания с высотами $H = 200$ м и $h = 50$ м?

А) Назвать эксплуатационные недостатки привязного квадрокоптера, используемого на танке.

Б) Как изменится ответ в п. 2 (уменьшится/увеличится), если учесть наличие одинаковой силы натяжения в обоих режимах зависания при сходе кабеля с катушки? Ответ пояснить.

2. «Изгнание примесей из одержимого ими Германия токами святого Фуко»

Зонная плавка — метод очистки твердых веществ, основанный на различной растворимости примесей в твердой и жидкой фазах. Обычно примесь лучше растворяется (молекулы примеси быстрее распределяются) в жидкой фазе, поэтому она постепенно накапливается в расплавленной зоне, это медленный диффузионный процесс. Метод зонной плавки используют для получения сверхчистого германия (химический элемент) при локальном плавлении заготовки путем ее разогрева токами Фуко (рис. 1). Токи Фуко возникают в самой заготовке внутри индукционных катушек под действием переменного магнитного поля. Принцип разогрева заготовки напоминает принцип работы кухонной варочной индукционной панели. Заготовку 2-3-4-5 помещают в графитовую лодочку 6 и передвигают со скоростью v относительно катушки с током I . Такие проходы с локальным плавлением повторяют

несколько раз, все время только слева направо (на рис. 1 две катушки соответствуют двум проходам). Последний кусок заготовки 5 с собранными шлаками впоследствии удаляется.

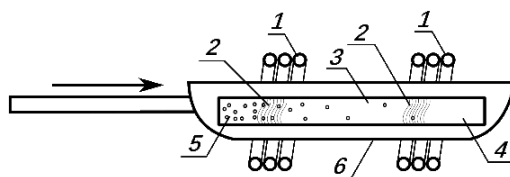


Рис. 1. Схема устройства для зонной плавки германия: индукционные катушки (1); расплавленные зоны (2); очищенный германий (3); сверхчистый германий (4); германий с повышенным содержанием примесей (5); графитовая лодочка (6)

1) Если в методе зонной плавки заготовка из германия является сплошным цилиндром диаметром $D = 2$ см, а полезная мощность, потребляемая установкой $N = 1$ Вт, то с какой максимальной скоростью v можно передвигать заготовку относительно катушки?

Примечание: образец германия перед зоной плавления имеет комнатную температуру; цилиндрическая заготовка при плавлении сохраняет свою форму, а ее площадь контакта с графитом мала; считать, что в силу плохой теплопроводности германия тепло от фронта кристаллизации практически не доходит до фронта плавления и теряется; молярная масса, температура плавления, плотность твердого тела / расплава при температуре плавления, удельная теплоемкость в твердом состоянии, молярная теплота кристаллизации германия — $M = 72,64$ г/моль, $T = 938$ °С, $\rho = 5300/5600$ кг/м³, $c = 0,32$ Дж/(г·°С), $\lambda = 36,94$ кДж/моль.

2) Энергетический КПД индукционной катушки с полезной мощностью $N = 1$ Вт в методе зонной плавки составляет 30%. Оценить сверху эффективную величину переменного электротока, протекающего по ее обмотке (для расчета тепловыделения переменный ток можно заменить на постоянный с эффективным значением). Намотка индукционной катушки имеет $n = 10$ витков и диаметр $D_{in} = 3$ см. Она выполнена из стальной проволоки радиусом поперечного сечения $r = 0,1$ мм с удельным сопротивлением $\rho_{Fe} = 0,13$ Ом·мм²/м в высокотемпературной керамической изоляции. Расстоянием между соседними витками пренебречь.

А) Если увеличить полезную мощность установки, то можно увеличить скорость плавления заготовки и сократить время ее прохода через катушку. Почему предпочитают медленное перемещение заготовки при малой мощности?

Б) Было замечено, что при зонной плавке твердые части заготовки не сдвигаются друг относительно друга из-за трения о графитовую лодочку. Какова площадь сечения расплава — больше или меньше, чем у этих твердых частей, или одинакова?

3. БЭК

Безэкипажный катер (БЭК) для быстроты и дешевизны конструкторской разработки решили спроектировать по подобию некоего «прототипа» — скоростного катера, перевозящего людей. При этом все линейные размеры прототипа уменьшили в три раза. Однако геометрическое подобие не является полным, поэтому дополнительно надо исследовать, например, подобие

силовых и энергетических характеристик двигательных установок. Заметим, что отсутствие людей на БЭК дало увеличение доли полезной нагрузки к полной массе судна, которое решили использовать для дополнительного вооружения, но не для топлива.

1) Пусть БЭК развивает такую же максимальную скорость, как и прототип. В каком случае (у БЭК или прототипа) дальность плавания при этом больше (и во сколько раз) при одном и том же виде топлива? Считать, что КПД силовых установок одинаков.

2) Во сколько раз масса БЭК меньше, чем у прототипа?

Примечание: в п.п. 1, 2 также считать, что как при скоростном режиме судна, когда скорости прототипа и катера совпадают и достигают максимальных значений, так и в состоянии покоя глубина его осадки остается неизменной. Как для БЭК, так и для его прототипа, относительная глубина осадки в процентах от длины судна одинакова. Сила гидродинамического сопротивления пропорциональна произведению скорости движения судна и площади поперечного сечения погруженной части корпуса. Сила тяги направлена строго горизонтально против скорости.

А) В каком случае (у БЭК или у прототипа) силовая установка имеет бóльшую тяговооруженность, если под ней понимать удельную величину силы тяги, то есть силу, приходящуюся на единицу массы судна?

4. Дрон-ретранслятор

В условиях работы аппаратуры радиоэлектронной борьбы (РЭБ) дальность связи оператора с дроном резко падает, так как для устойчивого управления дроном мощность сигнала оператора должна превышать мощность сигнала помех. Для увеличения дальности связи при действии РЭБ используют дроны-ретрансляторы с мощными передатчиками, которые получают сигнал от оператора и передают его другим дронам. Может даже возникнуть ситуация, когда в цепочке передачи сигнала используется не один ретранслятор, а несколько. Пусть на фоне действия РЭБ радиус устойчивой приемо-передающей связи одинаков как от оператора к дрону, так и наоборот, и равен $R = 1$ км во все стороны (всенаправленный сигнал).

1) Как зависит радиус зоны устойчивой связи L от числа оптимально распределенных в ней дронов-ретрансляторов N (указать приблизительно степень k в законе $L \sim N^k$)? Считать, что связь нужно обеспечить в приземном слое толщиной $h = 100$ м при $R = 1$ км, $L = 5\text{--}15$ км.

2) Оператору для поддержания связи с дронами в зоне радиуса $L = 10$ км поставляют свежие партии дронов-ретрансляторов по 100 штук в неделю, едва покрывая их убыль из-за боевых потерь. Считать, что еженедельные потери равновероятны во всех точках зоны устойчивого сигнала, не зависят от радиуса приема каждого дрона R , а сами дроны расположены в один горизонтальный слой. Во сколько раз надо увеличить радиус приема каждого дрона R , чтобы при увеличении зоны устойчивого сигнала до $L = 30$ км еженедельные потери не росли и оставались на первоначальном уровне?

3) Как будет расти радиус зоны устойчивого сигнала в тонком приземном слое в зависимости от времени t на протяжении многих дней (то есть указать степень k в зависимости $L \sim t^k$), если

оператору ежедневно привозят новые дроны-ретрансляторы в одном и том же количестве и потери дронов отсутствуют?

5. Агродрон

Тяжелые мультикоптеры используются в сельском хозяйстве для опрыскивания полей ядохимикатами с целью их защиты от вредителей (рис. 2). Через форсунки вниз распыляется раствор ядохимикатов с общим расходом $q = 100$ г/с, причем капли раствора $r = 0,1$ мм настолько малы, что «вморожены» в нисходящий поток воздуха от его винтов (капли полностью увлекаются потоком). Считать, что мультикоптер расположен достаточно высоко над землей и воздушный нисходящий поток около верхушек растений становится однородным в поперечном сечении радиуса $R = 3$ м, а его вертикальная скорость на этой высоте $v = 10$ м/с. Затем, ближе к земле, поток разворачивается горизонтально и замедляется. Мультикоптер медленно горизонтально перемещается со скоростью $u = 2$ м/с. Считать, что капли не сливаются друг с другом. Плотность раствора такая же, как у воды.



Рис. 2. Агродрон над полем

- 1) Найти поверхностную концентрацию капель (то есть сколько капель оседает на единицу площади поверхности) на горизонтальном листе на верхушке растения после пролета над ним мультикоптера. Лист лежит на линии траектории движения центра масс коптера.
 - 2) Оценить среднее расстояние между соседними каплями в потоке воздуха около верхушек растений.
- А) В какое время суток лучше опрыскивать поля с точки зрения эффективности борьбы с вредителями?