

Физика 10 класс

1. На реке на равных расстояниях друг от друга стоят три села, А, Б и В (считая вниз по течению). Трое жителей этих сёл договорились встретиться где-нибудь на реке. У жителей сёл А и Б лодки одинаковые, а у жителя села В скорость лодки относительно воды вдвое больше, чем у других. Лодки из крайних сёл отплыли одновременно, а лодка из села Б позже – с задержкой на $T = 1$ час. При этом лодки оказались рядом друг с другом только в месте встречи, куда прибыли одновременно. Сколько времени плыла до встречи лодка из села А, если вдоль берега она проплыла в 9 раз больше, чем лодка из села Б? Скорость течения реки постоянна.

Решение:

Так как до встречи никакие лодки рядом не были, то встреча произошла выше по течению, чем село Б, иначе лодки из сёл А и Б некоторое время плыли бы рядом*. Обозначим искомое время T_x , скорости лодок из А и Б как V , скорость течения U , расстояние между соседними сёлами L , расстояние между местом встречи и селом Б как $X=L/10$. Тогда верны следующие уравнения:

$$L - X = T_x(V + U) \quad (1)$$

$$L + X = T_x(2V - U) \quad (2)$$

$$X = (T_x - T)(V - U) \quad (3)$$

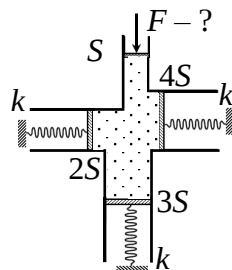
Решая систему уравнений (1) – (3), получим следующие соотношения: $V = 2L / 3T_x$ и $U = 7L / 30T_x$.

Теперь из третьего уравнения получим

$$\text{ответ: } T_x = 13T / 10 = 78 \text{ минут.}$$

*Если считать, что встреча лодок произошла ниже Б по течению, то $T = 9\Delta T / 8$. Такое решение не может быть оценено выше, чем половина от полного решения задачи.

2. Четыре цилиндра сечений S , $2S$, $3S$ и $4S$ соединены, как показано на рисунке. Цилиндры перекрыты подвижными поршнями, пространство между которыми заполнено несжимаемой жидкостью. К трем поршням прикреплены одинаковые пружины жесткости k (см. рис.). Какую силу надо приложить к четвертому поршню площадью S , чтобы сместить его на небольшое расстояние X ? Трения нет, силой тяжести пренебречь.



Решение:

Смещение поршня на X вызывает смещения других поршней из-за несжимаемости жидкости. Общий объём жидкости должен остаться неизменным, поэтому:

$$S \cdot X = 2S \cdot x_1 + 3S \cdot x_2 + 4S \cdot x_3. \quad (1)$$

Гидростатическое давление на поршни одинаковое:

$$\frac{F}{S} = \frac{kx_1}{2S} = \frac{kx_2}{3S} = \frac{kx_3}{4S}. \quad (2)$$

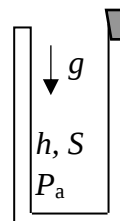
Выразив x_3 и x_2 через x_1 из (2), и подставив их в (1), найдём:

$$x_1 = \frac{2}{29} X, \quad x_2 = \frac{3}{29} X, \quad x_3 = \frac{4}{29} X.$$

Подставив полученные смещения в (2), выразим искомую силу:

$$\text{Ответ: } F = \frac{kX}{29}.$$

3. Правое колено тонкой U-образной трубки внутренним сечением S заткнуто пробкой. Известно, что выдернуть пробку можно, приложив к ней силу, не меньшую F_0 . Трубку устанавливают вертикально и в левое колено заливают жидкость с плотностью ρ до самого верха. Какую теперь силу достаточно приложить к пробке, чтобы ее выдернуть? Высота вертикального колена h , длиной горизонтального участка пренебречь. Ускорение свободного падения g , внешнее давление $P_a = 4\rho gh$.



Решение:

После заливания воды в правом колене воздух сжался и остался столбик воздуха высотой x . Давление воздуха P_x в этом столбике можно найти из закона Бойля-Мариотта:

$$P_a (h \cdot S) = P_x (x \cdot S). \quad (1)$$

Тогда запишем равенство давлений в разных коленах трубки на высоте $h - x$ от дна (там, где в правом колене начинается воздух), подставив давление P_x , полученное из (1):

$$P_a + \rho g x = P_a \frac{h}{x}.$$

Решая полученное уравнение, найдём

$$x = (-2 \pm 2\sqrt{2})h.$$

Выбираем положительный корень (размер столбика не может быть отрицательным).

Снизу на пробку давит сжатый воздух, а сверху — атмосферное давление. Результирующая сила, стремящаяся вытолкнуть пробку, равна

$$F_{\text{выт}} = (P_a + \rho g x - P_a) S = \rho g x S = 2\rho g h S (\sqrt{2} - 1).$$

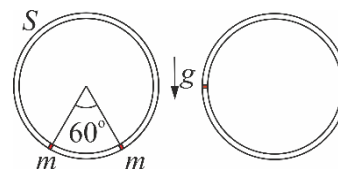
Тогда, чтобы выдернуть пробку необходимо приложить силу

$$F = F_0 - F_{\text{выт}} = F_0 - 2\rho g h S (\sqrt{2} - 1).$$

Если значение получается меньше 0, то пробка вылетит сама.

Ответ: $F = F_0 - 2\rho g h S (\sqrt{2} - 1)$, если $F \leq 0$, то пробка вылетит сама.

4. Тонкая трубка с площадью сечения S свёрнута в герметичное вертикальное кольцо, заполненное идеальным газом и разделённое на два объёма с помощью двух тонких герметичных поршней массы m , которые могут перемещаться по трубке без трения. В исходном положении угловой размер участка трубки между поршнями в равновесии равен 60° , а когда кольцо перевернули, равновесное положение поршней оказалось таким, что они разделили кольцо пополам. Определите давление в нижней части кольца в конечном равновесном положении. Считать, что температура постоянна, ускорение свободного падения равно g .



Решение:

Поршни делят кольцо на два изолированных участка. Обозначим в начальном положении давление в верхнем участке P_1 , а в нижнем — P_2 , а в конечном положении давление в верхнем участке P_2' , а в нижнем — P_1' . В начальном положении разница сил давлений, действующих на каждый из поршней, компенсируется проекцией силы тяжести на направление вдоль трубки:

$$(P_2 - P_1)S = mg \cdot \sin 30^\circ. \quad (1)$$

В конечном положении разница сил давлений, действующих на каждый из поршней, компенсируется силой тяжести:

$$(P_1' - P_2')S = mg. \quad (2)$$

Из законов Бойля-Мариотта, записанных для каждого из участков, получим

$$P_1' = \frac{(5/6)}{(3/6)} P_1 = \frac{5}{3} P_1 \text{ и} \quad (3)$$

$$P_2' = \frac{(1/6)}{(3/6)} P_2 = \frac{1}{3} P_2. \quad (4)$$

Подставляя в систему уравнений (1) – (2) полученные выражения, найдём

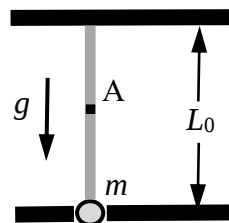
$$P_1 = \frac{7}{8} \frac{mg}{S}.$$

Подставляя это выражение в (3), получим

$$\text{ответ: } P_1' = \frac{35}{24} \cdot \frac{mg}{S}.$$

.

5. Легкий эластичный шнур жесткости k с одной стороны прикреплен к маленькому грузику массы m , а с другой стороны к потолку. Вначале шнур не растянут, а грузик застрял в отверстии в полу. Сила трения скольжения, которая возникает при его вытаскивании из отверстия, равна $F_{\text{тр}} = 3mg$. Шнур зацепили в некоторой точке А шнура и стали медленно смещать эту точку вертикально вверх. Когда точка А достигла потолка, грузик выскочил из отверстия и полетел вверх. При этом точку А шнура удерживали в верхнем положении. На какую максимальную высоту грузик поднимется относительно пола? Ускорение свободного падения g . Высота потолка L_0 .



Решение

Пусть т. А находилась на некотором неизвестном расстоянии L_1 от пола. Растягивается только часть шнура, расположенная между полом и т. А. Жёсткость этой части шнура равна

$$k_1 = k \frac{L_0}{L_1}, \quad (1)$$

а максимальное удлинение этой части равно

$$\Delta x = L_0 - L_1. \quad (2)$$

Условие «выскакивание» грузика из отверстия:

$$F_{\text{тр}} + mg = F_{\text{упр}} = k_1 \Delta x = k (L_0 / L_1) (L_0 - L_1). \quad (3)$$

Из уравнения (3), с учётом, что по условию $F_{\text{тр}} = 3mg$, определим, что

$$L_1 = \frac{kL_0^2}{4mg + kL_0}. \quad (4)$$

Шнур «не работает» на сжатие, поэтому максимальную высоту подъёма грузика H можно найти из закона сохранения энергии:

$$mgH = k_1 \frac{\Delta x^2}{2}.$$

Подставляя сюда (1) и (2), а в полученное выражение (4), найдём

$$H = \frac{8mgL_0}{4mg + kL_0}.$$

Эта формула «работает», если $kL_0 \geq 4mg$, иначе $H = L_0$.