

Физика 11 класс

1. Три школьника перебрасывают друг другу мяч, сообщая ему одну и ту же скорость. Первый бросает с вертикальной башни высотой H в горизонтальном направлении. Второй ловит мяч, стоя на земле, и бросает третьему, который стоит у подножия башни. Третий бросает мяч вертикально вверх, чтобы первый школьник этот мяч поймал. За какое время мяч возвращается на башню, если школьники сообщают мячу минимально возможную для этого процесса скорость? Влиянием воздуха и размерами школьников пренебречь. Ускорение свободного падения g .

Решение:

Минимальная скорость v мяча определяется третьим вертикальным броском: она соответствует нулевой конечной скорости на высоте H :

$$v = \sqrt{2gH}. \quad (1)$$

При таком равноускоренном движении время

$$t_3 = \sqrt{2\frac{H}{g}}.$$

Вертикальная проекция перемещения мяча в первом броске такая же, как в третьем, только обращенная по времени. Поэтому, время полета мяча с высоты H при первом броске

$$t_1 = t_3 = \sqrt{2\frac{H}{g}},$$

вертикальная проекция конечной скорости равна v , а средняя вертикальная скорость — $v/2$. Поскольку, горизонтальная скорость постоянна и равна v , то есть вдвое больше средней вертикальной, горизонтальное перемещение мяча равно

$$L = 2H. \quad (2)$$

Второй бросок, очевидно, осуществляется под некоторым углом θ к горизонту, а его дальность выражается известной формулой:

$$L = \frac{v^2}{g} \sin 2\theta.$$

Подставив сюда v из (1), $L = 2H$ из (2) и сократив, найдём

$$\sin 2\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ.$$

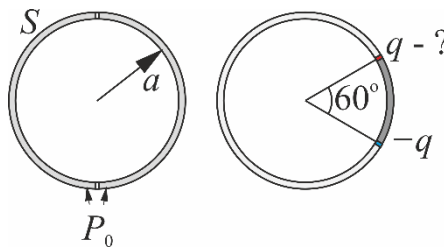
Значит, горизонтальная скорость в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем при первом броске, а время соответственно в $\sqrt{2}$ раз больше:

$$t_2 = \sqrt{2}t_1 = \sqrt{2}\sqrt{2\frac{H}{g}}.$$

Сложив все три промежутка времени, получим

$$\text{ответ: } t = t_1 + t_2 + t_3 = 2\left(1 + \sqrt{2}\right)\sqrt{\frac{H}{g}}.$$

2. Тонкая трубка с площадью сечения S свёрнута в герметичное горизонтальное кольцо радиуса a ($a^2 \gg S$). В кольце, в диаметрально противоположных точках находятся два тонких герметичных поршня, а остальное пространство заполнено идеальным газом при давлении P_0 . На поршни помещают некоторые заряды q и $-q$, после этого поршни оказываются в новом положении равновесия, при котором угловой размер участка трубки между поршнями равен 60° . Определите величину заряда q . Коэффициент пропорциональности в законе Кулона равен k . Считать, что трубка непроводящая, влиянием трения, изменением температуры и силой тяжести пренебречь.



Решение:

Поршни делят кольцо на два изолированных участка:

участок	угловой размер	длина L	объём $V = SL$	давление
1	$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$L_1 = \frac{\pi a}{3}$	$V_1 = \frac{\pi a S}{3}$	P_1
2	$300^\circ = \frac{5\pi}{3}$	$L_2 = \frac{5\pi a}{3}$	$V_2 = \frac{5\pi a S}{3}$	P_2

Количество газа в каждом участке не меняется и температура постоянна, то есть это изотермический процесс, для которого справедлив закон Бойля — Мариотта:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = P_0 (\pi a S),$$

где P_0 — начальное давление газов.

Разность давлений по обе стороны поршня создаёт суммарную тангенциальную силу:

$$F = (P_1 - P_2) S = \left(3 - \frac{3}{5}\right) P_0 S = \frac{12}{5} P_0 S, \quad (1)$$

Угловое расстояние между поршнями равно 60° , то есть вместе с центром окружности они лежат в вершинах равностороннего треугольника. Поэтому, расстояние между поршнями равно радиусу окружности a . Поскольку поршни разноименно заряжены, между ними действует кулоновская сила притяжения

$$F_c = k \frac{q^2}{a^2}.$$

Эта сила направлена вдоль соединяющей поршни хорды. Её радиальная компонента компенсируется силой реакции стенок трубки, а интересующая нас тангенциальная компонента равна

$$F_\tau = F_c \cos 30^\circ = k \frac{q^2}{a^2} \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (2)$$

Эта компонента кулоновской силы уравнивается суммарной силой давления на поршень со стороны газов. Приравняв эти силы, выражающиеся уравнениями (1) и (2), и выразив из полученного равенства q , найдём

$$\text{ответ: } q = \sqrt{\frac{8\sqrt{3}}{5}} a \sqrt{\frac{P_0 S}{k}}.$$

3. Через два отверстия в крышке стола протянут легкий резиновый шнур длиной L . К его концам под крышкой прикреплены грузы с массами m и $M > m$. В установившемся режиме из-за проскальзывания шнура в отверстиях груз с большей массой опускается с небольшой постоянной скоростью v . Вторым груз при этом поднимается со скоростью u . Чему равен коэффициент жесткости всего шнура? Ускорение свободного падения g .

Решение:

Пусть в текущий момент времени длины растянутых вертикальных участков шнура, несущих тяжёлый и лёгкий груз, соответственно равны Ξ и ξ , а их длины в нерастянутом состоянии X и x . Соответственно, их удлинения равны $\Xi - X$ и $\xi - x$. Силы натяжения этих участков равны силам тяжести грузов Mg и mg соответственно. Поскольку шнур однороден, удлинение участка шнура прямо пропорционально длине участка в ненапрянутом состоянии и силе натяжения, причём для всего шнура (длиной L в ненапрянутом и Λ в натянутом состоянии) натяжение равно $k(\Lambda - L)$, где k — искомый коэффициент жесткости:

$$\frac{\Xi - X}{\Lambda - L} = \frac{(Mg)X}{k(\Lambda - L)L} \Rightarrow X = \left(1 + \frac{Mg}{kL}\right)^{-1} \Xi.$$

Последнее равенство показывает линейную пропорциональность между X и Ξ с коэффициентом, независимым от времени. Следовательно изменения этих величин со временем также будут пропорциональны друг другу с тем же коэффициентом пропорциональности:

$$\Delta X = \left(1 + \frac{Mg}{kL}\right)^{-1} \Delta \Xi. \quad (1)$$

Аналогично для лёгкого груза

$$\Delta x = \left(1 + \frac{mg}{kL}\right)^{-1} \Delta \xi. \quad (2)$$

Разделим (1) на (2):

$$\frac{\Delta X}{\Delta x} = \frac{kL + mg}{kL + Mg} \frac{\Delta \Xi}{\Delta \xi}. \quad (3)$$

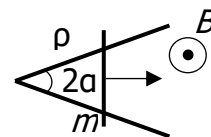
Силы, действующие на участок шнура, лежащий на поверхности стола, не меняются со временем. Поэтому длина этой части шнура в нерастянутом состоянии, равно как в растянутом, равному расстоянию между отверстиями, неизменна. Поэтому, $\Delta X = -\Delta x$ или $\Delta X / \Delta x = -1$. Отношение же приращений растянутых свисающих участков равно отношению скоростей: $\Delta \Xi / \Delta \xi = -v / u$. Подставив это в (3), получим:

$$1 = \frac{kL + mg}{kL + Mg} \frac{v}{u}.$$

Выразив отсюда k , найдём

$$\text{ответ: } k = \frac{(Mu - mv)g}{L(v - u)}.$$

4. Однородная проволока изогнута под углом 2α и имеет погонное сопротивление ρ . В вершине угла находится перемычка массы m , сделанная из той же проволоки. Перемычке сообщают скорость v_0 вдоль биссектрисы угла. На какое расстояние отъедет перемычка, если перпендикулярно плоскости угла имеется однородное магнитное поле с индукцией B ? Считать, что перемычка все время контактирует со сторонами проволоки.



Решение:

В момент, когда перемычка отъехала на расстояние x , длина её части, заключённой внутри угла равна

$$l = 2x \operatorname{tg} \alpha, \quad (1)$$

площадь замкнутого контура в форме равнобедренного треугольника, образованного углом и перемычкой,

$$S = \frac{1}{2} l x = x^2 \operatorname{tg} \alpha, \quad (2)$$

периметр треугольника L и его сопротивление R

$$L = l + 2 \frac{x}{\cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} 2x, \quad R = \rho L = \rho \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} 2x, \quad (3)$$

поток пронизывающего его магнитного поля

$$\Phi = BS.$$

С течением времени t за счёт изменения x и, соответственно, площади S этот поток изменяется. Поэтому, вследствие электромагнитной индукции в нём возникает ЭДС

$$\mathcal{E} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{\Delta (BS)}{\Delta t} \text{ и}$$

электрический ток

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t R} = - \frac{\Delta (BS)}{\Delta t R} \quad (4)$$

В результате, на перемычку действует сила Лоренца

$$F = IBl$$

Запишем второй закон Ньютона для перемычки

$$\frac{m \Delta v}{\Delta t} = -IBl$$

Подставив сюда (4), а затем (1), (2) и (3), получим:

$$\frac{m \Delta v}{\Delta t} = - \frac{\Delta (x^2 \operatorname{tg} \alpha B)}{\Delta t \rho 2x \left(\frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} \right)} B 2x \operatorname{tg} \alpha$$

Умножив на Δt и упростив, получим

$$m_{\Delta} v = - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)} \frac{B^2}{\rho} \Delta(x^2)$$

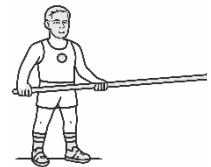
Подставим начальные и конечные значения v и x^2 :

$$m(0 - v_0) = - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)} \frac{B^2}{\rho} (x_k^2 - 0)$$

Здесь x_k — искомое конечное перемещение перемычки. Выразив его с последнего уравнения, найдём

$$\text{ответ: } x_k = \frac{\sqrt{\cos \alpha (1 + \sin \alpha)}}{\sin \alpha} \frac{\sqrt{m \rho v_0}}{B}.$$

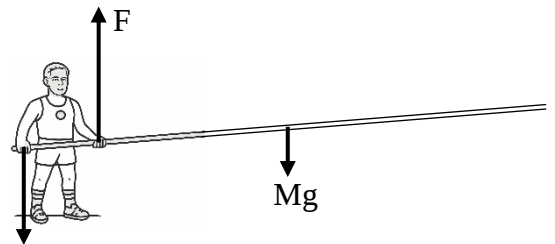
5. Сильный человек держит в руках длинный деревянный шест, взявшись одной рукой за край шеста (см. рисунок), напрягаясь до предела своих возможностей. Оцените длину шеста. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.



Решение

Запишем уравнение баланса момента сил относительно левого края шеста (см. рисунок):

$$Fd = Mg \frac{L}{2},$$



где F — сила, с которой человек удерживает шест рукой, d — расстояние между кистями рук, M — масса стержня, g — ускорение свободного падения, L — длина шеста. Выразим массу шеста через его длину L , плотность ρ и поперечное сечение S :

$$M = \rho S L.$$

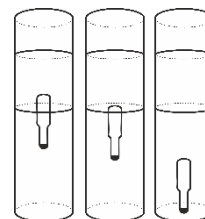
Подставим M из второго уравнения в первое и выразим искомую длину шеста L из полученного равенства:

$$L = \sqrt{\frac{2Fd}{\rho S g}}.$$

Предположив, что человек может приложить силу $F \approx 1000$ Н (это как поднять 100 кг), расстояние между его руками $d \approx 1$ м, плотность дерева $\rho \approx 500$ кг/м³, сечение шеста $S \approx 10$ см² = 0,001 м² (такой шест удобно охватить пальцами), получим

$$\text{ответ: } L \approx 20 \text{ м.}$$

6. *Задача-демонстрация* (демонстрируется видеоролик). Эластичный герметичный флакон со льдом и небольшой гайкой погружается в сосуд с водой и маслом. При погружении флакон сначала останавливается на границе между водой и маслом, затем медленно опускается и в какой-то момент резко падает на дно сосуда. Объясните наблюдаемое явление.



Решение

В начале эксперимента средняя плотность флакона больше плотности масла, но меньше плотности воды. Поэтому флакон тонет в масле, но не в воде и, таким образом, останавливается на границе между водой и маслом.

Далее лёд во флаконе постепенно тает, а значит, объём эластичного флакона уменьшается, т. к. лёд при таянии сжимается. Другими словами, средняя плотность флакона постепенно растёт. При этом постепенно меняется равновесное положение флакона на границе между водой и маслом – чем меньше объём флакона (т. е. чем больше его средняя плотность), тем большая часть объёма флакона погружена в воду в равновесном положении. В этом легко убедиться, рассуждая от противного: если бы флакон по мере таяния льда не опускался, то сила Архимеда уменьшалась бы из-за уменьшения объёма воды и масла, вытесняемых флаконом. А на самом деле сила Архимеда в равновесии должна оставаться постоянной, равной силе тяжести, действующую на флакон. Таким образом, по мере таяния льда флакон медленно опускается, оставаясь в каждый момент времени в равновесном положении на границе воды и масла.

При дальнейшем таянии льда в некоторый момент флакон становится тяжелее воды (т. е. его средняя плотность превышает плотность воды). Начиная с этого момента равновесного положения флакона на границе воды и масла больше не существует, и флакон тонет в воде, резко падая на дно сосуда.