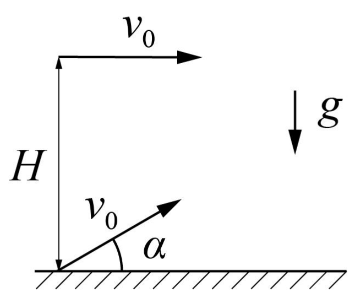
Задача 1

Два находящихся на одной вертикали тела одновременно бросили со скоростями v_0. Первое — с горизонтальной поверхности под углом α к горизонту, второе — горизонтально с высоты H. Обе начальные скорости лежали в одной вертикальной плоскости. Определите:

1) время движения второго тела (удар о поверхность абсолютно неупругий);
2) через какое время после броска тела оказались на минимальном расстоянии, если они не сталкивались друг с другом и землёй;
3) минимальное расстояние между телами в процессе движения, если они не сталкивались друг с другом и землёй;
4) при каком соотношении v_0 и H тела столкнутся.

Ускорение свободного падения g.

Решение:

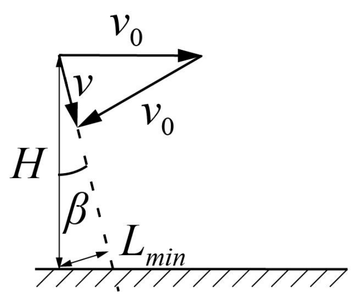


1) Второе тело движется в лабораторной системе отсчёта вдоль вертикальной оси постоянным ускорением g.

$$h = H - \frac{gt^2}{2}$$

Искомое время найдём приравнивая высоту к 0

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$



2) Перейдём в систему отсчёта первого тела. В этой СО первое тело покоится, а второе двигается с постоянной скоростью v(см.рис). Направление этой скорости задаётся углом $\beta = \frac{\alpha}{2}$ (можно найти рассмотрев равнобедренный треугольник скоростей). Минимальное расстояние будет определяться длиной перпендикуляра от первого тела к траектории второго. $L_{\min} = H\sin(\beta) = H\sin(\frac{\alpha}{2})$

3) Скорость второго тела в новой СО найдём через теорему косинусов $\upsilon = \upsilon_0\sqrt{2-2\cos(\alpha)}$, а прошедшее до этого момента время $t_{\min} = \frac{s}{\upsilon} = \frac{H\cos(\frac{\alpha}{2})}{\upsilon_0\sqrt{2-2\cos(\alpha)}}$ (или аналогичное, если скорость находилась через синус половинного угла)

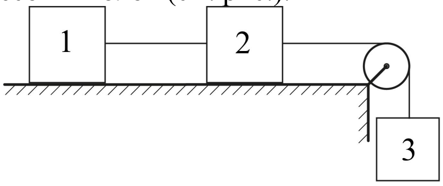
Видно, что при всех α в процессе движения тела не сталкиваются. Значит, столкновение может произойти только на земле, в точке их общего падения. Для второго тела эта точка задана однозначно $L = \upsilon_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$, значит туда должно прилететь второе тело $\upsilon_0\sqrt{\frac{2H}{g}} = L = \frac{\upsilon_0^2\sin(2\alpha)}{g}$ $\quad H = \frac{\upsilon_0^2\sin^2(2\alpha)}{2g}$.

Критерии оценивания

Ответ на первый вопрос	2 балла
Идея смены системы отсчёта или составлено верное выражения для взятия производной	2 балла
Ответ на второй вопрос	2 балла
Ответ на третий вопрос	2 балла
Ответ на четвёртый вопрос	2 балла

Задача 2

Два груза, находящиеся на гладком горизонтальном столе, связаны нитью и соединены с третьим грузом другой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рис.).

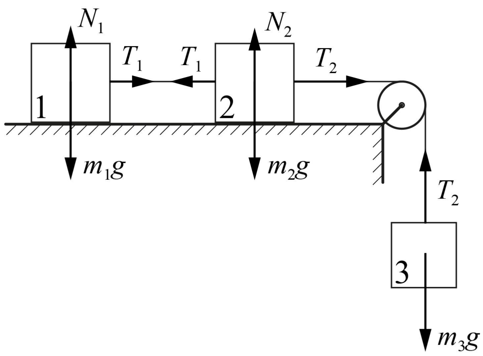


Грузы отпускают. Известно, что во время движения системы нити натянуты с силами 2 Н и 7 Н.
Если грузы 1 и 3 поменять местами, то в процессе движения одна из нитей будет натянута с силой 12 Н. Определите:

1) силу натяжения каждой нити в каждом из двух опытов;
2) отношение масс грузов.

Трением в оси блока можно пренебречь.

Решение:



1) Расставим действующие в системе силы. Запишем 2й закон Ньютона для каждого из тел в проекции на направление соответствующего ускорения (вдоль нити).

$$m_1a = T_1$$

$$m_2a = T_2 - T_1$$

$$m_3a = m_3g - T_2$$

Видно, что $T_2 > T_1$. Значит $T_2 = 7$ Н, $T_1 = 2$ Н.
Исключим ускорение, и выразим силы натяжения из системы.

$$T_1 = g\frac{m_1m_3}{m_1+m_2+m_3}$$

$$T_2 = g\frac{(m_1+m_2)m_3}{m_1+m_2+m_3}$$

При перестановке m_1 и m_3 (меняем соответствующие индексы у масс) T_1 не изменится и останется 2 Н. Значит, T_2 станет равной 12 Н.
Поделим друг на друга уравнения для сил натяжения нитей до перестановки.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1m_3}{(m_1+m_2)m_3} \qquad \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2}{m_1}+1 \qquad \frac{m_2}{m_1} = \frac{7}{2}-1 = 2.5$$

Аналогично, после перестановки

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1m_3}{(m_3+m_2)m_1} \qquad \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2}{m_3}+1 \qquad \frac{m_2}{m_3} = \frac{12}{2}-1 = 5$$

Критерии оценивания

Установлено соответствие сил натяжения до перестановки	1 балл
Правильно записаны все уравнения динамики, позволяющие найти ответы	1 балл
Найдено соотношение m1:m2	2 балла
Установлено соответствие сил натяжения после перестановки	3 балла
Найдено соотношение m2:m3 или m1:m3	3 балла

Задача 3

В вертикальном теплоизолированном цилиндрическом сосуде, закрытом сверху лёгким подвижным поршнем, находились пар и $\nu = \frac{200}{373}$ моль жидкой воды в состоянии термодинамического равновесия. Внутрь системы начали подводить теплоту.

Определите:

1) относительную влажность в начальном состоянии;
2) температуру содержимого сосуда в начальном состоянии;
3) изменение объёма системы под поршнем к моменту, когда начнёт меняться температура;
4) изменение температуры системы (по сравнению с состоянием в п.3) к тому моменту, когда относительное изменение объёма системы в процессе изменения температуры составит 20%;
5) относительную влажность в этом состоянии, если давление насыщенных паров воды при этой температуре 900 кПа.

Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Универсальная газовая постоянная $R = 8.31 \frac{Дж}{моль\ К}$. Трения в системе нет.

Решение:

1) Так как в замкнутом сосуде есть жидкость, то её пар является насыщенным. Относительная влажность $\varphi = 1$.

2) Давление насыщенного водяного пара удерживает поршень, значит его давление равно нормальному атмосферному давлению, что соответствует температуре 100 ºС или 373 К.

3) Подвижный поршень гарантирует постоянство давления насыщенного пара, что гарантирует постоянство температуры до момента полного испарения жидкости. Изменение объёма пара:

$$P_0 \Delta V_{пара} = \Delta \nu_{пара} RT = \nu RT \qquad \Delta V_{пара} = \frac{\nu RT}{P_0} = \frac{200\ \ 8.31\ \ 373}{373\ \ 10^5} = 16.62 л$$

Изменением объёма жидкости пренебрежём.

4) Далее температура начнёт меняться, пар будет ненасыщенным и постоянной массы. Давление по прежнему остаётся постоянным. Тогда из уравнения состояния:

$$P_0 V_{пара} = \nu_{пара} RT$$
$$1.2 P_0 V_{пара} = \nu_{пара} R(T + \Delta T) \qquad 1.2 = 1 + \frac{\Delta T}{T} \qquad \Delta T = 0.2T = 74.6K$$

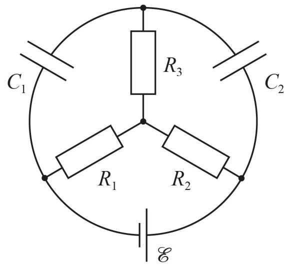
5) По определению относительной влажности $\varphi = \frac{P_0}{P_{нас}(T)} = \frac{100 кПа}{900 кПа} = 0.11$

Критерии оценивания

Ответ на первый вопрос	2 балла
Ответ на второй вопрос	2 балла
Ответ на третий вопрос	2 балла
Ответ на четвёртый вопрос	2 балла
Ответ на пятый вопрос	2 балла

Задача 4

Систему из незаряженных конденсаторов с ёмкостями $C_1 = C$ и $C_2 = 2C$ и резисторов с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 3R$ и неизвестным R_3 подключили к источнику с $\mathscr{E}$ и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением.



Определите:

1) силы токов протекающих через все элементы в установившемся состоянии;
2) напряжения на конденсаторах в установившемся состоянии.

Источник быстро вырывают из цепи. Определите:

3) силы токов протекающих через все элементы сразу после удаления $\mathscr{E}$;
4) количество теплоты, которое выделится в системе при переходе в новое установившееся состояние.

Решение:

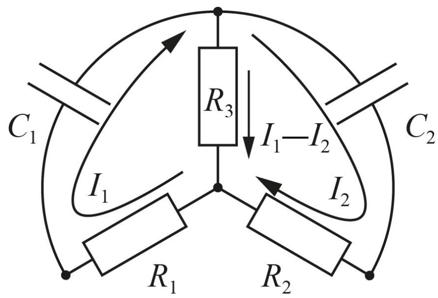
1) В установившемся режиме токи через конденсатор не текут. Следовательно, отсутствует ток и через R_3.

Через источник и два оставшихся резистора бежит один и тот же ток $I = \dfrac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = \dfrac{\varepsilon}{4R}$

2) Падение напряжения на R_3 отсутствует, значит напряжения на конденсаторах равны напряжениям на соответствующих резисторах

$$U_1 = IR_1 = \frac{\varepsilon R}{4R} = \frac{\varepsilon}{4}; U_2 = IR_2 = \frac{\varepsilon 3R}{4R} = \frac{3\varepsilon}{4}$$

3) Перерисуем схему сразу после удаления источника и расставим токи.



Запишем 2е правило Кирхгофа для двух контуров. Учтём, что напряжение на конденсаторах не успело измениться.

$$\frac{\varepsilon}{4} - (I_1 - I_2)R_3 - I_1 R_1 = 0 \qquad \frac{\varepsilon}{4} - (I_1 - I_2)R_3 - I_1 R = 0$$

$$\frac{3\varepsilon}{4} + (I_1 - I_2)R_3 - I_2 R_2 = 0 \qquad \frac{3\varepsilon}{4} + (I_1 - I_2)R_3 - 3I_2 R = 0 \qquad I_1 = I_2 = \frac{\varepsilon}{4R}$$

Ток через R_3 по прежнему отсутствует, а через другие элементы он одинаковый.

4) В конечном состоянии конденсаторы будут разряжены. Запишем закон сохранения энергии:

$$W_1 + W_2 = Q \qquad \frac{C_1 U_1^2}{2} + \frac{C_2 U_2^2}{2} = Q \qquad \frac{C(\frac{\varepsilon}{4})^2}{2} + \frac{2C(\frac{3\varepsilon}{4})^2}{2} = Q = \frac{19}{32} C\varepsilon^2$$

Критерии оценивания

Обосновано, что ток через R_3 не течёт	2 балла
Правильно найден ток I	2 балла
Правильно найдены и посчитаны напряжения	2 балла
Указано правильное распределение потенциалов после отключения источника и правильно найдены токи	2 балла
Записан ЗСЭ и правильно посчитано Q	2 балла

Задача 5

Две параллельные бесконечные плоские сетки равномерно заряжены. Поверхностные плотности зарядов сеток равны σ и -3σ. Расстояние между плоскостями $2l$. Из точки, находящейся посередине между плоскостями, запускают точечное тело массы m и зарядом q (знак заряда такой же как σ) с направленной параллельно плоскостям начальной скоростью v_0. Определите:

1) радиус кривизны траектории заряда R_0 в начальный момент времени;
2) через какое время τ_1 после начала движения заряд долетит до сетки в первый раз;
3) через какое время τ_2 после начала движения скорость заряда впервые опять станет v_0;
4) модуль перемещения заряда за τ_2;
5) радиус кривизны траектории заряда R_1 сразу после пересечения им сетки в первый раз.

Решение:

1) Бесконечные плоские сетки создают однородное электрическое поле. Между сеток его напряжённость направлена в сторону отрицательно заряженной сетки и равна по модулю $E_1 = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0}$

На частицу во время движения между сетками действует постоянная сила $F_1 = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0} q$, которая создаёт постоянное ускорение $a_1 = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{q}{m}$. В начальный момент времени это ускорение является нормальным:

$$a_1 = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{q}{m} = \frac{\upsilon_0^2}{R_0} \qquad R_0 = \frac{\varepsilon_0 m}{2\sigma q} \upsilon_0^2$$

2) Запишем уравнение движения в направлении перпендикулярном сеткам

$$x = \frac{a_1 t^2}{2} \qquad l = \frac{a_1 \tau_1^2}{2} \qquad \tau_1 = \sqrt{\frac{2l}{a_1}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 l m}{\sigma q}}, \upsilon_1 = \sqrt{\frac{8\sigma q l}{2\varepsilon_0 m}}$$

$$\upsilon_x = a_1 t$$

3) После пересечения частицей плоскости сетки, поменяется модуль напряжённости и её направление (станет противоположным $E_2 = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0}$ $\quad a_2 = \frac{2\sigma q}{2\varepsilon_0 m}$. Так как проекция скорости на направление вдоль сеток остаётся v_0, то полная скорость станет v_0 только в момент обнуления v_x. Модуль ускорения уменьшился в 2 раза, значит время торможения больше времени разгона в 2 раза. $\tau_2 = 3\tau_1 = \sqrt{\frac{9\varepsilon_0 l m}{\sigma q}}$

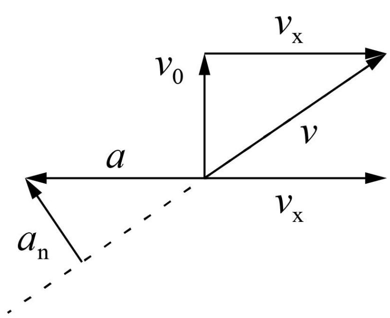
4) Так как напряжённость поля после сеток упала в 2 раза, для совершения той же работы, что и при разгоне, полю понадобится в 2 раза большее расстояние. Значит, перемещение перпендикулярно сетке за τ_2 составит $3l$.

Перемещение вдоль сетки за это время $y = \upsilon_0 \tau_2 = 3\sqrt{\frac{\varepsilon_0 l m}{\sigma q}} \upsilon_0 \qquad s = \sqrt{y^2 + 9l^2} = 3\sqrt{\frac{\varepsilon_0 l m}{\sigma q} \upsilon_0{}^2 + l^2}$

5)Сразу после пересечения сетки у частицы две компоненты скорости

$\upsilon_y = \upsilon_0, \upsilon_x = \sqrt{\frac{8\sigma q l}{2\varepsilon_0 m}}$ и ускорение $a_x = -\frac{\sigma q}{\varepsilon_0 m}$

$$R_1 = \frac{\upsilon_0^2}{a_n}$$



Найдём нормальное ускорение.

$$\frac{a_n}{a} = \frac{\upsilon_0}{\upsilon} \qquad a_n = a_2 \frac{\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{8\sigma q l}{2\varepsilon_0 m}}} = \frac{\sigma q}{\varepsilon_0 m} \frac{\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{8\sigma q l}{2\varepsilon_0 m}}} \qquad R_1 = \frac{\upsilon_0^2 m \varepsilon_0}{q\sigma} \left(1 + \frac{4\sigma q l}{\upsilon_0^2 m \varepsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Критерии оценивания

Ответ на первый вопрос	1 балл
Ответ на второй вопрос	1 балл
Ответ на третий вопрос	2 балла
Ответ на четвёртый вопрос	3 балла
Ответ на пятый вопрос	3 балла

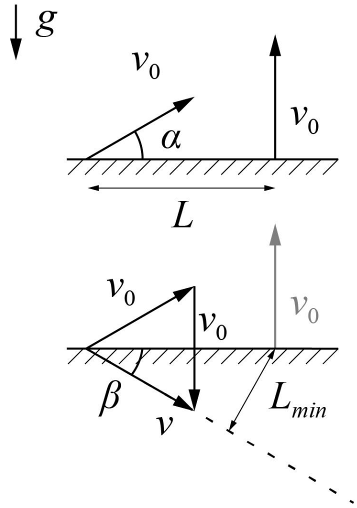
Задача 1

С ровной горизонтальной поверхности одновременно бросили два тела, расстояние между которыми было L. Первое — вертикально вверх со скоростью v_0, второе — со скоростью v_0 под углом α к горизонту в сторону первого тела. Обе начальные скорости лежали в одной вертикальной плоскости. Определите:

1) время движения первого тела (удар о поверхность абсолютно неупругий);
2) через какое время после броска тела оказались на минимальном расстоянии, если они не сталкивались друг с другом и землёй;
3) минимальное расстояние между телами в процессе движения , если они не сталкивались друг с другом и землёй;
4) при каком соотношении v_0 и L тела столкнутся.

Ускорение свободного падения g.

Решение:



1) Первое тело движется в лабораторной системе отсчёта вертикально с постоянным ускорением g.

$$h = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}, \upsilon = \upsilon_0 - gt$$

Искомое время найдём приравнивая высоту к 0 (или конечную скорость к -v_0)

$$t_1 = \frac{2\upsilon_0}{g}$$

2) Перейдём в систему отсчёта первого тела. В этой СО первое тело покоится, а второе двигается с постоянной скоростью v(см.рис). Направление этой скорости задаётся углом $\beta = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$ (можно найти рассмотрев равнобедренный треугольник скоростей). Минимальное расстояние будет определяться длиной перпендикуляра от первого тела к траектории второго.

$$L_{\min} = L\sin(\beta) = L\sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})$$

3) Скорость второго тела в новой СО найдём через теорему косинусов

$\upsilon = \upsilon_0\sqrt{2 - 2\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)} = \upsilon_0\sqrt{2 - 2\sin(\alpha)}$, а прошедшее до этого момента время

$t_{\min} = \frac{s}{\upsilon} = \frac{L\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})}{\upsilon_0\sqrt{2 - 2\sin(\alpha)}}$ (или аналогичное, если скорость находилась через синус половинного угла)

4) Видно, что при всех α в процессе движения тела не сталкиваются. Значит, столкновение может произойти только на земле, в точке их общего падения. Для первого тела эта точка задана однозначно, значит туда должно прилететь второе тело. Его дальность полёта должна быть L.

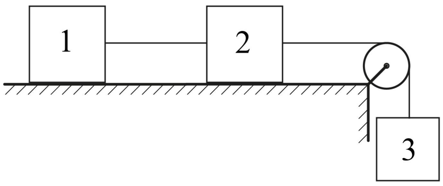
$$L = \frac{\upsilon_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

Критерии оценивания

Ответ на первый вопрос	2 балла
Идея смены системы отсчёта или составлено верное выражения для взятия производной	2 балла
Ответ на второй вопрос	2 балла
Ответ на третий вопрос	2 балла
Ответ на четвёртый вопрос	2 балла

Задача 2

Два груза, находящиеся на гладком горизонтальном столе, связаны нитью и соединены с третьим грузом другой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рис.).



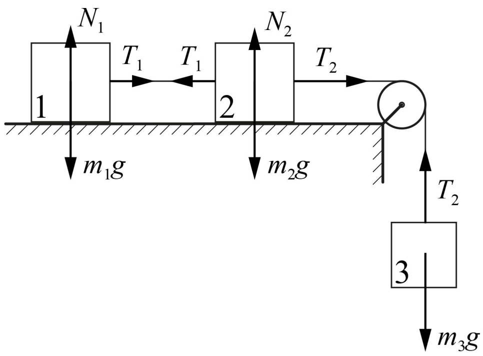
Грузы отпускают. Известно, что во время движения системы нити натянуты с силами 10 Н и 5 Н.
Если грузы 1 и 3 поменять местами, то в процессе движения одна из нитей будет натянута с силой 15 Н.
Определите:

1) силу натяжения каждой нити в каждом из двух опытов;
2) отношение масс грузов.

Трением в оси блока можно пренебречь.

Решение:

1) Расставим действующие в системе силы. Запишем 2й закон Ньютона для каждого из тел в проекции на направление соответствующего ускорения (вдоль нити).



$$m_1 a = T_1$$

$$m_2 a = T_2 - T_1$$

$$m_3 a = m_3 g - T_2$$

Видно, что $T_2 > T_1$. Значит $T_2 = 10$ Н, $T_1 = 5$ Н.
Исключим ускорение, и выразим силы натяжения из системы.

$$T_1 = g\frac{m_1 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$T_2 = g\frac{(m_1 + m_2)m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

При перестановке m_1 и m_3 (меняем соответствующие индексы у масс) T_1 не изменится и останется 5 Н. Значит, T_2 станет равной 15 Н.
Поделим друг на друга уравнения для сил натяжения нитей до перестановки.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1 m_3}{(m_1 + m_2)m_3} \qquad \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2}{m_1} + 1 \qquad \frac{m_2}{m_1} = \frac{10}{5} - 1 = 1$$

Аналогично, после перестановки

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m_1 m_3}{(m_3 + m_2)m_1} \qquad \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2}{m_3} + 1 \qquad \frac{m_2}{m_3} = \frac{15}{5} - 1 = 2$$

Критерии оценивания

Установлено соответствие сил натяжения до перестановки	1 балл
Правильно записаны все уравнения динамики, позволяющие найти ответы	1 балл
Найдено соотношение m1:m2	2 балла
Установлено соответствие сил натяжения после перестановки	3 балла
Найдено соотношение m2:m3 или m1:m3	3 балла

Задача 3

В вертикальном теплоизолированном цилиндрическом сосуде, закрытом сверху лёгким подвижным поршнем, находились пар и $\nu = \frac{100}{373}$ моль жидкой воды в состоянии термодинамического равновесия. Внутрь системы начали подводить теплоту.

Определите:

1) относительную влажность в начальном состоянии;
2) температуру содержимого сосуда в начальном состоянии;
3) изменение объёма системы под поршнем к моменту, когда начнёт меняться температура;
4) изменение температуры системы (по сравнению с состоянием в п.3) к тому моменту, когда относительное изменение объёма системы в процессе изменения температуры составит 10%;
5) относительную влажность в этом состоянии, если давление насыщенных паров воды при этой температуре 330 кПа.

Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Универсальная газовая постоянная $R = 8.31\frac{Дж}{моль\ К}$. Трения в системе нет.

Решение:

1) Так как в замкнутом сосуде есть жидкость, то её пар является насыщенным. Относительная влажность $\varphi = 1$.
2) Давление насыщенного водяного пара удерживает поршень, значит его давление равно нормальному атмосферному давлению, что соответствует температуре 100 ºС или 373 К.
3) Подвижный поршень гарантирует постоянство давления насыщенного пара, что гарантирует постоянство температуры до момента полного испарения жидкости. Изменение объёма пара:

$$P_0\Delta V_{пара} = \Delta\nu_{пара}RT = \nu RT \qquad \Delta V_{пара} = \frac{\nu RT}{P_0} = \frac{100\ \ 8.31\ \ 373}{373\ \ 10^5} = 8.31л$$

Изменением объёма жидкости пренебрежём.

4) Далее температура начнёт меняться, пар будет ненасыщенным и постоянной массы. Давление по прежнему остаётся постоянным. Тогда из уравнения состояния:

$$\begin{aligned} P_0V_{пара} &= \nu_{пара}RT \\ 1.1P_0V_{пара} &= \nu_{пара}R(T+\Delta T) \end{aligned} \qquad 1.1 = 1 + \frac{\Delta T}{T} \qquad \Delta T = 0.1T = 37.3K$$

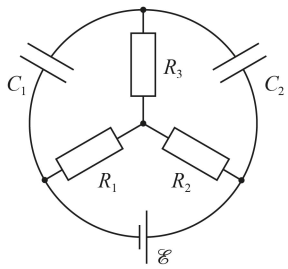
5) По определению относительной влажности $\varphi = \frac{P_0}{P_{нас}(T)} = \frac{100кПа}{330кПа} = 0.30$

Критерии оценивания

Ответ на первый вопрос	2 балла
Ответ на второй вопрос	2 балла
Ответ на третий вопрос	2 балла
Ответ на четвёртый вопрос	2 балла
Ответ на пятый вопрос	2 балла

Задача 4

Систему из незаряженных конденсаторов с ёмкостями $C_1 = C$ и $C_2 = 3C$ и резисторов с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 2R$ и неизвестным R_3 подключили к источнику с $\mathscr{E}$ и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением.



Определите:

1) силы токов протекающих через все элементы в установившемся состоянии;
2) напряжения на конденсаторах в установившемся состоянии.

Источник быстро вырывают из цепи. Определите:

3) силы токов протекающих через все элементы сразу после удаления $\mathscr{E}$;
4) количество теплоты, которое выделится в системе при переходе в новое установившееся состояние.

Решение:

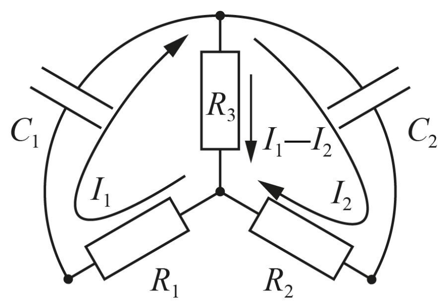
1) В установившемся режиме токи через конденсатор не текут. Следовательно, отсутствует ток и через R_3.

Через источник и два оставшихся резистора бежит один и тот же ток $I = \dfrac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = \dfrac{\varepsilon}{3R}$

2) Падение напряжения на R_3 отсутствует, значит напряжения на конденсаторах равны напряжениям на соответствующих резисторах

$$U_1 = IR_1 = \frac{\varepsilon R}{3R} = \frac{\varepsilon}{3}; U_2 = IR_2 = \frac{\varepsilon 2R}{3R} = \frac{2\varepsilon}{3}$$

3) Перерисуем схему сразу после удаления источника и расставим токи.



Запишем 2е правило Кирхгофа для двух контуров. Учтём, что напряжение на конденсаторах не успело измениться.

$$\frac{\varepsilon}{3} - (I_1 - I_2)R_3 - I_1 R_1 = 0 \qquad \frac{\varepsilon}{3} - (I_1 - I_2)R_3 - I_1 R = 0$$

$$\frac{2\varepsilon}{3} + (I_1 - I_2)R_3 - I_2 R_2 = 0 \qquad \frac{2\varepsilon}{3} + (I_1 - I_2)R_3 - 2I_2 R = 0$$

$$I_1 = I_2 = \frac{\varepsilon}{3R}$$

Ток через R_3 по прежнему отсутствует, а через другие элементы он одинаковый.

4) В конечном состоянии конденсаторы будут разряжены. Запишем закон сохранения энергии:

$$W_1 + W_2 = Q \qquad \frac{C_1 U_1^2}{2} + \frac{C_2 U_2^2}{2} = Q \qquad \frac{C(\frac{\varepsilon}{3})^2}{2} + \frac{3C(\frac{2\varepsilon}{3})^2}{2} = Q = \frac{13}{18} C\varepsilon^2$$

Критерии оценивания

Обосновано, что ток через R_3 не течёт	2 балла
Правильно найден ток I	2 балла
Правильно найдены и посчитаны напряжения	2 балла
Указано правильное распределение потенциалов после отключения источника и правильно найдены токи	2 балла
Записан ЗСЭ и правильно посчитано Q	2 балла

Задача 5

Две параллельные бесконечные плоские сетки равномерно заряжены. Поверхностные плотности зарядов сеток равны σ и -2σ. Расстояние между плоскостями $2l$. Из точки, находящейся посередине между плоскостями, запускают точечное тело массы m и зарядом q (знак заряда такой же как σ) с направленной параллельно плоскостям начальной скоростью v_0. Определите:

1) радиус кривизны траектории заряда R_0 в начальный момент времени;
2) через какое время τ_1 после начала движения заряд долетит до сетки в первый раз;
3) через какое время τ_2 после начала движения скорость заряда впервые опять станет v_0;
4) модуль перемещения заряда за τ_2;
5) радиус кривизны траектории заряда R_1 сразу после пересечения им сетки в первый раз.

Решение:

1) Бесконечные плоские сетки создают однородное электрическое поле. Между сеток его напряжённость направлена в сторону отрицательно заряженной сетки и равна по модулю $E_1 = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$

На частицу во время движения между сетками действует постоянная сила $F_1 = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}q$, которая создаёт постоянное ускорение $a_1 = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{q}{m}$. В начальный момент времени это ускорение является нормальным:

$$a_1 = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{q}{m} = \frac{\upsilon_0^2}{R_0} \qquad R_0 = \frac{2\varepsilon_0 m}{3\sigma q}\upsilon_0^2$$

2) Запишем уравнение движения в направлении перпендикулярном сеткам

$$x = \frac{a_1 t^2}{2} \qquad l = \frac{a_1\tau_1^2}{2} \qquad \tau_1 = \sqrt{\frac{2l}{a_1}} = \sqrt{\frac{4\varepsilon_0 lm}{3\sigma q}}, \upsilon_1 = \sqrt{\frac{6\sigma ql}{2\varepsilon_0 m}}$$

$$\upsilon_x = a_1 t$$

3) После пересечения частицей плоскости сетки, поменяется модуль напряжённости и её направление (станет противоположным $E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ $\quad a_2 = \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 m}$. Так как проекция скорости на направление вдоль сеток остаётся v_0, то полная скорость станет v_0 только в момент обнуления v_x. Модуль ускорения уменьшился в 3 раза, значит время торможения больше времени разгона в 3 раза. $\tau_2 = 4\tau_1 = \sqrt{\frac{64\varepsilon_0 lm}{3\sigma q}}$

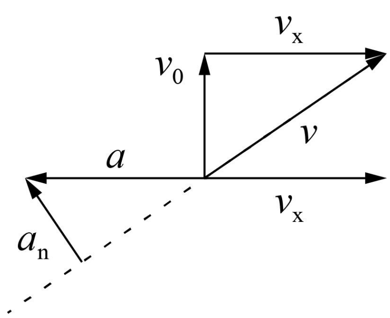
4) Так как напряжённость поля после сеток упала в 3 раза, для совершения той же работы, что и при разгоне, полю понадобится в 3 раза большее расстояние. Значит, перемещение перпендикулярно сетке за τ_2 составит $4l$.

Перемещение вдоль сетки за это время $y = \upsilon_0\tau_2 = \sqrt{\frac{64\varepsilon_0 lm}{3\sigma q}}\upsilon_0 \qquad s = \sqrt{y^2 + 16l^2} = 4\sqrt{\frac{4\varepsilon_0 lm}{3\sigma q}\upsilon_0^2 + l^2}$

5)Сразу после пересечения сетки у частицы две компоненты скорости

$\upsilon_y = \upsilon_0, \upsilon_x = \sqrt{\frac{6\sigma ql}{2\varepsilon_0 m}}$ и ускорение $a_x = -\frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 m}$

$$R_1 = \frac{\upsilon_0^2}{a_n}$$



Найдём нормальное ускорение.

$$\frac{a_n}{a} = \frac{\upsilon_0}{\upsilon} \qquad a_n = a_2\frac{\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{6\sigma ql}{2\varepsilon_0 m}}} = \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 m}\frac{\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{6\sigma ql}{2\varepsilon_0 m}}} \qquad R_1 = \frac{2\upsilon_0^2 m\varepsilon_0}{q\sigma}\left(1 + \frac{3\sigma ql}{\upsilon_0^2 m\varepsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Критерии оценивания

Ответ на первый вопрос	1 балл
Ответ на второй вопрос	1 балл
Ответ на третий вопрос	2 балла
Ответ на четвёртый вопрос	3 балла
Ответ на пятый вопрос	3 балла