

Олимпиада ЮМШ 2024-25 года

Заключительный тур

5 класс

24-88. Динара выписала по возрастанию числа от 1 до 2025 так, что они образовали один большой круг. За один ход она может выбрать любое написанное число и прибавить его к каждому из его соседей. Сможет ли Динара через несколько ходов сделать все числа чётными?

24-89. В семье рыцарей и лжецов Соня самая младшая. У неё есть два любимых вопроса: «Верно ли, что один из твоих родителей рыцарь, а другой лжец?» и «Верно ли, что хотя бы у одного твоего родителя оба родителя рыцари?». Оказалось, что все в Сониной семье, включая Соню, ответили «Да» на оба вопроса. Сколько лжецов могло быть среди 4 поколений родственников Сони, включая ее саму? Приведите все варианты и докажите, что других нет. Братьев или сестёр ни у кого в семье нет.

24-90. См. задачу **24-83**.

24-91. У Полины есть 5 карточек, на которых она хочет с двух сторон написать цифры от 0 до 9, каждую по одному разу. Ваня поспорил с Полиной, что как бы она ни написала цифры, он всегда сможет сложить из карточек пятизначное число, сумма цифр которого делится на 3. Кто выиграет в споре?

24-92. В вершинах квадрата записаны четыре различных натуральных числа, каждое из них делится на разность своих соседей. На сколько сумма наибольшего и наименьшего больше, чем сумма двух остальных?

24-93. В левой нижней клетке доски 8×8 стоит хромая ладья, которая может ходить на одну клетку вправо или на одну клетку вверх. Вова покрасил некоторые клеточки доски так, что любой путь из нижнего левого в правый верхний угол проходит не менее чем по 11 покрашенным клеткам. Докажите, что Вова покрасил более половины клеток.

24-94. В турнире на выбывание участвовало 16 команд. Шпион Павел знает номера обоих участников финала, но не знает результат финального матча, а шпион Виктор знает только номер победителя, но не знает, у кого он выиграл. Докажите, что Павел и Виктор могут заранее договориться так, что Павел сообщит Виктору одну цифру: 1 или 2, а в ответ получит одну цифру от 1 до 4, в результате чего Павел определит номер победителя турнира.