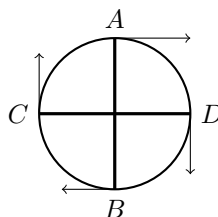


10 класс.

Задача 1 (70 баллов)

Плоский обруч движется так, что в некоторый момент времени скорости концов диаметра AB лежат в плоскости обруча, перпендикулярны AB и равны v_A и v_B . Определите скорости точек C и D , если CD тоже диаметр, перпендикулярный к AB , и эти скорости тоже лежат в плоскости обруча.

Решение.



Считаем, что обруч имеет радиус R . В общем случае движение обруча можно представить как комбинацию поступательного движения центра O и вращения вокруг него с угловой скоростью ω . Запишем для точек A, B :

$$v_A = v_O + \omega R, \quad v_B = v_O - \omega R, \quad (16)$$

откуда, вычитая и складывая, получим

$$\omega = \frac{v_A - v_B}{2R}, \quad v_O = \frac{v_A + v_B}{2}. \quad (17)$$

На рисунке стрелками показаны скорости точек, которые возникают благодаря вращению вокруг центра обруча. Скорость же центра v_O направлена горизонтально вправо. Вследствие этого можно написать, что искомые скорости v_C, v_D равны

$$v_C = v_D = \sqrt{(v_O)^2 + (\omega R)^2} = \sqrt{(v_A^2 + v_B^2)/2}. \quad (18)$$

Ответ: $v_C = v_D = \sqrt{(v_A^2 + v_B^2)/2}$.

Критерии оценивания.

Движение обруча является комбинацией поступательного и вращательного движений	20 баллов
Запись скоростей точек v_A, v_B	по 10 баллов за каждое уравнение
Нахождение ω, v_O	10 баллов
Направления скоростей в точках C, D	10 баллов
Выражение для v_C, v_D	10 баллов

Задача 2 (60 баллов)

N одинаковых омметров (N — нечётное число) соединены N -угольником. Определите сумму показаний всех омметров. Внутреннее сопротивление каждого из омметров равно R .

Решение.

Каждый омметр представляет собой последовательно соединённые источник постоянного напряжения U_0 , резистор сопротивлением r и идеальный амперметр. Выделим какой-нибудь один омметр в нашей цепи. К нему подключены параллельно две одинаковые цепи омметров, в каждой содержится $(N - 1)/2$ омметр. Мысленно разрезая схему на две части, понимаем, что в силу симметрии падение напряжения на каждой из этих частей одинаково, а значит, суммарные показания всех омметров равны нулю.

Критерии оценивания.

Принципиальная схема омметра	20 баллов
Соображение о двух одинаковых ветвях, включенных параллельно	20 баллов
Соображения симметрии	10 баллов
Ответ	10 баллов

Задача 3 (70 баллов)

Внутри сосуда в объёме V помещена резиновая оболочка объёма $V/4$. И сосуд, и оболочка заполнены идеальным газом. В начальном состоянии температура газа T_0 и оболочка не растянута. Когда газ внутри оболочки нагрели до температуры T_1 , сохраняя температуру остального газа неизменной, оболочка раздулась, и её объём увеличился вдвое. До какой температуры нужно охладить газ в сосуде, поддерживая температуру T_0 внутри оболочки, чтобы она раздулась до тех же размеров? Считать, что упругие свойства оболочки не зависят от температуры.

Решение.

В начальном состоянии давление внутри и снаружи оболочки одинаково. Обозначим его p_0 . Запишем уравнение состояния идеального газа для газа внутри оболочки:

$$p_0 \frac{V}{4} = \nu_1 R T_0, \quad (19)$$

а для газа в сосуде:

$$p_0 \frac{3V}{4} = \nu_2 R T_0, \quad (20)$$

откуда $\nu_1/\nu_2 = 1/3$.

После нагрева газа внутри оболочки до температуры T_1 объём оболочки стал равен $V/2$, объём газа в сосуде также $V/2$. Уравнения состояния газа внутри оболочки и в сосуде соответственно:

$$p_1 = \frac{2\nu_1 R T_1}{V}, \quad p_2 = \frac{2\nu_2 R T_0}{V}. \quad (21)$$

Разность давлений $\Delta p = p_1 - p_2$ обуславливает растяжение оболочки.

Теперь запишем давления после охлаждения газа в сосуде до T_2 :

$$p'_1 = \frac{2\nu_1 R T_0}{V}, \quad p'_2 = \frac{2\nu_2 R T_2}{V}. \quad (22)$$

При этом $\Delta p = p_1 - p_2 = \Delta p' = p'_1 - p'_2$, поскольку по условию растяжение оболочки такое же, как в предыдущем случае.

Решая эти уравнения, получаем $T_2 = (4T_0 - T_1)/3$.

Ответ: $T_2 = (4T_0 - T_1)/3$.

Критерии оценивания.

Уравнения состояния в начальном состоянии	10 баллов
Отношение ν_1/ν_2	10 баллов
Уравнения состояния после нагрева	10 баллов
Уравнения состояния после охлаждения	10 баллов
Разность давлений после нагрева и после охлаждения одинакова	20 баллов
Решение системы и ответ	10 баллов