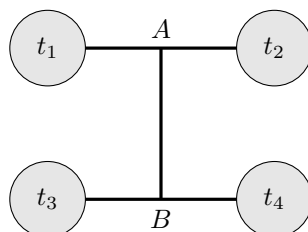


9 класс.**Задача 1 (70 баллов)**

Четыре термостата, которые поддерживают внутри себя постоянные температуры $t_1 = 10^\circ\text{C}$, $t_2 = 20^\circ\text{C}$, $t_3 = 0^\circ\text{C}$, $t_4 = -10^\circ\text{C}$, соединены между собой пятью одинаковыми теплопроводящими стержнями (см. рис.). Найдите установившиеся температуры точек A и B соединения стержней. Потерями тепла через боковые поверхности стержней пренебречь.

**Решение.**

Для потока тепла через теплопроводящий стержень, который соединён с двумя термостатами, справедливо соотношение

$$Q = \alpha \Delta T, \quad (1)$$

где α — некий коэффициент, зависящий лишь от материала и геометрии стержня, ΔT — разность температур на концах стержня. Поскольку все стержни одинаковы, то α для них всех также одинаковый. В установившемся режиме входящий поток тепла равен исходящему — только при таком условии температура в каждой точке стержня не будет меняться (это и означает, что температуры установились, т.е. не зависят от времени).

Запишем баланс входящих и исходящих тепловых потоков для точки A :

$$(t_1 - t_A) + (t_B - t_A) = (t_A - t_2) \implies 3t_A - t_B = 30^\circ\text{C}. \quad (2)$$

Теперь запишем то же самое для точки B :

$$(t_3 - t_B) + (t_A - t_B) = (t_B - t_4) \implies t_A - 3t_B = 10^\circ\text{C}. \quad (3)$$

Решая эту систему уравнений, получаем $t_A = 10^\circ\text{C}$, $t_B = 0^\circ\text{C}$.

Ответ: $t_A = 10^\circ\text{C}$, $t_B = 0^\circ\text{C}$.

Критерии оценивания.

Связь между Q и ΔT	20 баллов
Идея о том, что в установившемся режиме соблюдается баланс потоков тепла	20 баллов
Система уравнений для точек A и B	по 10 баллов за каждое уравнение
Ответ	10 баллов

Задача 2 (60 баллов)

Тело, движущееся с постоянным ускорением и начальной скоростью v_0 , проходит путь s . Определите, за какое максимальное время оно может это сделать.

Решение.

Запишем уравнение равноускоренного движения:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (4)$$

Чтобы найти время движения t , надо решить квадратное уравнение:

$$\frac{at^2}{2} + v_0 t - s = 0, \quad (5)$$

откуда

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2as}}{a}. \quad (6)$$

Ясно, что нас интересует только положительный корень. Это реализуется при

$$a \geq -\frac{v_0^2}{2s}. \quad (7)$$

Максимальное время достигается при минимальном ускорении. Это соответствует тому, что тело движется равнозамедленно и к концу движения приходит с нулевой скоростью. Ускорение при этом равно

$$a = -\frac{v_0^2}{2s}, \quad (8)$$

а время движения составляет

$$t_{\max} = \frac{2s}{v_0}. \quad (9)$$

Критерии оценивания.

Уравнение равноускоренного движения	10 баллов
Нахождение времени движения	10 баллов
Анализ корней: нахождение неравенства для a	10 баллов
Минимальное ускорение соответствует максимальному времени	20 баллов
Ответ	10 баллов

Задача 3 (70 баллов)

Три лодки одинаковой массы M движутся одна за другой с одинаковыми скоростями v . Из средней лодки одновременно в переднюю и заднюю бросают со скоростью u относительно лодки грузы массы m_1 и m_2 соответственно. Какими станут скорости лодок после этого?

Решение.

Воспользуемся законом сохранения импульса для лодок (в проекции на горизонтальную ось). Сначала напишем ЗСИ для средней лодки и грузов:

$$Mv = (M - m_1 - m_2)v_2 + m_1(v_2 + u) + m_2(v_2 - u), \quad (10)$$

откуда получаем для v_2

$$v_2 = v - \frac{u(m_1 - m_2)}{M}. \quad (11)$$

Теперь напишем ЗСИ для передней лодки и груза, который попадает в неё:

$$Mv + m_1(v_2 + u) = (M + m_1)v_1. \quad (12)$$

Подставляем сюда v_2 и получаем для v_1 :

$$v_1 = v + \frac{m_1 u (M - m_1 + m_2)}{M(M + m_1)}. \quad (13)$$

Наконец, ЗСИ для задней лодки и груза:

$$Mv + m_2(v_2 - u) = (M + m_2)v_3, \quad (14)$$

откуда

$$v_3 = v - \frac{m_2 u (M + m_1 - m_2)}{M(M + m_2)}. \quad (15)$$

Критерии оценивания.

ЗСИ для средней лодки и грузов	10 баллов
Нахождение скорости средней лодки	10 баллов
ЗСИ для передней лодки и груза	15 баллов
ЗСИ для задней лодки и груза	15 баллов
Нахождение скоростей задней и передней лодки	по 10 баллов за уравнение