

9 класс

Первый день

- 9.1. На столе лежат семь карточек. За один ход разрешается перевернуть любые пять карточек. Какое наименьшее число ходов необходимо совершить, чтобы перевернуть все карточки?
- 9.2. Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ в 2007 раз больше корней квадратного уравнения $cx^2 + dx + a = 0$. Докажите, что $b^2 = d^2$.
- 9.3. На стороне AC треугольника ABC взята точка B_1 . Пусть I — центр вписанной окружности треугольника. Окружность, описанная около треугольника AB_1I , вторично пересекает сторону AB в точке C_1 . Окружность, описанная около треугольника CB_1I , вторично пересекает сторону BC в точке A_1 . Докажите, что центр описанной окружности треугольника $A_1B_1C_1$ не зависит от положения точки B_1 на стороне AC .
- 9.4. В стране 20 городов. Авиакомпания хочет организовать двусторонние рейсы между ними так, чтобы из любого города можно было добраться в любой другой не более, чем за k пересадок. При этом количество авиалиний из любого города не должно превышать четырех. При каком наименьшем k это возможно?

9 класс

Второй день

- 9.5. В наборе из пяти палочек ни из каких трех палочек нельзя составить треугольник. Могло ли так оказаться, что, разломав одну из палочек на две, мы получим шесть палочек, из которых можно составить два равнобедренных треугольника?
- 9.6. Имеется 40 внешне одинаковых монет, среди которых 3 фальшивых — они весят одинаково и легче, чем настоящие (настоящие монеты также весят одинаково). Как с помощью трех взвешиваний на чашечных весах без гирь отобрать 16 настоящих монет?
- 9.7. Пусть каждое из натуральных чисел n , $n + 1$, $n + 2$ делится на квадрат любого своего простого делителя. Докажите, что число n делится на куб некоторого своего простого делителя.
- 9.8. Около треугольника ABC описана окружность. Пусть A_0 и C_0 — соответственно середины ее дуг BC и AB , не содержащих вершин A и C . Оказалось, что отрезок A_0C_0 касается окружности, вписанной в треугольник ABC . Найдите угол B .