Математика
Задания.
Продолжительность 4 часа.

10 класс.

1. Решить уравнение в целых числах:

$(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3=30$. (6 баллов)

2. Из трехзначного числа вычли сумму его цифр. С полученным числом сделали то же самое и так далее, 100 раз. Доказать, что в результате получится нуль. (6 баллов)

3. Существуют ли всюду определенные функции $f(x)$ и $g(y)$, что для любых x и y выполняется $f(x)\cdot g(y)=x+y-1$? (6 баллов)

4. Решить уравнение

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+6}-\frac{1}{x+8}-\frac{1}{x+10}+\frac{1}{x+12}+\frac{1}{x+14}=0\,.$$ (6 баллов)

5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ с внутренними углами $< 180^o$ точка E – точка пересечения диагоналей, F_1, F_2 – площади треугольников ΔABE, ΔCDE, F – площадь четырёхугольника $ABCD$. Доказать, что $\sqrt{F_1}+\sqrt{F_2}\le\sqrt{F}$. В каком случае возможно равенство? (6 баллов)