**2011 год**

**Всероссийская олимпиада школьников по математике**
**II (муниципальный этап)**

**10 класс**

**1.** Рыбак, плывший на катере против течения реки, не заметил, что с борта катера в воду упал спасательный круг. Он обнаружил пропажу через полчаса и повернул обратно. Чтобы поскорее догнать круг, он увеличил рабочую мощность двигателя так, что собственная скорость катера (то есть его скорость относительно воды) возросла в полтора раза. В итоге рыбак догнал круг на расстоянии 2,5 км от того места, где круг упал. Какова скорость течения?

**2.** Докажите, что для любого целого $n > 0$ число $4^n + 15n - 1$ делится на 9.

**3.** При каком значении параметра m сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 - (m+1)x + m - 1 = 0$$

является наименьшей?

**4.** В выпуклом четырёхугольнике AB = BC = CD, M—точка пересечения диагоналей, K—точка пересечения биссектрис углов A и D. Докажите, что точки A, M, K и D лежат на одной окружности.

**5.** В интернет-сообществе 20 участников, среди которых есть друзья. При этом любые два участника A и B либо сами являются друзьями, либо в сообществе найдется цепочка
$A - C_1 - \ldots - C_k - B$,
соседние участники которой – друзья, то есть $C_1$ – друг A, $C_2$ – друг $C_1$, … и B – друг $C_k$. Докажите, что можно выделить 6 участников сообщества так, что любой из оставшихся четырнадцати является либо другом, либо другом друга для кого-нибудь из этих шести.