Олимпиада по математике
2012-2013
8 класс

1. *Три брата родились в один и тот же день, но в разные года. Когда старшему из них исполнилось* 17 *лет, то сумма возрастов всех трех братьев нацело разделилась на* 17. *Докажите, что когда среднему из братьев исполнится* 17 *лет, то сумма возрастов всех братьев не будет кратной* 17.

2. *Можно ли расставить натуральные числа от* 1 *до* 9 *по одному в клетках доски* 3×3 *так, чтобы среди произведений чисел в каждой строке и в каждом столбце (всего 6 произведений) оказалось не менее трех одинаковых.*

3. *В равнобедренном треугольнике ABC (AB = BC) проведена биссектриса CD. На прямых AC и BC отметили точки E и F соответственно, так что угол CDE – прямой, а отрезки DF и AC параллельны. Докажите, что CE = 2DF.*

4. *Положительное число* a *таково, что* $a^4=a+1$. *Докажите, что* $a^7<a+3$.

5. *Даны 10 точек, являющихся вершинами выпуклого десятиугольника. Можно ли указать 36 треугольников с вершинами в этих точках таким образом, чтобы каждый треугольник имел сторону, не являющуюся стороной других выбранных треугольников?*