2013 год

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап

7 класс

1. Руслан и Коля копили монеты достоинством в 1, 2, 5 рублей, причем оказалось, что в копилке Руслана нет монет того же достоинства, что и в Колиной. Могут ли ребята заплатить по 2006 рублей из своих копилок одинаковым числом монет? Объясните свой ответ.

2. В США дату принято записывать так: номер месяца, потом номер дня и год. В Европе же сначала идет число, потом месяц и год. Сколько в году дней, дату которых нельзя прочитать однозначно, не зная, каким способом она написана?

3. Вокруг планеты по одной и той же орбите двигаются одновременно четыре космических аппарата. Они начали движение одновременно из одной точки орбиты (назовем ее точкой старта) и двигались с постоянными скоростями. Известно, что для любых трех космических аппаратов нашелся момент, когда они встретились. Докажите, что найдется момент, когда встретятся все четыре космических аппарата (аппараты были запущены без ограничений по времени).

4. Назовем раскраску клеток доски 6x6 в два цвета хорошей, если у каждой клетки найдется соседняя по стороне клетка того же цвета. Найдите какую-нибудь хорошую раскраску доски 6x6, такую, что после перекраски любого одного столбца или строки получилась нехорошая раскраска.

5. Путешественник прибыл на остров, на котором живут лжецы (Л) и правдолюбцы (П). Каждый Л, отвечая на вопрос «Сколько..?», называет число на 2 больше или на 2 меньше, чем правильный ответ, а каждый П отвечает верно. Путешественник встретил двух жителей острова и спросил у каждого, сколько Л и П проживает на острове. Первый ответил: «Если не считать меня, то 1001 Л и 1002 П», а второй: «Если не считать меня, то 1000 Л и 999 П». Сколько Л и П на острове? Кем оказались первый и второй жители острова?