

## РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

### II (муниципальный) этап, 2014 год, 10 класс

**10.1.** Один градус шкалы Цельсия равен  $1,8$  градусов шкалы Фаренгейта, при этом  $0^\circ$  по Цельсию соответствует  $32^\circ$  по шкале Фаренгейта. Может ли температура выражаться одинаковым числом градусов как по Цельсию, так и по Фаренгейту?

**10.2.** Каждая грань прямоугольного параллелепипеда  $3 \times 4 \times 5$  разделена на единичные квадратики. Можно ли вписать во все квадратики по числу так, чтобы сумма чисел в каждом клеточном кольце ширины  $1$ , опоясывающем параллелепипед, была равна  $120$ ?

**10.3.** Квадратный трёхчлен  $f(x)$  таков, что каждое из уравнений  $f(x) = x - 1$  и  $f(x) = 2 - 2x$  имеет ровно по одному решению. Докажите, что трёхчлен  $f(x)$  не имеет корней.

**10.4.** В квадрате  $ABCD$  на стороне  $BC$  взята точка  $E$ , на стороне  $CD$  – точки  $F$  и  $G$  (точка  $F$  между  $C$  и  $G$ ), на стороне  $AD$  – точка  $H$ . При этом  $CE = CF$ ,  $DG = DH$ . Докажите, что вокруг четырехугольника, образованного пересечением углов  $HBG$  и  $EAF$ , можно описать окружность.

**10.5.** В государстве некоторые города связаны дорогами, причём какие-то три города связаны дорогами каждый с каждым. На всех дорогах ввели одностороннее движение, но так, что из любого города можно проехать в любой другой. Докажите, что в этом государстве найдётся замкнутый маршрут, состоящий из нечётного числа дорог.