

РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

II (муниципальный) этап, 2014 год, 11 класс

11.1. В школе провели единую контрольную работу по математике среди всех одиннадцатиклассников. В результате $\frac{5}{8}$ учащихся получили пятёрки, $\frac{11}{20}$ от числа отличников – четвёрки, а остальные трое одиннадцатиклассников не пришли на контрольную по болезни. Сколько одиннадцатиклассников учится в школе.

11.2. Про углы треугольника ABC известно, что $\sin A + \cos B = \sqrt{2}$ и $\cos A + \sin B = \sqrt{2}$. Найдите величину угла C .

11.3. Решите уравнение $20[x] - 14\{x\} = 2014$ ($[x]$ – целая часть числа x , т. е. наибольшее целое число, не превосходящее x , $\{x\}$ – дробная часть числа x : $\{x\} = x - [x]$).

11.4. В четырехугольной пирамиде площади боковых граней равны между собой. Плоскость, пересекающая боковые рёбра, отсекает меньшую пирамиду, у которой площади боковых граней также равны между собой. Докажите, что основания этих пирамид – параллельны.

11.5. На вечеринке собралось 16 человек. Фотограф сделал несколько фотографий так, что каждая пара человек появилась ровно на одной фотографии вместе. На каждой фотографии сфотографированы либо трое, либо двое из присутствующих. Докажите, что всего сделано не менее 46 фотографий.